# Badanie nośności na przebicie płyt żelbetowych z różnie ukształtowanym zbrojeniem poprzecznym

Tadeusz Urban<sup>1</sup>, Łukasz Krawczyk<sup>2</sup>, Michał Gołdyn<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Katedra Budownictwa Betonowego, Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Politechnika Łódzka, e-mail <sup>1</sup>tadeusz.urban@p.lodz.pl, <sup>2</sup>lukasz.krawczyk@p.lodz.pl <sup>3</sup>michal.goldyn@p.lodz.pl

**Streszczenie:** W pracy zaprezentowano wyniki badań stref podporowych krępych płyt żelbetowych. Badania obejmowały cztery modele w skali 1:2. Wszystkie modele wykonano z tej samej mieszanki betonowej. Również zbrojenie główne było jednakowe we wszystkich modelach. Celem badań było wykazanie wpływu różnie ukształtowanego zbrojenia poprzecznego na nośność płyt na przebicie. Jeden z modeli był bez zbrojenia poprzecznego i służył jako model porównawczy. W pozostałych płytach zastosowano trzy rodzaje zbrojenia na przebicie: klasyczne strzemiona zamknięte obejmujące pręty zbrojenia głównego, strzemiona umieszczone pomiędzy siatkami zbrojenia głównego oraz zbrojenie w postaci drabinek. Wyniki badań wykazały kilkuprocentowe różnice w nośnościach poszczególnych modeli ze zbrojeniem poprzecznym, a najskuteczniejsze okazały się strzemiona klasycznie kształtowane obejmujące pręty zbrojenia głównego.

Słowa kluczowe: przebicie, zbrojenie poprzeczne, zakotwienie, kosze zbrojenia.

#### 1. Wprowadzenie

Asumpt do podjęcia badań na temat efektywności różnych typów zbrojenia poprzecznego na przebicie stanowi praktyka projektowa i wykonawcza. W wielu realizowanych współcześnie monolitycznych budynkach szkieletowych typu płyta – słup stosowane jest zbrojenie strzemionami, które nie obejmują prętów głównych płyty zarówno strefy ściskanej jak i rozciąganej. Takie podejście jest podyktowane względami technologicznymi. Montaż strzemion obejmujących główne zbrojenie płyty, zgodnie z zaleceniami normowymi, w warunkach budowy jest bardzo kłopotliwy. Stosowanie zbrojenia systemowego np. w postaci trzpieni dwugłówkowych jest stosunkowo drogie, stąd poszukiwania innych tańszych rozwiązań. Studium literaturowe dotyczące tych zagadnień zostało zaprezentowane przez autorów podczas 59–tej Konferencji Krynickiej i zamieszczone w artykule [1]. W niniejszej pracy zaprezentowano wyniki własnych badań eksperymentalnych.

#### 2. Program badań

Program badań obejmował cztery płyty o wymiarach w rzucie 1,2 x 1,2 m i grubości h = 0,2 m. Każdy model był zaopatrzony w odcinek słupa o średnicy 0,2 m. Zbrojenie główne rozciągane wykonano z prętów Ø12 w rozstawie co 100 mm w obu kierunkach. Średni stopień tego zbrojenia przewidywano  $\rho_l \approx 0,67\%$ . W strefach ściskanych płyt znajdowały się siatki z prętów Ø8 o podobnym rozstawie. Zbrojenie wszystkich modeli pokazano na rysunkach 1. i 2. Model L–0 był bez zbrojenia poprzecznego i stanowił odniesienie dla pozostałych modeli. W modelu L–1 zbrojenie poprzeczne wykonano zgodnie z zasadami normowymi, tzn. w każdym narożniku zamkniętych strzemion



Rys. 1. Zbrojenie modeli: a) L-0 bez zbrojenia poprzecznego, b) L-1 ze zbrojeniem strzemionami obejmującymi pręty strefy ściskanej i zbrojenia rozciąganego



Rys. 2. Zbrojenie modeli: a) L-2 ze strzemionami pomiędzy siatkami zbrojenia głównego, b) L-3 ze zbrojeniem w postaci spawanych wkładów (drabinek)

znajdował się pręt zbrojenia głównego. Strzemiona zamknięte zastosowano również w modelu L–2, ale ich wysokość zmniejszono tak, aby można było je umieścić pomiędzy siatkami zbrojenia głównego rozciąganego i ściskanego. Model L–3 miał zbrojenie na ścianie w postaci drabinek. Wszystkie modele zbrojone poprzecznie prętami Ø6 miały taką samą liczbę ramion strzemion. Pręty te rozmieszczono na dwóch obwodach wokół słupa po 16 sztuk na każdym. Pierwszy obwód oddalony był o 60 mm od krawędzi słupa, a drugi od pierwszego o 100 mm.

Płyty modeli zostały wykonane z betonu towarowego klasy C16/20, którego wytrzymałość określana w dniu badania modeli wynosiła średnio  $f_{cm} = 28,4$  MPa. Słupki były betonowane kilka dni później z betonu o wysokiej wytrzymałości wynoszącej około 80 MPa. W tablicy 1 zestawiono podstawowe parametry badanych modeli. Wysokości użyteczne płyt *d*, podane w tablicy, zostały ustalone w wyniku bezpośrednich pomiarów po przecięciu zniszczonych płyt. Różniły się one nieco od wielkości nominalnych pokazanych na rys. 1. i 2.

Madal	$f_{ym}$ (Ø12)	$f_{ym}$ (Ø6)	d		
Widder		[MPa]		[mm]	
L-0	_			170	
L-1	- 5156	620.9	28.4	172	
L-2	545,0	030,8	20,4	172	
L-3	_			171	

Tabela 1. Parametry materiałów badanych modeli i wysokości użytecznej płyty

Obciążenie na płytę przykładano poprzez słup aż do zniszczenia. Siła wzrastała skokowo co 40 kN. Na każdym poziomie utrzymywano stałe obciążenie przez około 10 min., w tym czasie wykonywano pomiary. W trakcie badań mierzono odkształcenia zbrojenia głównego i poprzecznego za pomocą tensometrów elektrooporowych oraz rejestrowano rysy i szerokość ich rozwarcia w kilku wybranych miejscach. Przykład morfologii rys dla jednego z modeli pokazano na rys. 3a. Lokalizacja tensometrów została pokazana na rysunkach zbrojenia oraz na rys. 3b na ściskanej powierzchni betonu płyty.



Rys. 3. Widok modelu L-1: a) morfologia rys po zniszczeniu, b) powierzchnia ściskana z naklejonymi tensometrami

#### 3. Wyniki badań

Dla rozważanej problematyki efektywności zbrojenia poprzecznego najbardziej interesujące są wyniki pomiarów odkształceń strzemion. Na rysunku 4. pokazano średnie odkształcenia strzemion na dwóch obwodach. Każdy wykres uzyskano jako wartość średnią z ośmiu czujników, których lokalizacja została pokazana na rysunkach zbrojenia (rys. 1. i 2.). Pręty, na których mierzono odkształcenia zostały oznaczone większym okręgiem.



Rys. 4. Odkształcenia zbrojenia poprzecznego a) pierwszy obwód, b) drugi obwód w funkcji obciążenia

Strzemiona przed osiągnięciem połowy nośności eksperymentalnej we wszystkich modelach wykazywały praktycznie zerowe odkształcenia. Strzemiona na pierwszym obwodzie zostały wciągnięte do współpracy w przenoszeniu obciążenia przy około 60% siły niszczącej. Drugi obwód zbrojenia poprzecznego włączył się do współpracy nieco później przy około 75% nośności eksperymentalnej. Skok odkształceń zbrojenia na drugim obwodzie był bardziej gwałtowny. Niektóre strzemiona zarówno pierwszego jak i drugiego obwodu osiągnęły granicę plastyczności. W przypadku modelu L–1 doszło do zerwania kilku strzemion, co zostało pokazane na rys. 5. W przypadku modelu L–2 ze strzemionami wewnątrz zbrojenia głównego rysy ukośne o największym rozwarciu ominęły zbrojenie poprzeczne w stanie granicznym nośności (patrz rys. 6.). Podobny układ rys ukośnych, jak w modelu L–1 uzyskano w płycie L–3 (patrz rys. 7.).



Rys. 5. Przekrój modelu L-1 z widocznymi zerwanymi strzemionami z prawej strony słupa



Rys. 6. Przekrój modelu L-2 z widocznymi rysami omijającymi zbrojenie poprzeczne



Rys. 7. Przekrój modelu L-3 z widocznymi rysami ukośnymi

### 4. Analiza wyników badań

#### 4.1. Porównanie wyników z EC2

Porównano uzyskane wyniki nośności ze średnimi wartościami nośności obliczonymi zgodnie z procedurą Eurokodu 2 [2]. Wyniki tej analizy zestawiono w Tablicy 2.

Tabela 2.Obliczenia nośności na	przebicie wg	g Eurokodu 2 i	porównanie z nośności	ą eksperv	ymentalna
	1 C		1		

Madal	а	$\theta$	$ ho_l$	k	$v_{min}$	$v_R$	$V_{R,max}$	$V_{R,c}$	$V_R$	$V_{R,max}$	$f_{ywd,eff}$	$A_{sw}$	$V_{R,cs}$	$V_{test}$	V <sub>test</sub>	$V_{test}$
Model	[mm]	[°]	[%]	[-]		[MPa]			[kN]		[MPa]	[mm <sup>2</sup> ]	[kN]	[kN]	$V_{R,cs}$	$V_{EC2}$
L-0	212,5	38,7	0,665	2,0	0,844	1,534	6,042	451	512	645	-	-	_	861	-	1,68
L-1	215,0	38,7	0,657	2,0	0,844	1,528	6,042	458	520	653	293,0	452	686	980	1,43	1,50
L-2	215,0	38,7	0,657	2,0	0,844	1,528	6,042	458	520	653	293,0	452	686	940	1,37	1,44
L-3	213,8	38,7	0,661	2,0	0,844	1,531	6,042	454	516	649	292,8	452	680	959	1,41	1,48
а	- (	odległa	ość od k	crawe	ędzi słu	pa do v	vylotu 1	rysy u	kośne	j w po	ziomie	zbroje	nia gł	ówneg	<u>3</u> 0,	
$\theta$	- 1	kąt nac	chylenia	a rysy	/ ukośn	ej,										
$\rho_l$	- 5	stopieŕ	i zbroje	nia g	dówneg	<u>3</u> 0,										
k	- 1	współc	zynnik	i ska	li,											
$v_R$	- 1	napręż	enia kr	ytycz	ne na o	bwodz	ie konti	rolnyr	n w oo	ilegio	ści <i>a</i> od	słupa	,			
$v_{min}$	- 1	ninim	alne naj	pręże	nia kry	tyczne	na obw	odzie	kontr	olnyn	n w odle	głości	<i>a</i> od s	słupa,		
$v_{max}$	- 1	naksy	malne r	naprę	żenia k	rytyczr	ne na ob	owodz	ie kor	ntrolny	$m u_0, n$	a kraw	vędzi s	słupa,		
$V_R$	- 1	nośnoś	ć na pr	zebic	ie płyty	/ bez z	brojenia	a popi	zeczn	ego,						
$V_{R,c}$	- 1	nośnoś	ć na pr	zebic	ie płyty	/ bez zł	brojenia	a popi	zeczn	ego ko	orespon	dująca	ı z obv	voden	$u_1$ ,	
$V_{R,max}$	- 1	naksy	malna r	nośnc	sć na p	rzebici	e,									
$f_{yw,eff}$	- (	efektyv	wna gra	nica	plastyc	zności	zbrojei	iia po	przecz	znego,						
$A_{sw}$	- 1	pole przekroju zbrojenia poprzecznego na jednym obwodzie,														
$V_{R,cs}$	- 1	nośnoś	ć na pr	zebic	ie płyty	/ zbroj	onej po	przecz	znie,							
$V_{test}$	- 1	nośnoś	ć ekspe	eryme	entalna.											

Jak widać z powyższego zestawienia, nośność eksperymentalna znacznie przekracza średnie wartości nośności teoretycznych. Największy zapas bezpieczeństwa tkwi w modelu bez zbrojonia poprzecznego (L–0). Gdyby nawet przyjąć, że o nośności decyduje  $V_{R,max}$ , to i tak zapas bezpieczeństwa byłby znaczny –  $V_{test}/V_{R,max}$ =1,334. We wszystkich elementach ze zbrojeniem poprzecznym o nośności obliczeniowej decydowała nośność maksymalna  $V_{R,max}$ . Gdyby przyjąć za miarodajne nośności obliczeniowe  $V_{R,cs}$ , to stosunki  $V_{test}/V_{R,cs}$  wynosiłyby dla poszczególnych modeli: L–1 1,43; L–2 1,37 i L–3 1,41.

Powyższa analiza wykazała, że procedura Eurokodu 2 niezbyt dobrze aproksymuje wyniki eksperymentalne. Wydaje się, że błąd procedury związany jest z określaniem nośności stref podporowych bez zbrojenia poprzecznego. Również nośność maksymalna  $V_{R,max}$  stanowi zbyt rygorystyczne ograniczenie.

#### 4.2. Porównanie wyników z Model Code 2010

Zgodnie z procedurą obliczeniową Model Code [3] nośność płyty na przebicie ( $V_R$ ) składa się z sumy udziału betonu  $V_c$  i zbrojenia poprzecznego  $V_s$  w przypadkach, w których zostało zastosowane. Ponadto dla płyt ze zbrojeniem poprzecznym należy sprawdzić możliwość zmiażdżenia krzyżulca ściskanego w pobliżu słupa ( $V_{R,max}$ ), a także przebicie poza strefą zbrojenia poprzecznego ( $V_{R,out}$ ). Obwód kontrolny dla sprawdzenia naprężeń stycznych, podobnie jak w normie dotyczącej konstrukcji betonowych z 2002 roku [4], oddalony jest o pół wysokości użytecznej płyty od lica słupa. Maksymalna siła poprzeczna jaka może być przeniesiona przez element jest funkcją kąta obrotu płyty ( $\psi$ ) względem podpory (patrz rys. 8.). Kąt obrotu uzależniony jest od obciążenia konstrukcji. Dla określenia nośności konieczne jest skorzystanie z algorytmu iteracyjnego, lub znalezienia przecięcia krzywej obciążenie – obrót z wykresem kryterium zniszczenia (patrz rys. 9.).



Rys. 8. Kąt obrotu płyty –  $\psi$ 

Wartość kąta obrotu może być obliczana za pomocą różnych metod, w referacie zdecydowano się na korzystanie z drugiego poziomu przybliżenia przedstawionego w Model Code, użyto więc wzoru (1). Procedura Model Code wyszczególnia cztery poziomy przybliżenia wartości kąta obrotu. Pierwszy służy wstępnemu oszacowaniu nośności, drugi jest rekomendowany do celów projektowych, przy ekspertyzach należy stosować trzeci, lub czwarty poziom. Dla uzyskania najdokładniejszych danych należy posługiwać się obliczeniami metody elementów skończonych z uwzględnieniem nieliniowości materiałowych i usztywnienia zbrojenia betonem w strefie rozciąganej (tension stiffening effect).

$$\psi = 1.5 \frac{r_s}{d_v} \frac{f_y}{E_s} \left(\frac{m_E}{m_R}\right)^{1.5} \tag{1}$$

Nośność krzyżulca ściskanego zależy ponadto od  $k_{sys}$  współczynnika efektywności zbrojenia poprzecznego, którego wartość można przyjąć równą 2,0 lub określić z badań. Procedura obliczeniowa bazuje na teorii krytycznej rysy powstałej na skutek działania sił poprzecznych (Critical Shear Crack Theory) autorstwa Muttoniego i innych [5], [6]. Dla rozstrzygnięcia kwestii niejednoznacznie określonych w Model Code korzystano również z opracowania [7].



Rys. 9. Zależność obciążenie – obrót i kryterium zniszczenia płyty bez zbrojenia poprzecznego oraz a) wewnątrz obszaru zbrojenia, b) przez zmiażdżenie krzyżulca ściskanego.

Wyniki obliczeń prowadzonych według Model Code 2010 dla wartości średnich oraz ich porównanie z nośnością eksperymentalną zostały zaprezentowane w Tablicy 3.

Madal	$m_E$	$m_R$	$\psi$	$k_{\psi}$	$b_0$	$V_c$	$A_{s,MC}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle swd}$	$V_s$	$V_R$	k <sub>sys</sub>	$V_{R,max}$	$V_{MC}$	$V_{test}$	$V_{test}$
Model	[kNı	n/m]	[-	-]	[m]	[kN]	$[mm^2]$	[MPa]	[k]	N]	[-]		[kN]		$\overline{V_{MC}}$
L-0	59,88	98,38	0,0046	0,4541	1,16	479	_	_	-	-	-	_	479	861	1,80
L-1	87,63	99,80	0,0078	0,3681	1,17	396	904,8	337	305	701	2,00	793	701	980	1,40
L-2	87,50	99,43	0,0079	0,3675	1,17	394	904,8	339	306	700	2,00	787	700	940	1,34
L-3	87,50	99,06	0,0080	0,3666	1,17	391	904,8	342	309	700	2,00	781	700	959	1,37
$m_E$	– je	<ul> <li>jednostkowy moment graniczny,</li> </ul>													
$m_R$	— Ś1	średni moment jednostkowy od oddziaływań,													
Ψ	- k	kąt obrotu płyty przy obciążeniu równym nośności płyty obliczony według drugiego stopnia													
kψ	- w	współczynnik redukcji nośności betonu na przebicje ze wzgledu na kat obrotu płyty $w_{II}$ .													
$b_0$	- 0	bwód k	ontrolny	(oddalo	ony o	pół wy	ysokości	i użytec	znej o	d lica	słupa	,			
$V_c$	– n	ośność	betonu p	łyty obl	iczon	a na p	odstawi	e współ	czynn	ika,					
$A_{s,MC}$	– p N	pole przekroju zbrojenia poprzecznego brane pod uwagę przy prowadzeniu obliczeń według Model Code 2010.													
$\sigma_{\scriptscriptstyle swd}$	– n	aprężer	nia w zbr	ojeniu p	oprze	ecznyn	n,								
k <sub>sys</sub>	- W	spółcz	ynnik efe	ektywno	ści zb	rojeni	a poprz	ecznego	),						
$V_s$	— si	siła przebijająca przenoszona przez zbrojenie poprzeczne,													
$V_R$	– n	nośność na przebicie płyty zbrojonej poprzecznie,													
$V_{R,max}$	– n	maksymalna nośność na przebicie,													
$V_{MC}$	- n	nośność płyty na przebicie.													

Tabela 3.Obliczenia nośności na przebicie wg MC 2010 i porównanie z nośnością eksperymentalną

Na podstawie przytoczonych powyżej danych można stwierdzić, że nośności obliczone zgodnie z Model Code 2010 są znacznie niższe od eksperymentalnych. Największe niedoszacowanie nośności dotyczyło modelu L–0, iloraz  $V_{test}/V_{MC}$  wyniósł 1,918. Dla pozostałych modeli analogiczna wartość wahała się w granicach 1,515÷1,548. Warto zauważyć, że obliczone nośności modeli były sobie równe i zdeterminowane nośnością strefy zbrojonej poprzecznie, inaczej niż w procedurze Eurokodu, gdzie decydująca okazała się nośność krzyżulca ściskanego. Należy zauważyć, że zbrojenie poprzeczne płyt (poza L– 1) nie spełniało warunku dotyczącego maksymalnej otuliny zbrojenia.

#### 5. Podsumowanie

Badane płyty ze zbrojeniem poprzecznym wykazały nośność około 13% wyższą niż model porównawczy. Różnice między nośnością osiągniętą przez modele z różnym rodzajem zbrojenia są nieznaczne. Najbardziej efektywne okazały się strzemiona obejmujące zbrojenie główne (zgodne z wymaganiami Model Code 2010). Ich zastosowanie pozwoliło wykorzystać pełną nośność strzemion (zerwanie prętów L–1). Obie przedstawione metody obliczeniowe znacznie niedoszacowują nośności płyt krępych.

#### Literatura

- 1 Urban T., Gołdyn M., Krawczyk Ł.: Wpływ rodzaju zbrojenia poprzecznego o niepełnym zakotwieniu na nośność płyty żelbetowej przy przebiciu. Budownictwo i Architektura, Politechnika Lubelska, Vol. 12(1) 2013, s. 195÷202;
- 2 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1–1: Reguły ogólne i reguły dla budynków;
- 3 Model Code 2010. Final draft. Bulletin 65,66 FIB, March 2012;
- 4 PN-B-03264 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie, grudzień 2002
- 5 Muttoni A., Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement ACI Structural Journal Vol. 105 No°4, 2008, pp. 440-450;
- 6 Fernandez Ruiz M., Muttoni A., Applications of Critical Shear Crack Theory to Punching of Reinforced Concrete Slabs with Transverse Reinforcement ACI Structural Journal Vol. 106 No°4, 2009, pp. 485-494;
- 7 Lips S., Muttoni A., Fernández Ruiz M.: Punching of flat slabs: Design example Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, 16.12.2011.

# Experimental investigations of punching shear concrete slabs with different types of transverse reinforcement

## Tadeusz Urban<sup>1</sup>, Łukasz Krawczyk<sup>2</sup>, Michał Gołdyn<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Department of Concrete Structures, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Environmental Engineering, Łódź University of Technology, e-mail <sup>1</sup>tadeusz.urban@p.lodz.pl, <sup>2</sup>lukasz.krawczyk@p.lodz.pl<sup>3</sup>michal.goldyn@p.lodz.pl

Abstract: The results of support zone thick concrete slabs experimental investigation are presented in the paper. The experimental program consisted of 4 square reinforced concrete flat models to 1:2 scale made of the same concrete with the same dimensions and the same flexural reinforcement. The aim of tests was proved the influence of different transverse reinforcement types on punching shear load capacity. One of the models was a comparative slab made without transverse reinforcement. In the other slabs three types of transverse reinforcement were used: typical stirrups enclosing flexure reinforcement, stirrups situated between flexure reinforcement and ladders. The test results show a few percent difference in load capacity between models with transverse reinforcement, the most effective were typical stirrups enclosing the main reinforcement.