

## Nośność na przebicie krępych płyt żelbetowych – badania i analiza metodą S-T

Tadeusz Urban<sup>1</sup>, Jakub Krakowski<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Katedra Budownictwa Betonowego, Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Politechnika Łódzka, e-mail: <sup>1</sup>tadeusz.urban@p.lodz.pl, <sup>2</sup>jakub.krakowski@p.lodz.pl

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono próbę analizy nośności na przebicie płyt krępych za pomocą metody kratownicowej (strut-and-tie, S-T). Procedura obliczeniowa została porównana z wynikami własnych badań eksperymentalnych. Zakres analizy obejmuje wyłącznie elementy bez zbrojenia poprzecznego obciążone osiowo symetrycznie.

**Słowa kluczowe:** metoda kratownicowa (strut-and-tie), przebicie osiowe, smukłość ścinania, fundament, efekt skali

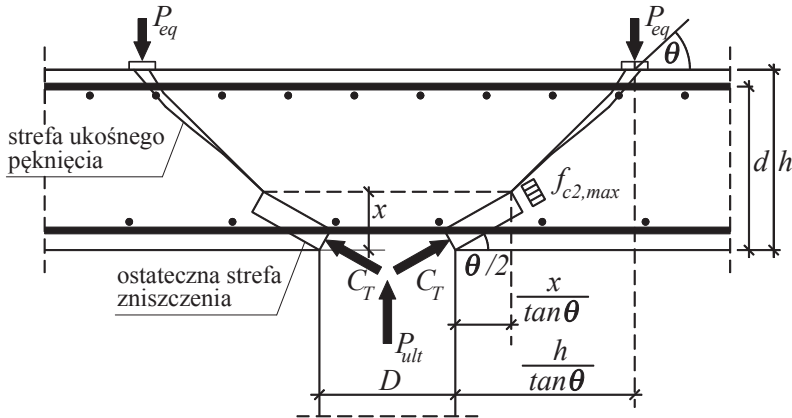
### 1. Wprowadzenie

Problematyka przebicia płyt żelbetowych jest przedmiotem badań od około 100 lat i do chwili obecnej budzi kontrowersje. Większość metod inżynierskich polega na określeniu granicznych naprężeń stycznych na obwodzie kontrolnym, którego położenie ulegało częstym zmianom. W drugiej połowie XX wieku przyjmowano obwód kontrolny (krytyczny) w odległości  $0,5d$  od boku podpory, później  $d$ ,  $1,5d$  i obecnie w Eurokodzie 2 [1]  $2d$ . Model Code 2010 [2] wraca znowu do odległości  $0,5d$ . Zmieniają się również parametry, które mają wpływ na nośność na przebicie. Oprócz wytrzymałości betonu, która była zawsze podstawową wielkością, uwzględnia się również stopień zbrojenia głównego płyty, efekt skali, proporcje geometryczne połączenia słupa z płytą itp. Eurokod 2 wprowadził również nowy parametr, a mianowicie „smukłość ścinania” w postaci ilorazu  $2d/a$ , który jest mnożnikiem zwiększającym naprężenia krytyczne na przebicie w miarę zbliżania się obwodu kontrolnego do boku podpory ( $a$  – jest odległością obwodu kontrolnego od krawędzi podpory). Parametr smukłości ścinania ma istotne znaczenie w płytach krępych (grubych). W płytach fundamentowych, w których rozpiętość przęśla spełnia zwykle zależność  $l_{eff}/d \leq 15$ , należy się spodziewać niszczącej rysy ukośnej nachylonej pod większym kątem od  $30^\circ$ .

Obecnie badania koncentrują się na modelowaniu zjawiska przebicia za pomocą modeli kratownicowych typu S-T (Strut-and-Tie). Dla problematyki przebicia podstaw założeń tego typu modelowania można upatrywać w klasycznym podejściu *Kinnunena* i *Nylanderera* [3], którego kontynuatorami był *Broms* [4] i *Hallgren* [5], [6].

*Broms* zakładał, że nośność na przebicie jest osiągnięta wtedy, kiedy beton ściskany w pobliżu słupa jest „przenaprzężony” (distressed) z jednego z dwóch powodów – wysokich odkształceń obwodowych lub wysokich naprężeń radialnych. W przypadku drugim z jakim zazwyczaj mamy do czynienia w elementach krępych zniszczenie na przebicie polega na przekroczeniu krytycznych naprężeń ściskających w kierunku radialnym w umownej powłoce stożkowej o stałej grubości i nachyleniu pobocznic pod kątem wynoszącym  $15^\circ$ . Wartość krytycznych naprężeń na dole rysy ukośnej *Broms* przyjmuje  $1,1f_c$ . Współczynnik 1,1 wynika ze wzrostu wytrzymałości betonu w wyniku dwuosiowego stanu naprężenia

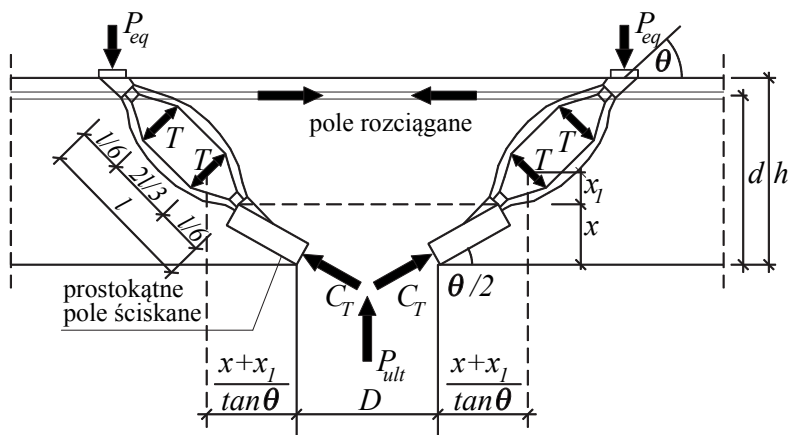
wokół słupa. Ówczesne rozważania *Bromsa* dotyczyły płyt smukłych, w których kąt nachylenia rysy ukośnej wynosił około  $30^\circ$ . Uwzględniając współczesną wiedzę, że kąt nachylenia rysy ukośnej zależy od smukłości płyt, model *Bromsa* należałoby zmodyfikować do postaci pokazanej na rys. 1, gdzie kąt nachylenia rysy ukośnej  $\theta$  jest zmienny oraz naprężenia krytyczne w dwuosowym stanie naprężenia oznaczyć symbolem  $f_{c2,max}$ .



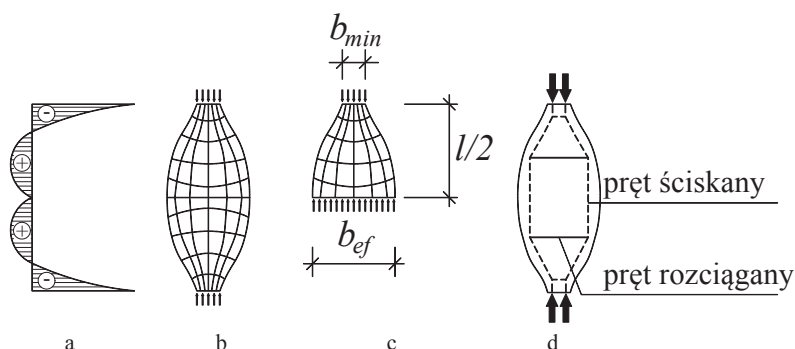
Rys. 1. Zmodyfikowany model *Bromsa*

## 2. Model S - T wg Rizka i innych dla płyt bez zbrojenia na przebicie

Wyidealizowany model S - T strefy przysłupowej symetrycznie obciążonej bez zbrojenia poprzecznego zaproponowany przez *Rizka*, *Marzouka* i *Tillera* [7], [8] przedstawia rys. 2. Pole rozciągane przejmowane jest przez zbrojenie główne płyty. Pręt ściskany S składa się z dwóch elementów: z prostokątnego pola ściskanego (rectangular shaped compressive field) i zastrzału ściskanego o kształcie butelkowym. Zastrzał ten stanowi sam w sobie lokalny model S - T, którego szczegóły pokazano na rys. 3.



Rys. 2. Wyidealizowany model S-T dla symetrycznego przebicia według *Rizka* i innych [7], [8]



Rys. 3. Model S-T dla krzyżulca ściskanego: a) rozkład naprężeń poprzecznych, b) trajektorie naprężeń głównych ściskających, c) rozkład sprężysty naprężeń, d) model zastępczy S-T

W przypadku braku zbrojenia poprzecznego w sąsiedztwie słupa, rozwój zarysowania kontrolowany jest wyłącznie przez wytrzymałość betonu na rozciąganie. Rysa ukośna pojawia się w momencie przekroczenia wytrzymałości betonu na rozciąganie w strefach rozciąganych krzyżulca ściskanego. Rozwój rys w strefie rozciąganej następuje pod obciążeniem mniejszym od nośności na przebicie. Siła inicjująca powstanie rysy ukośnej w krzyżulcu ściskanym (patrz rys. 2) powstaje w dolnym pręcie  $T$ , ponieważ jego obwód jest mniejszy i wynosi:

$$\pi \left\{ D + 2 \left[ \frac{x + x_1}{\tan \theta} \right] \right\}. \quad (1)$$

Wielkość tej siły wyraża wzór:

$$T = 0,235 f_{sp,t} \cdot l \cdot \pi \left\{ D + 2 \left[ \frac{x + x_1}{\tan \theta} \right] \right\}, \quad (2)$$

w którym:

$l$  - oznacza długość krzyżulca ściskanego i jednocześnie rysy ukośnej,

$D$  - średnica słupa,

$x$  - wysokość strefy ściskanej,

$x_1$  - odległość od płaszczyzny neutralnej do środka dolnej siły rozciągającej w krzyżulcu ściskanym,

$f_{sp,t}$  - wytrzymałość betonu na rozciąganie ustalona przez rozłupywanie,

$\theta$  - kąt nachylenia rysy ukośnej.

Wartości  $l$  i  $x_1$  mogą być obliczone ze wzorów:

$$l = \frac{d - x}{\sin \theta}, \quad (3)$$

$$x_1 = \frac{l \sin \theta}{6}. \quad (4)$$

W przypadku słupa kwadratowego o boku  $c$ , Rizk i inni proponują przyjęcie równoważnego słupa o przekroju okrągłym o takim samym obwodzie  $D = 4c/\pi$ .

Zniszczenie na przebicie związane jest z przekroczeniem wytrzymałości betonu na ściskanie w prostokątnym polu naprężeń w sąsiedztwie słupa. Siła ze słupa  $P_{ult}$  jest przekazywana na płytę poprzez nachylone promieniście siły  $C_T$  (patrz rys. 2). Zakłada się,

że promieniście ściskany betonowy pręt formuje powłokę o kształcie stożka i o stałej grubości. Nachylenie ściskanej powłoki (shell-strut) przyjęto pod kątem  $\theta/2$ . Zakłada się, że zniszczenie na przebiecie nastąpi kiedy nacisk w stożkowej powłoce osiągnie graniczną wytrzymałość betonu na ściskanie. Wytrzymałość zarysowanego betonu autorzy modelu określają zgodnie z kanadyjską normą CSA-A23.3-04 [9] ze wzoru:

$$f_{cu} = \frac{f_c}{0,8 + 170\varepsilon_1} \leq 0,85f_c \quad (5)$$

w którym:

$f_{cu}$  - graniczne naprężenia ściskające w stożkowej powłoce lub wytrzymałość kostkowa betonu,

$f_c$  - wytrzymałość betonu na ściskanie (wytrzymałość walcowa),

$\varepsilon_1$  - główne odkształcenie rozciągające w zarysowanym betonie odpowiadające obciążeniu, które ustala się ze wzoru:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_s + (\varepsilon_s + 0,002)\cot^2 \theta_s, \quad (6)$$

gdzie:

$\theta_s$  - jest mniejszym kątem pomiędzy krzyżulcem ściskany i przyległym pasem rozciągany,

$\varepsilon_s$  - jest odkształceniem rozciągającym w nachylonym pasie rozciągany.

Siła przebijająca  $P_{ult}$  jest równoważona przez siły  $C_T$  działające na obwodzie słupa i można tę równowagę wyrazić równaniem:

$$C_T = \frac{P_{ult}}{\sin \frac{\theta}{2}}. \quad (7)$$

Obwód stożka ściskanego w poziomie płaszczyzny obojętnej wynosi:

$$\text{obwód stoż.} = \pi \left( D + \frac{2x}{\tan \theta} \right), \quad (8)$$

a grubość krzyżulca - powłoki stożka:

$$\text{grubosc stoż.} = \frac{x \cdot \sin \frac{\theta}{2}}{\sin \theta}. \quad (9)$$

Całkowita siła ściskająca w ściskany stożku wynosi:

$$C_T = \left[ \pi \left( D + \frac{2x}{\tan \theta} \right) \frac{x \cdot \sin \frac{\theta}{2}}{\sin \theta} \right] f_{cu}, \quad (10)$$

Uwzględniając efekt skali za pomocą parametru:

$$\left( \frac{l_{ch}}{h} \right)^{0,33}, \quad (11)$$

wzór (10) przybiera postać:

$$C_T = \left[ \pi \left( D + \frac{2x}{\tan \theta} \right) \frac{x \cdot \sin \frac{\theta}{2}}{\sin \theta} \right] f_{cu} \cdot \left( \frac{l_{ch}}{h} \right)^{0,33} \quad (12)$$

Przekształcając wzór (7) oraz uwzględniając wzór (12) nośność na przebicie wyraża równanie:

$$P_{ult} = \pi \left( D + \frac{2y}{\tan \theta} \right) \cdot \frac{y \cdot \sin \frac{\theta}{2}}{\sin \theta} f_{cu} \cdot \left( \frac{l_{ch}}{h} \right)^{0,33} \sin \frac{\theta}{2} \quad (13)$$

W pracy [8] we wzorach (11), (12) i (13) zamiast całkowitej grubości płyty  $h$  występuje wysokość użyteczna  $d$ . Charakterystyczną długość betonu  $l_{ch}$  występującą we wzorze (11) autorzy prezentowanego modelu proponują określać z następujących wzorów:

$$l_{ch} = \frac{E_c G_F}{f_{ct}^2} \quad (14)$$

$$l_{ch} = 600(f_c)^{-0,3} [\text{mm}], \quad (15)$$

$$l_{ch} = -3,84f_c + 580 [\text{mm}], \quad (16)$$

gdzie:

$E_c$  - moduł sprężystości betonu,

$G_F$  - energia pęknięcia,

$f_{ct}$  - wytrzymałość betonu na rozciąganie.

W dalszych rozważaniach autorzy stosowali wzór (16), który daje prawie dwukrotnie większą wartość długości charakterystycznej niż wynikałoby to ze wzorów (14) i (15).

Kolejną istotną wielkością w tych rozważaniach jest wysokość strefy ściskanej  $x$ . W pracy [8] zaproponowano następujący sposób jej określania, wykorzystując sugestie *Theodorakopoulou* i *Swamy*'ego [10]:

$$x = \frac{2x_s \cdot x_f}{x_s + x_f}, \quad (17)$$

gdzie:

$x_s$  - jest wysokością strefy ściskanej przekroju krytycznego ścinania przy przebicciu,

$x_f$  - jest wysokością strefy ściskanej wywołanej zginaniem.

Autorzy pracy [10] uzależniają wielkość  $x_s$  od parametru  $f_{cu}/\rho_l f_{ym}$ , który dla płyt przez nich badanych zawierał się w przedziale od 5 do 9. Należy nadmienić, że autorzy ci badali płyty smukłe. Podają dalej, że w przypadku uplastycznienia się zbrojenia głównego w strefie podporowej, można przyjąć:

$$x = x_s = x_f \quad (18)$$

Dla wielkości  $f_{cu}/\rho_l f_y = 7,0$  można przyjąć  $x_f = 0,25d$ , co jest równoznaczne przy uwzględnieniu równości (18) -  $x_s = 0,25d$ .

Określenie wielkości  $x_f$  bazuje na klasycznej procedurze dla zginanych elementów z betonu normalnego bez uwzględnienia efektu wzmocnienia zbrojenia. Wysokość strefy ściskanej wywołanej zginaniem można obliczać ze wzorów:

$$x_f = \frac{0,8 \rho_l f_y}{k_1 f_c}, \quad (19)$$

$$k_1 = 0,67 \frac{\varepsilon_{cu} - A \frac{\varepsilon_0}{3}}{\varepsilon_{cu}}, \quad \varepsilon_0 = \frac{\sqrt{f_c}}{3680}. \quad (20)$$

Współczynnik  $A = 1$  dla betonu o normalnej gęstości.

W pracy [7] autorzy wysokość strefy ściskanej zalecają określać ze wzoru:

$$x = 0,67(n\rho_e)^{1/2} \left( \frac{35}{f_c} \right)^{1/2} d, \quad (21)$$

w którym:

$n$  - iloraz  $E_s / E_c$ ,

$\rho_e$  - sprowadzony stopień zbrojenia głównego według wzoru:

$$\rho_e = \rho_l \left( \frac{f_y}{500} \right). \quad (22)$$

Kolejną daną potrzebną do ustalenia nośności na przebicie prezentowaną procedurą jest kąt nachylenia rysy ukośnej  $\theta$ . Autorzy procedury podają w tym zakresie dość ogólne wskazówki. Uzależniają kąt  $\theta$  od grubości płyty:

- dla płyt o grubości  $h < 250$  mm  $\rightarrow 25^\circ < \theta < 35^\circ$ ,
- dla płyt o grubości  $250 < h < 500$  mm  $\rightarrow 35^\circ < \theta < 45^\circ$ ,
- dla płyt o grubości  $h > 500$  mm  $\rightarrow 45^\circ < \theta < 60^\circ$ .

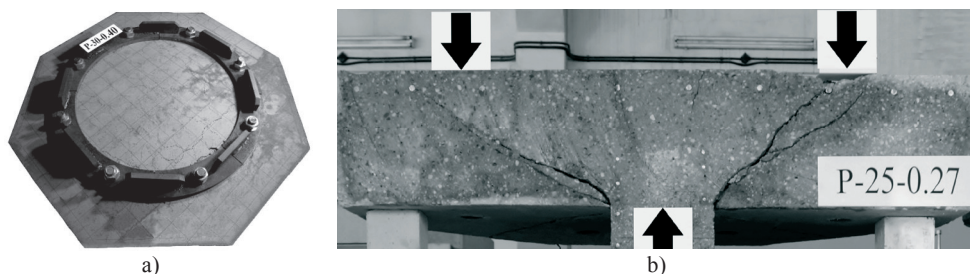
### 3. Analiza wyników badań własnych metodą S - T

Powyższa procedura obliczeniowa zostanie wykorzystana do analizy wyników badań eksperymentalnych płyt krępych na przebicie zawartych w pracy [11]. Badania te były częściowo prezentowane również w pracach [12] i [13]. W tabelicy 1 zestawiono niezbędne parametry badanych płyt w prezentowanej analizie.

Tabela 1. Parametry płyt badań własnych

Seria	Model	$h$	$d$	$\theta$	$f_c$	$f_{ct,sp}$	$E_c$	$f_y$	$\rho_l$	$V_{test}$
		[mm]	[mm]	[°]	[MPa]	[MPa]	[GPa]	[MPa]	[%]	[kN]
1	P-15-0,32	150	118	26,6	27,0	3,10	22,6	565	0,32	273
	P-20-0,21	200	177	33,7	26,2	3,10	21,5	565	0,21	391
	P-25-0,17	250	223	39,8	29,0	3,10	22,9	565	0,17	480
	P-30-0,14	300	272	45,0	29,0	3,10	22,3	565	0,14	622
	P-35-0,12	350	324	49,4	31,0	3,10	22,2	565	0,12	740
2	P-20-0,40	200	174	38,7	32,2	3,15	24,5	565	0,40	665
	P-25-0,40	250	220	45,0	33,5	3,20	24,5	545	0,40	920
	P-30-0,40	300	271	50,2	31,8	3,25	24,2	545	0,40	1280
	P-35-0,40	350	318	54,5	32,0	3,10	24,4	580	0,40	2000
3	P-15-0,31	150	127	31,0	33,7	3,40	25,3	533	0,31	351
	P-20-0,22	200	175	38,7	37,3	3,40	26,5	533	0,22	503
	P-25-0,27	250	222	45,0	37,0	3,10	27,3	534	0,27	824
	P-30-0,22	300	274	50,2	36,0	3,10	27,1	534	0,22	950

Kąt nachylenia rysy  $\theta$  był jednoznacznie określony badaniami. Nachylenie rysy było wymuszane specjalnym pierścieniem podporowym (patrz rys. 4). W tablicy 2 zestawiono wielkości długości charakterystycznych obliczone według wzorów (14), (15) i (16). Jak widać z tego zestawienia wzór (14) i (15) daje podobne wyniki zbliżone do wielkości 200 mm, przyjętej w przepisach normy Eurokodu 2. Wzór (16) daje ponad dwukrotnie większe wielkości, i one zostały przyjęte przez autorów prac [7], [8] oraz w tej analizie.



Rys. 4. Badania własne: a) widok pierścienia podporowego, b) jedna z płyt przecięta po badaniu

Tabela 2. Długości charakterystyczne według różnych formuł

Seria	Model	$l_{ch}$ (wzór 14)	$l_{ch}$ (wzór 15)	$l_{ch}$ (wzór 16)
		[mm]	[mm]	[mm]
1	P-15-0,32	174,3	223,2	476,3
	P-20-0,21	162,8	225,2	479,4
	P-25-0,17	186,3	218,5	468,6
	P-30-0,14	181,3	218,5	468,6
	P-35-0,12	189,0	214,2	461,0
2	P-20-0,40	207,7	211,7	456,4
	P-25-0,40	215,3	209,2	451,4
	P-30-0,40	191,0	212,5	457,9
	P-35-0,40	212,2	212,1	457,1
3	P'15-0,31	189,8	208,9	450,6
	P'20-0,22	213,1	202,6	436,8
	P-25-0,27	262,8	203,1	437,9
	P-30-0,22	255,9	204,8	441,8
Wartości średnie $l_{ch}$		203,2	212,7	457,2

Drugim kontrowersyjnym elementem prezentowanego modelu jest sposób ustalenia wysokości strefy ściskanej  $x$ . Przyjęta przez autorów modelu zasada wykorzystująca prace *Theodorakopoulou* i *Swamy'ego* [10] – wzór (17), prowadzi do znacznych niedoszacowań nośności modeli badań autorów niniejszej pracy. Można to częściowo tłumaczyć faktem, że wzory podane przez autorów pracy [10] na wysokość strefy ściskanej zostały wykalibrowane na modelach smukłych i ze znacznym zbrojeniem głównym. Parametr  $f_{cu}/\rho_l f_{ym}$  w ich badaniach wynosił od 5 do 9. W badaniach tutaj analizowanych wynosi on od 17,2 do 57,1 (patrz tablica 3).

Tablica 3. Porównanie nośności eksperymentalnych z nośnościami teoretycznymi

Seria	Model	$f_{ct}$	$x_f$	$x_s$	$x$	$V_{cal}(x)$	$\frac{V_{test}}{V_{cal}(x)}$	$\frac{V_{cal}(x_s)}{V_{cal}(x)}$	$\frac{V_{test}}{V_{cal}(x_s)}$
		$\rho_l f_{ym}$	[mm]			[kN]		[kN]	
1	P-15-0,32	18,7	10,9	29,5	15,9	59,8	4,56	186,2	1,47
	P-20-0,21	27,6	11,0	44,3	17,7	67,7	5,77	318,7	1,23
	P-25-0,17	37,7	10,2	55,8	17,3	81,2	5,91	490,2	0,98
	P-30-0,14	45,8	10,3	68,0	17,9	87,0	7,15	644,9	0,96
	P-35-0,12	57,1	9,9	81,0	17,6	95,1	7,78	863,2	0,86
2	P-20-0,40	17,8	17,1	43,5	24,5	151,0	4,41	409,7	1,62
	P-25-0,40	19,2	20,1	55,0	29,4	206,1	4,46	588,9	1,56
	P-30-0,40	18,3	25,9	67,8	37,5	256,7	4,99	737,2	1,74
	P-35-0,40	17,2	32,3	79,5	45,9	345,0	5,80	908,9	2,20
3	P-15-0,31	25,5	8,7	31,8	13,7	70,6	4,97	270,5	1,30
	P-20-0,22	39,8	7,8	43,8	13,2	84,7	5,94	470,5	1,07
	P-25-0,27	32,1	12,3	55,5	20,1	153,4	5,37	649,9	1,27
	P-30-0,22	38,3	12,6	68,5	21,3	162,7	5,84	834,2	1,14
Srednia							5,61		1,34
Standardowe odchylenie							0,97		0,36
Współczynnik zmienności							0,17		0,27

#### 4. Wnioski

Próba wykorzystania modelu „strut-and-tie” w wersji zaproponowanej przez Rizka, Marzouka i Tiller [7], [8] do analizy wytrzymałościowej żelbetowych płyt krępych okazała się niezadawalająca. Przyczyną takiego stanu rzeczy wydaje się błędne szacowanie wysokości strefy ściskanej. Przyjęcie metodyki szacowania tego parametru według propozycji Theodorakopoulou i Swamy’ego okazało się nietrafione dla płyt krępych. Dalsze prace doskonalące model powinny być skierowane na ściślejsze określanie wysokości strefy ściskanej dla płyt krępych.

Badania własne przedstawione w artykule zostały sfinansowane przez Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego – projekt badawczy nr N N506 158440.

#### Literatura

- 1 PN-EN 1992-1-1:2008/NA:2010 Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków;
- 2 Model Code 2010, Final draft – Volume 2, FIB Bulletin 66, April 2012;
- 3 Kinnunen S, Nylander H.: Punching of concrete slabs without shear reinforcement. Transactions No.158. Royal Institute of Technology, Stockholm, 1960, s. 112;
- 4 Broms C.E.: Punching of flat plates – A question of concrete properties in biaxial compression and size effect. ACI Structural Journal V.87, No.3 May-June 1990, s. 292-304;
- 5 Hallgren M.: Punching shear capacity of reinforced high strength concrete slabs. Doctoral Thesis, KTH Stockholm, TRITA-BKN. Royal Institute of Technology, Stockholm, Bull. 23, 1996, s. 206;
- 6 Hallgren M.: Modified Mechanical Model by Hallgren. Punching of structural concrete slabs. FIB Bulletin 12, April 2001, s. 46-55;
- 7 Marzouk H., Rizk E., Tiller R.: Design of Shear Reinforcement for Thick Plates Using a Strut-And-Tie Model, Can. J. Civ. Eng., 37(2), 2010, s.181-194;
- 8 Rizk E., Marzouk H., Tiller R.: Design of thick Concrete Plates Using Strut-And-Tie Model, ACI Structural Journal, Vol. 109, No. 5, September-October 2012, s.677-686;



- 9 CSA-A23.3-04, Design of Concrete Structures for Buildings. Canadian Standards Association, Rexdale, ON, Canada, 2004, s. 258;
- 10 Theodorakopoulos D., Swamy R.: Ultimate Punching Shear Strength Analysis of Slab-Column Connections, Cement and Concrete Composites, V.24, No. 6, 2002, s. 509-521;
- 11 Urban T., Krakowski J., Gołdyn M., Krawczyk Ł.: Przebicie żelbetowych płyt krępych (Punching of RC plates), Zeszyt Nr19 Katedry Budownictwa Betonowego Politechniki Łódzkiej, Łódź 2013, s. 174;
- 12 Urban T., Sitnicki J., Krakowski J.: O przebiciu żelbetowych płyt krępych. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej Nr 283, Budownictwo i Inżynieria Środowiska – Zeszyt 59, (nr 3/2012/II), s. 125÷132;
- 13 Urban T., Gołdyn M., Krakowski J., Krawczyk Ł.: Experimental Investigation on Punching Behavior of Thick Reinforced Concrete Slabs. Archives of Civil Engineering, LIX, 2, 2013, s 157÷174;

## **Punching shear behavior of thick reinforced concrete slabs according to Strut-and-Tie model**

**Tadeusz Urban<sup>1</sup>, Jakub Krakowski<sup>2</sup>**

*<sup>1,2</sup> Department of Concrete Structures, Lodz University of Technology  
e-mail: <sup>1</sup>tadeusz.urban@p.lodz.pl, <sup>2</sup>jakub.krakowski@p.lodz.pl*

**Abstract:** The punching shear behavior of thick reinforced concrete slabs was analyzed in this paper by using strut-and-tie model (S-T). Calculating procedures were compared to our own experimental test results. The analyzed elements were subjected to symmetric loading and without shear reinforcement.

**Keywords:** Strut-and-tie model, punching shear, shear slenderness, footing, size effect

