

## Wpływ siły podłużnej na podatność zginanych węzłów stalowej konstrukcji nośnej w pożarze rozwiniętym

Mariusz Maślak<sup>1</sup>, Małgorzata Snela<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Katedra Konstrukcji Metalowych, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska,  
e-mail: mmaslak@pk.edu.pl

<sup>2</sup> Katedra Konstrukcji Budowlanych, Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Lubelska,  
e-mail: m.snela@pollub.pl

**Streszczenie:** W pracy podjęto próbę jakościowego i ilościowego oszacowania wpływu jaki na zachowanie się w pożarze rozwiniętym zginanych stalowych węzłów podatnych typu rygiel – rygiel albo słup – słup ma równoczesne oddziaływanie siły osiowej. Analiza opiera się na uogólnieniu klasycznego algorytmu metody składnikowej. Obecna w węźle siła podłużna koryguje nie tylko warunki obciążenia poszczególnych elementów, efektywnych w ocenie nośności, ale również wpływa w sposób znaczący na ich odkształcenie, co w konsekwencji przekłada się na zmianę sztywności. Zaobserwowany efekt jest tym bardziej istotny im większy jest udział siły podłużnej w globalnym bilansie oddziaływań.

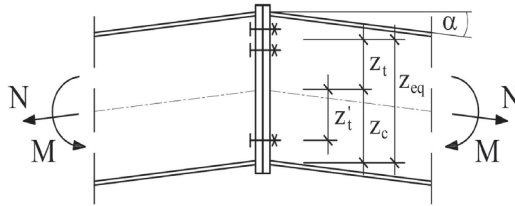
**Słowa kluczowe:** pożar rozwinięty, konstrukcja stalowa, węzeł podatny, nośność, sztywność, metoda składnikowa

### 1. Wprowadzenie

W praktyce inżynierskiej przy ocenie podatności węzła z wykorzystaniem klasycznych algorytmów metody składnikowej na ogół uwzględnia się jedynie te oddziaływania poszczególnych elementów połączenia, które zostały wygenerowane przez moment zginający. Takie uproszczenie może jednak prowadzić do nadmiernie optymistycznych oszacowań sztywności, dlatego wszędzie tam, gdzie potrzebna jest większa precyzja opisu stosuje się modele formalne kwantyfikujące wpływ odpowiedniej interakcji sił wewnętrznych. Musi jednak dziwić, że uwaga badaczy nakierowana jest na tym polu głównie na interakcję zginania ze ścinaniem, natomiast niemniej istotny wpływ siły podłużnej zostaje z reguły pomijany. Świadczy o tym chociażby stosunkowo uboga baza dostępnych wyników eksperymentalnych i prac teoretycznych poświęconych temu zagadnieniu (na przykład [1], [2], [3], [4], [5], [6]). Celem niniejszej pracy jest wykazanie, że interakcja  $M-N$ , powszechna w węzłach stosowanych w konstrukcjach stalowych, odgrywa zasadniczą rolę w odpowiedzi tych węzłów na przyłożone do nich obciążenia zewnętrzne, w szczególności poprzez odpowiednią modyfikację ich sztywności i nośności.

Do analizy wybrano węzeł doczołowy pokazany na Rys. 1. Odpowiada on zarówno typowemu węzłowi rygiel–rygiel (*end plate beam-to-beam knee joint*) jak i węzłowi typu słup–słup (*end plate column-to-column joint*). Przy założonym zwrocie momentu zginającego i rozpatrywaniu samego zginania mamy do czynienia ze ściskaniem w dolnym pasie rygla i rozciąganiem śrubami w jego górnej części. Jeżeli jednak rozpatrywać łącznie współdziałanie momentu zginającego i siły podłużnej to w zależności od wartości i znaku siły  $N$  mogą zachodzić następujące przypadki (oznaczenia zgodne z Rys. 1):

- siła ściskająca  $F_{d,c}$  w dolnym pasie rygła, przyłożona na ramieniu  $z_c$  względem jego osi, oraz siła rozciągająca  $F_{g,t}$  w górnej części rygła, której ramię  $z_t$  względem tej samej osi zależy od rozstawu istniejących w połączeniu rzędów śrub, stąd  $z_{eq} = z_c + z_t$ ,
- ściskanie zarówno w dolnej jak i w górnej części rygła, odpowiednie ramiona sił  $F_{d,c} = F_{c,max}$  i  $F_{g,c} = F_{c,min}$  wynoszą wtedy w obu częściach  $z_c$ , a zatem  $z_{eq} = 2z_c$ ,
- rozciąganie zarówno w dolnej jak i w górnej części rygła, co daje ramiona sił  $F_{d,t} = F_{t,min}$  i  $F_{g,t} = F_{t,max}$  równe odpowiednio  $z'_t$  i  $z_t$ , czyli  $z_{eq} = z_t + z'_t$ .



Rys. 1. Węzeł analizowany w pracy (oznaczenia objaśniono w tekście)

## 2. Nośność węzła z uwzględnieniem wpływu siły podłużnej

Elementami węzła efektywnymi z punktu widzenia oceny jego podatności będą:

- w pierwszym przypadku: rozciągane śruby (*bt – bolts in tension*) oraz środek rygła (*bwt – beam web in tension*), zginana blacha czołowa (*epb – end plate in bending*) oraz ściskana dolna półka rygła (*bfc – beam flange in compression*),
- w drugim przypadku: ściskane obie półki rygła (*bfc – beam flange in compression*),
- w trzecim przypadku: rozciągane śruby, zarówno te w górnych rzędach jak i te w dolnym rzędzie, (*bt – bolts in tension*) oraz środek rygła (*bwt – beam web in tension*), a także zginana blacha czołowa (*epb – end plate in bending*).

A zatem, za autorami pracy [7], można podać zależności służące do oszacowania nośności węzła zredukowanej ze względu na wpływ siły podłużnej. Wychodząc z klasycznych warunków równowagi otrzymuje się odpowiednio:

- w pierwszym przypadku:

$$M_{Rd} = \min \left\{ \begin{array}{l} \sum_r (F_{t,r,Rd} h_r) - z_c N \cos \alpha \\ F_{c,Rd} (z_c + z_t) + z_t N \cos \alpha \end{array} \right\} \quad (1)$$

- w drugim przypadku:

$$M_{Rd} = z_c (2F_{c,Rd} + N \cos \alpha) \quad (2)$$

- w trzecim przypadku:

$$M_{Rd} = \min \left\{ \begin{array}{l} \sum_r [F_{t,max,r,Rd} (h_r - z_c + z'_t)] - z'_t N \cos \alpha \\ z_t N \cos \alpha - F_{t,min,i,Rd} (z_t + z'_t) \end{array} \right\} \quad (3)$$

Indeks  $i$  należy wiązać z kolejnymi składnikami węzła natomiast indeks  $r$  z odpowiednim rzędem śrub, co oznacza że ramię  $h_r$  definiuje położenie rozpatrywanego rzędu względem osi dolnej półki belki. Poszczególne nośności  $F_{i,Rd}$  zostaną wyspecyfikowane szczegółowo w rozdziale 4 niniejszej pracy.

### 3. Wpływ siły podłużnej na obrót węzła

Z relacji siła – przemieszczenie, która w zakresie sprężystej pracy węzła przyjmuje postać:

$$F_i = k_i E \Delta_i \quad (4)$$

gdzie  $\Delta_i$  jest odkształceniem  $i$ -tego składnika węzła,  $k_i$  współczynnikiem proporcjonalności określającym sztywność sprężyny modelującej pracę tego składnika, natomiast  $E$  modułem sprężystości podłużnej stali z której wykonano węzeł, wynika że:

$$\Delta_i = \frac{F_i}{k_i E} \quad (5)$$

Wartości siły  $F_i$  zależą od przypadków wyspecyfikowanych w rozdziale 1 niniejszej pracy i wynoszą odpowiednio:

- w pierwszym przypadku:

$$F_{t,i} = \frac{M + z_c N \cos \alpha}{z_c + z_t} \quad \text{oraz} \quad F_{c,i} = \frac{M - z_t N \cos \alpha}{z_c + z_t} \quad (6)$$

- w drugim przypadku:

$$F_{c,\max} = \frac{M}{2z_c} + \frac{N \cos \alpha}{2} \quad \text{oraz} \quad F_{c,\min} = \frac{M}{2z_c} - \frac{N \cos \alpha}{2} \quad (7)$$

- w trzecim przypadku:

$$F_{t,\max,i} = \frac{M + z_t' N \cos \alpha}{z_{t,i} + z_t'} \quad \text{oraz} \quad F_{t,\min,i} = \frac{z_t' N \cos \alpha - M}{z_t + z_t'} \quad (8)$$

Powyższe zależności pozwalają na oszacowanie obrotu węzła. Zależy on jedynie od odkształceń generowanych przez składniki rozciągane, w tym także od zginanej płyty czołowej ( $epb$ ) stanowiącej wraz z rozciąganymi śrubami odpowiedni króciec teowy, co oznacza że:

$$\varphi = \frac{\sum_i \Delta_{t,i}}{z_{eq}} = \frac{1}{E z_{eq}} \frac{\sum_i F_{t,i}}{\sum_i k_{t,i}} \quad (9)$$

a zatem w drugim z rozpatrywanych przypadków węzeł jest nominalnie sztywny. Po przeprowadzeniu obliczeń w pierwszym przypadku zachodzi:

$$\Delta_{t,i} = \frac{M + z_c N \cos \alpha}{E(z_c + z_t) k_{t,i}} \quad (10)$$

co daje:

$$\Sigma \Delta_{t,i} = \frac{M + z_c N \cos \alpha}{E(z_c + z_t)} \left( \frac{z_c + z_t}{\sum_r \left( \frac{1}{\frac{1}{k_{ep,r}} + \frac{1}{k_{b,r}}} \right) h_r} \right) \quad (11)$$

w trzecim natomiast:

$$\sum_i \Delta_{t,i} = \sum_i \Delta_{t,max,i} - \sum_i \Delta_{t,min,i} = \Delta_{t,max,eq} - (\Delta_{t,min,ep} + \Delta_{t,min,b}) \quad (12)$$

gdzie:

$$\Delta_{t,max,eq} = \frac{M + z'_t N \cos \alpha}{E(z_t + z'_t)} \cdot \frac{(z_t + z'_t)}{\sum_r \left[ \left( \frac{1}{\frac{1}{k_{max,ep,r}} + \frac{1}{k_{max,b,r}}} \right) (h_r - z_c + z'_t) \right]} \quad (13)$$

$$\Delta_{t,min,ep} = \frac{z_t N \cos \alpha - M}{E(z_t + z'_t)} \cdot \frac{1}{k_{t,min,ep}} \quad (14)$$

$$\Delta_{t,min,b} = \frac{z_t N \cos \alpha - M}{E(z_t + z'_t)} \cdot \frac{1}{k_{t,min,b}} \quad (15)$$

#### 4. Nośność składników węzła w temperaturze pożarowej

W pożarze rozwiniętym nośność poszczególnych składników węzła będzie redukowana na skutek malejącej granicy plastyczności stali, zgodnie z regułą  $f_{y,\Theta} = k_{y,\Theta} f_y$  (wartości odpowiednich współczynników redukcyjnych zestawiono w normie [8]). Jak widać z formuły (1) w pierwszym przypadku nośność węzła determinują nośność miarodajnego szeregu śrub  $F_{t,r,Rd}$  oraz nośność ściskanej półki belki  $F_{c,Rd}$ . Zgodnie z klasycznym ujęciem metody składnikowej (oznaczenia szczegółowe wyspecyfikowano w normie [9]), w warunkach pożaru zachodzi (indeks  $\theta$  oznacza temperaturę pożarową):

$$F_{t,r,Rd\theta} = \min(F_{t,ep,Rd\theta}, F_{t,bw,Rd\theta}) \quad (16)$$

przy czym nośność rozciąganej średnicy belki:

$$F_{t,bw,Rd\theta} = \frac{b_{eff,t,bw} t_{bw} k_{y\theta} f_y}{\gamma_{M,f_i}} \quad (17)$$

natomiast nośność blachy czołowej (wraz ze śrubami) zależy od zrealizowanego modelu zniszczenia króćca teowego, w tym w szczególności:

$$F_{t,ep,Rd,\theta} = \min(F_{T,1,Rd,\theta}, F_{T,2,Rd,\theta}, F_{T,3,Rd,\theta}) \quad (18)$$

A zatem:

- jeśli uplastycznieniu ulegną pasy króćca:

$$F_{T,1,Rd,\theta} = \frac{4M_{pl,1,Rd,\theta}}{m} \quad \text{gdzie } M_{pl,1,Rd,\theta} = 0,25 \frac{\Sigma l_{eff,1} t_{ep}^2 k_{y,\theta} f_y}{\gamma_{M0}} \quad (19)$$

- jeśli nastąpi zerwanie śrub z równoczesnym uplastycznieniem pasów:

$$F_{T,2,Rd,\theta} = \frac{2M_{pl,2,Rd,\theta} + n \Sigma F_{t,Rd,\theta}}{m+n} \quad \text{gdzie } M_{pl,2,Rd,\theta} = 0,25 \frac{\Sigma l_{eff,2} t_{ep}^2 k_{y,\theta} f_y}{\gamma_{M0}} \quad (20)$$

- jeśli zerwaniu ulegną śruby bez równoczesnego uplastycznienia pasów:

$$F_{T,3,Rd,\theta} = \Sigma F_{t,Rd,\theta} = F_{t,Rd} k_{b,\theta} \frac{\gamma_{M2}}{\gamma_{M,fi}} = \frac{k_2 k_{b,\theta} f_{ub} A_s}{\gamma_{M,fi}} \quad (21)$$

Z drugiej strony:

$$F_{c,Rd,\theta} = F_{c,bf,Rd,\theta} = \frac{W_{pl} k_{y,\theta} f_y}{\gamma_{M,fi} (h_b - t_{fb})} \quad (22)$$

W powyższych zależnościach  $b_{eff,t,bw}$  jest efektywną szerokością środka belki,  $t_{ep}$  - grubością pasa króćca teowego, czyli po prostu grubością blachy czołowej węzła,  $m$  - odległością osi śruby od spoiny łączącej blachę z belką,  $n$  - odległością osi śruby od brzegu blachy czołowej,  $l_{eff}$  - długością efektywną króćca teowego,  $f_{ub}$  - wytrzymałością śruby na rozciąganie,  $k_2$  - współczynnikiem zależnym od rodzaju śruby,  $k_{b,\theta}$  - współczynnikiem redukującym nośność śruby w temperaturze pożarowej,  $\gamma_{M,fi} = 1,0$  - częściowym współczynnikiem bezpieczeństwa odniesionym do sytuacji pożaru. W przypadku konieczności zastosowania formuły (3) mamy odpowiednio:

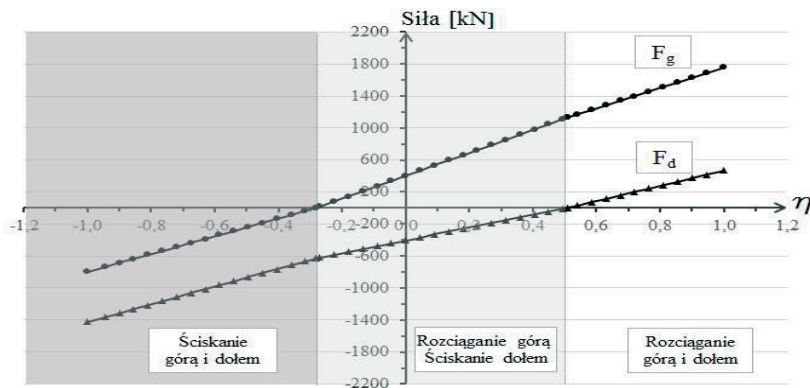
$$F_{t,max,r,Rd,\theta} = \min(F_{t,max,ep,Rd,\theta}, F_{t,max,bw,Rd,\theta}) \quad (23)$$

$$F_{t,min,i,Rd,\theta} = \min(F_{t,min,ep,Rd,\theta}, F_{t,min,bw,Rd,\theta}) \quad (24)$$

## 5. Przykład numeryczny

Szczegółowej analizie poddano węzeł przedstawiony na Rys. 1, wykonany ze stali S355, dla którego  $\alpha = 0^\circ$ . Założono rygle z dwuteownika IPE 330 i śruby M20 klasy 10.9. Poza tym przyjęto, że blacha czołowa ma wymiary  $370 \times 200 \times 20$  mm, natomiast ramiona sił wynoszą  $z_{t1} = 118,5$  mm,  $z_{t2} = 58,5$  mm,  $z'_t = 118,5$  mm. Rozpatrywany węzeł obciążony jest stałym momentem zginającym ściskającym dolny pas rygla, o wartości  $M = 100$  kNm, a także siłą osiową  $N$ , przyłożoną w osi rygla, taką że  $-1 \leq \eta \leq 1$ , gdzie  $\eta = N/N_{pl}$  (wartość dodatnia oznacza tu rozciąganie, ujemna - ściskanie,

$N_{pl} = 2222,3 \text{ kN}$  jest nośnością plastyczną przekroju rygła przy czystym rozciąganiu). Takie założenia pozwalają na wyznaczenie sił w pasach rygła po uwzględnieniu interakcji  $M-N$ . Przedstawiono je na Rys. 2 w zależności od wartości parametru  $\eta$ . Jeżeli obie siły,  $F_g$  i  $F_d$ , są mniejsze od zera to mamy do czynienia ze ścisaniem w obu pasach rygła (przypadek drugi), a zatem węzeł jest nominalnie sztywny. Z drugiej strony, przy obydwu siłach większych od zera, zarówno górny jak i dolny pas rygła są rozciągane (przypadek trzeci). Przypadek pierwszy, to znaczy rozciąganie górnego pasa i ściskanie dolnego, zachodzi gdy  $F_g > 0$  i  $F_d < 0$ . Na poniższym rysunku słabo uwidaczniają się skokowe zmiany wartości sił na granicach przywołanych powyżej obszarów, będące skutkiem zmiany miarodajnego ramienia działania (z  $z_c$  na  $z_t$  lub odwrotnie). Wartości sił  $F_g$  i  $F_d$  nie można jednak rozważać w pełnym zakresie  $-1 \leq \eta \leq 1$ . Ogranicza je bowiem nośność węzła, wyznaczona w pierwszym przybliżeniu przy założeniu czystego zginania. Dla danych z rozważanego przykładu zachodzi  $M_{Rd} = \sum_i F_{i,r,Rd} h_r = 165,15 \text{ kNm}$ , co daje przedział wartości dopuszczalnych zaznaczony na Rys. 3 (z lewej) przy temperaturze rygła  $\theta_a = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  (jak widać nie jest możliwe obustronne rozciąganie węzła, można natomiast tak dobrać wartość siły  $N$  aby uzyskać obustronne ściskanie).

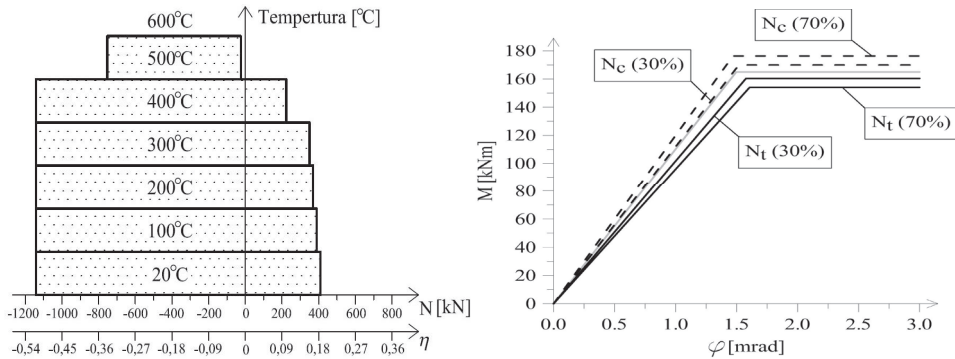


Rys. 2. Wartości sił w pasach rygła przy uwzględnieniu interakcji  $M-N$  (dla danych z przykładu)

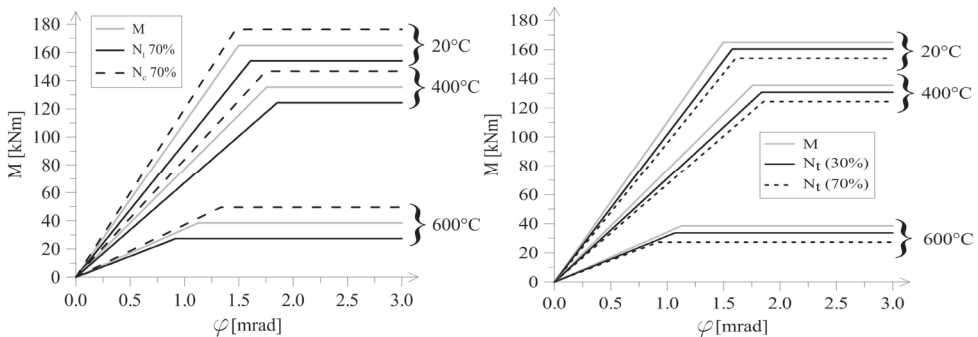
W dalszych rozważaniach skupiono się jedynie na przypadku rozciągania górnych rzędów śrub z jednoczesnym ścisaniem dolnego pasa rygła. Zastosowanie algorytmu przytoczonego powyżej prowadzi do relacji moment – obrót pokazanej na Rys. 3 (z prawej). Jak widać, założenie zginania z równoczesnym działaniem osiowej siły rozciągającej  $N_t$  daje w efekcie istotną redukcję nośności i sztywności węzła w stosunku do analogicznych wartości określonych dla czystego zginania (na rysunku relacje te zaznaczono jaśniejszą linią), tym większą im większy udział tej siły w globalnym bilansie oddziaływań (na rysunku pokazano wyniki otrzymane odpowiednio dla 30% i 70% udziału). Z drugiej strony, współdziałanie siły ścisającej  $N_c$  i założonego momentu zginającego, co oczywiste, podnosi nośność i sztywność węzła.

Uwzględnienie narastającej w pożarze temperatury elementów daje rezultaty pokazane na Rys. 4. Wpływ siły osiowej, wykazany wcześniej na Rys. 3, niejako nakłada się teraz na redukcję nośności i sztywności węzła spowodowaną samym pożarem. Zmiany te wynikają bowiem z odpowiedniej korekty właściwości mechanicznych stali konstrukcyjnej.

Zauważmy przy tym, że w temperaturze poniżej  $\theta_a = 400$  °C, zgodnie z [8], istotnemu zmniejszeniu ulega jedynie charakteryzujący ten materiał moduł sprężystości podłużnej ( $k_{E,\theta} < 1$ ), co wpływa w zasadzie głównie na zmianę sztywności węzła. Powyżej tej temperatury zachodzi jednak również coraz bardziej znacząca redukcja granicy plastyczności stali ( $k_{y,\theta} < 1$ ), a to nieuchronnie prowadzi do szybkiego wyczerpania nośności węzła (co ma miejsce w temperaturze niższej niż  $\theta_a = 600$  °C - patrz Rys. 3 – z lewej).



Rys. 3. Z lewej - zakres wartości siły osiowej przenoszonej przez węzeł we współdziałaniu z założonym momentem zginającym przy różnej wartości temperatury rygła, z prawej - relacja moment obrót uzyskana dla rozpatrywanego węzła przy założeniu interakcji M-N i temperatury rygła na poziomie  $\theta_a = 20$  °C



Rys. 4. Relacje moment - obrót charakteryzujące podatność rozpatrywanego węzła w pożarze przy uwzględnieniu interakcji M-N, z lewej - określone dla sił  $N_c$  i  $N_t$ , przy założonym udziale siły podłużnej na poziomie 70%, z prawej - wyspecyfikowane jedynie dla sił  $N_t$ , za to przy różnym ich udziale (ustalonym odpowiednio na poziomach 30% i 70%)

## 6. Uwagi końcowe

Uzyskane wyniki pozwalają na konstatację, że uwzględnienie wpływu siły osiowej może mieć istotne znaczenie dla uwiarygodnienia modeli formalnych opisujących zachowanie się zginanych węzłów podatnych. Przy danych przyjętych w rozpatrywanym przykładzie wpływ ten można oszacować mniej więcej na poziomie 10%, za to po stronie niebezpiecznej. Może on być jednak znacząco większy, jeśli tylko udział siły podłużnej w globalnym bilansie oddziaływań będzie dominujący. Niemniej jednak, efekt tego typu trzeba rozpatrywać w kontekście niedoskonałości dotychczas stosowanych modeli. Są one jak dotąd na tyle nieprecyzyjne, że wydaje się uzasadnione aby w praktyce inżynierskiej wpływy wykazane powyżej dołączyć do tych, które zostały zakwalifikowane do kategorii kojarzonej z niepewnością modelu obliczeniowego.

*Małgorzata Snela jest uczestnikiem projektu "Kwalifikacje dla rynku pracy - Politechnika Lubelska przyjazna dla pracodawcy" współfinansowanego przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.*

## Literatura

- 1 Wales M., Rossow E. C., Coupled moment - axial force behavior in bolted joints, *Journal of Structural Engineering ASCE*, Vol. 109, No. 5, May 1983.
- 2 Kalczyńska-Gasik B., Razowski A., Wpływ sił osiowych na dystrybucję sił wewnętrznych w ramie niesteżonej o podatnych połączeniach, *Inżynieria i Budownictwo*, 6/1995, str. 333-335.
- 3 Cerfontaine F., Jaspert J.P., Analytical study of the interaction between bending and axial force in bolted joints, *Proceedings of the 3rd European Conference on Steel Structures "Eurosteel"*, Coimbra, Portugal, September 19-20, 2002, s. 997-1006.
- 4 De Lima L.R.O., da Silva L.S., da S. Vellasco P.C.G., de Andrade S.A.L., Experimental analysis of extended end-plate beam-to-column joints under bending and axial force, *Proceedings of the 3rd European Conference on Steel Structures "Eurosteel"*, Coimbra, Portugal, September 19-20, 2002, s. 1121-1130.
- 5 Sokol Z., Wald F., Delabre V., Muzeau J.P., Švarc M., Design of end-plate joints subject to moment and normal force, *Proceedings of the 3rd European Conference on Steel Structures "Eurosteel"*, Coimbra, Portugal, September 19-20, 2002, s. 1219-1228.
- 6 Urbonas K., Daniūnas A., Component method extension to steel beam-to-beam and beam-to-column knee joints under bending and axial forces, *Journal of Civil Engineering and Management*, 3, (2005), s. 217-224.
- 7 Daniūnas A., Urbonas K., Influence of the semi-rigid bolted steel joints on the frame behaviour, *Journal of Civil Engineering and Management*, 16 (2), 2010, s. 237-241.
- 8 PN-EN 1993-1-2, Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-2: Reguły ogólne – Obliczanie konstrukcji na wypadek pożaru.
- 9 PN-EN 1993-1-8, Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-8: Projektowanie węzłów.

## The axial force influence on the flexibility of steel joints subject to bending under fully developed fire conditions

Mariusz Maślak<sup>1</sup>, Małgorzata Snela<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Department of Steel Structures, Faculty of Civil Engineering, Cracow University of Technology, e-mail: mmaslak@pk.edu.pl*

<sup>2</sup> *Department of Building Structures, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Lublin University of Technology, e-mail: m.snela@pollub.pl*

**Abstract:** The axial force qualitative influence as well as its quantitative evaluation on the behaviour of the flexible steel beam-to-beam and column-to-column knee joints subject to bending under fire conditions are assessed and discussed in detail. The proposed calculation algorithm is based on the generalization of classical component method. The essential effect of such axial force is not only the correction of internal forces applied to particular joint components, but also the significant modification of their strain conditions.

**Keywords:** fully developed fire, steel structure, flexible joint, component method