

# **Badanie wpływu wstępnych imperfekcji trzonu masztu na wartości sił wewnętrznych i wyężenie konstrukcji masztu**

**Monika Matuszkiewicz**

*Katedra Konstrukcji Metalowych, Wydział Inżynierii Łądowej, Środowiska i Geodezji,  
Politechnika Koszalińska, e-mail: m.mat@wilsig.tu.koszalin.pl*

**Streszczenie:** W pracy opisano wyniki obliczeń statyczno-wytrzymałościowych pewnego konkretnego masztu z uwzględnieniem imperfekcji w postaci wstępnych krzywizn przęseł masztu. Podstawowym celem pracy było zbadanie, w jakim stopniu wstępne imperfekcje trzonu masztu wpływają na wyężenie elementów konstrukcji masztu. Zamieszczone uwagi i wnioski końcowe mają znaczenie praktyczne i mogą być wykorzystane w projektowaniu kratowych masztów z odciągami.

**Słowa kluczowe:** maszt z odciągami, trzon kratowy, wstępne imperfekcje

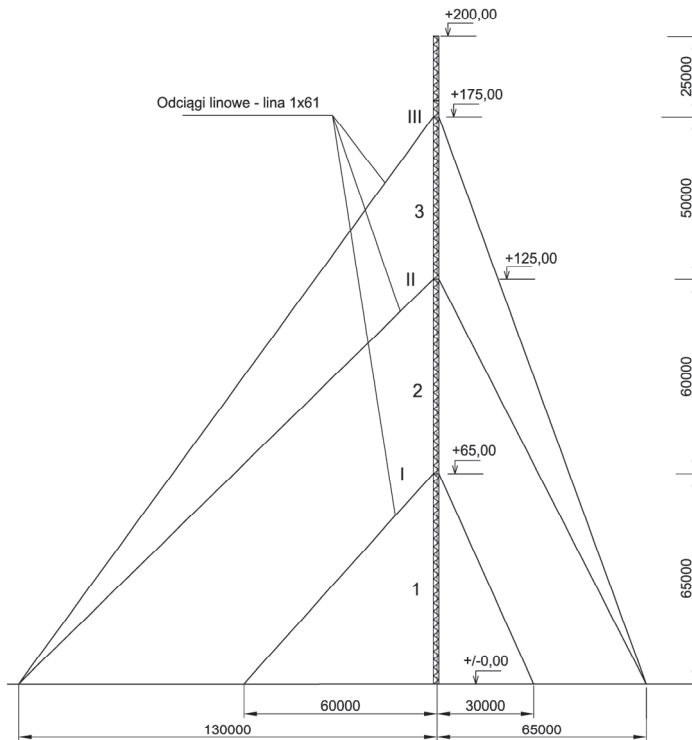
## **1. Wstęp**

Maszty są bardzo specyficznymi konstrukcjami, w których ze względu na geometryczną nieliniowość odciągów zachowanie całej konstrukcji także jest nieliniowe, tj. przemieszczenia trzonu masztu są nieliniowo zależne od obciążenia zewnętrznego. Zgodnie z [1], obliczenia statyczne konstrukcji masztowych należy wykonać stosując globalną analizę sprężystą z uwzględnieniem wpływu przemieszczeń na warunki równowagi. Z punktu widzenia poprawności obliczeń według teorii II rzędu, powinno się analizować konstrukcję typu „imperfekt”. Problemem jest brak jakichkolwiek wytycznych normowych, dotyczących wartości oraz formy przyjęcia wstępnych imperfekcji trzonu masztu. Brakuje też informacji, że można te imperfekcje w obliczeniach pominąć (taki zapis znalazł się, np. w niemieckiej normie masztowej [2]). Traktowanie w tej kwestii trzonu masztu jak typowego słupa złożonego, zgodnie z wytycznymi Eurokodu [3] jest dyskusyjne. Nieliniowość konstrukcji masztowej powoduje dużą zmienność sztywności podpór sprężystych w miejscach mocowania odciągów, a więc nie można tych podpór traktować jak typowych podpór konstrukcji. Postać wybożenia trzonu masztu także będzie się zatem różnić od postaci wybożenia słupów w typowych konstrukcjach. Zagadnienie to wymaga uwagi i będzie przedmiotem dalszych analiz. W pracy założono formę wstępnych imperfekcji trzonu masztu w postaci krzywizny przęseł masztu między dwoma poziomami zamocowania odciągów. Taka forma odpowiada wytycznym, dotyczącym tolerancji wykonania trzonu masztu, których wartości podano w załączniku F normy [1]. Podstawowym celem pracy było zbadanie wpływu wstępnych imperfekcji trzonu masztu na wyężenie elementów konstrukcji. Ze względu na obszerność obliczeń, w pracy zamieszczono wybrane rezultaty analizy statyczno-wytrzymałościowej.

## 2. Analiza statyczno-wytrzymałościowa

### 2.1. Opis konstrukcji masztu

Przeprowadzono obliczenia masztu wysokości 200 m. Trzon masztu zaprojektowano w postaci trójściennej kratownicy przestrzennej o rozstawie krawężników  $a = 2,0$  m (rys. 1). Krawężniki i krzyżulce zaprojektowano z rur okrągłych ze stali S355. Na krawężniki zastosowano rury  $\varnothing 168,3/12,5$  mm, a na skratowanie rury  $\varnothing 76,1/4,0$  mm zamocowane do krawężników w węzłach na śruby. Trzon podzielono na sekcje montażowe wysokości 10 m. Maszt ma trzy poziomy mocowania odciągów – na poziomach 65,0 m, 125,0 m i 175,0 m. Na odciągi zastosowano liny średnicy  $\varnothing 32$  mm o konstrukcji 1 x 61, wytrzymałości  $R_r = 1570$  MPa i minimalnej sile zrywającej równej 823,0 kN. Wartości sił wstępnego napięcia odciągów na wszystkich poziomach są jednakowe i wynoszą 75 kN (zgodnie z [1] – nie przekraczają 10% wartości siły zrywającej odciągi).



Rys. 1. Schemat masztu

### 2.2. Założenia przyjęte do analizy

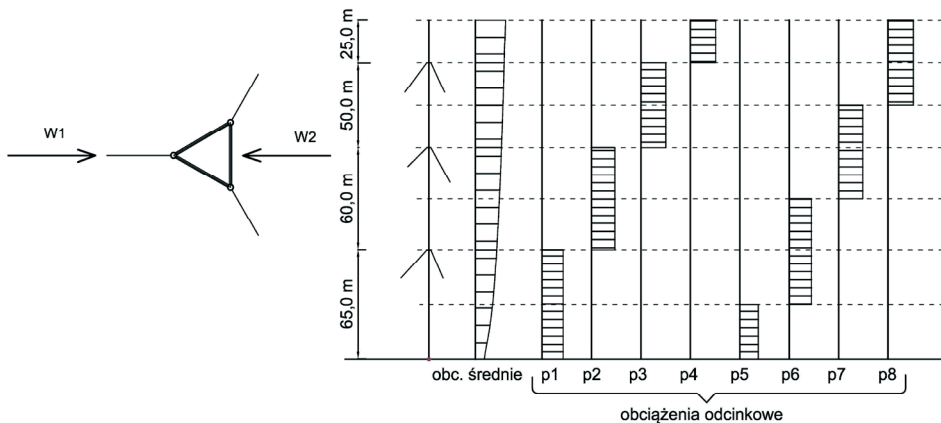
Przyjęto lokalizację masztu w 2. strefie obciążenia wiatrem zgodnie z [4], na terenie kategorii II. Zakwalifikowano konstrukcję do 2. klasy niezawodności, stąd wartość współczynnika częściowego od obciążeń stałych jest równa 1,1, a wartość współczynnika częściowego od obciążeń zmiennych 1,4. W obliczeniach uwzględniono ciężar własny konstrukcji (bez wyposażenia) oraz oddziaływania wiatru. Przyjęte zgodnie z [1] schematy obciążenia wiatrem masztu przedstawiono na rys. 2. Obliczenia przeprowadzono dla dwóch

najbardziej niekorzystnych kierunków działania wiatru: W1, dla którego uzyskano największe wartości sił w odciągach i W2, dla którego maszt ma najmniejszą sztywność (Rys. 2.).

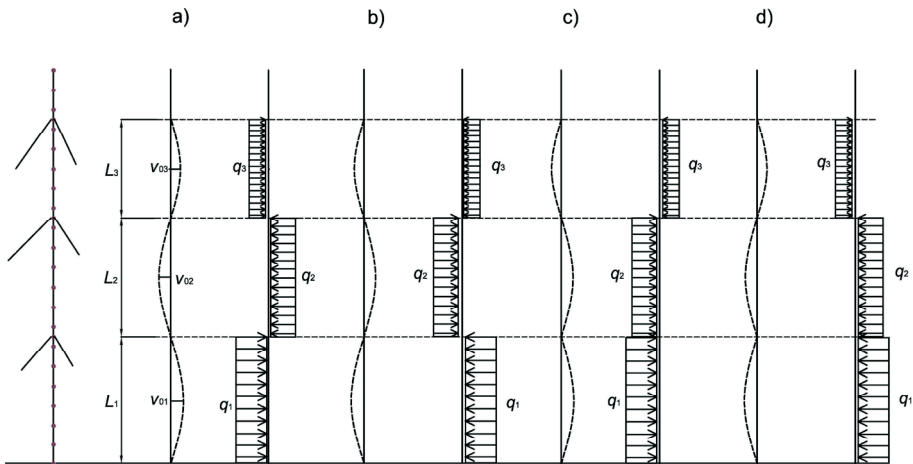
W celach porównawczych analizowano konstrukcję bez wstępnych imperfekcji oraz konstrukcję „imperfekt”, przyjmując wstępne wygięcia przęseł masztu między poziomami zamocowania odciągów o wartościach:  $v_0 = L/1000$  (wartości dopuszczalnych odchyłek montażowych, zgodnie z [1]), oraz  $v_0 = L/500$  (wartości wstępnych imperfekcji jak dla słupów złożonych, zgodnie z [3]). Wstępne krzywizny przęseł masztu zastąpiono w obliczeniach statycznych obciążeniem poprzecznym o wartości

$$q = 8Nv_0 / L^2 \tag{1}$$

(przy założeniu, że wstępna krzywizna przęsła jest opisana funkcją paraboliczną [5]). Symbole  $N$  i  $L$  oznaczają odpowiednio siłę osiową i rozpiętość konkretnego przęsła. Schematy zastępczych obciążeń trzonu masztu od wstępnych imperfekcji przedstawiono na rys. 3.



Rys. 2. Schematy i kierunki obciążenia wiatrem masztu zgodnie z [1]



Rys. 3. Przyjęte formy imperfekcji geometrycznych trzonu masztu z odpowiadającym im obciążeniami zastępczym

### 2.3. Obliczenia statyczno-wytrzymałościowe

Obliczenia statyczne przeprowadzono przy wykorzystaniu programu Mast, opisanego w [6]. Zastosowano globalną analizę sprężystą według teorii II rzędu, z uwzględnieniem nieliniowych właściwości odcigów. Kratowy trzon masztu zastąpiono w obliczeniach numerycznych pełnościennym prętem o odpowiednich charakterystykach geometryczno-wytrzymałościowych, z uwzględnieniem podatności na ściskanie, zginanie, ścinanie i skręcanie. Wartość obciążenia zastępczego  $q$ , zgodnie ze wzorem (1), zależy od wartości siły osiowej w przęśle masztu. Ponieważ rzeczywiste, dynamiczne oddziaływanie wiatru na elementy konstrukcji masztu zostało zastąpione, zgodnie z procedurą opisaną w [1], quasi równoważnym obciążeniem statycznym, złożonym ze średniego obciążenia wiatrem i szeregu obciążeń odcinkowych, uwzględnienie w obliczeniach konstrukcji obciążonej imperfekcjami stało się bardzo żmudne i skomplikowane.

Pierwszy etap obliczeń polega na określeniu wartości sił normalnych w przęsłach trzonu masztu przy założeniu, że w trzonie nie ma imperfekcji. Należy wykonać zatem szereg obliczeń kombinacji obciążenia średniego wiatrem z kolejnymi obciążeniami odcinkowymi. Na podstawie obliczonej w każdej z tych kombinacji osobno wartości siły normalnej w poszczególnych przęsłach masztu ustala się odpowiednie wartości obciążenia zastępczego. W następnym etapie należy ponownie wykonać obliczenia od poszczególnych kombinacji obciążeń, uwzględniając dodatkowo obciążenia zastępcze, zgodnie z przyjętą formą wygięć przęseł trzonu masztu. Na podstawie uzyskanych wyników obliczeń należy ustalić łączne efekty obciążenia w każdym elemencie konstrukcji, dodając (lub odejmując) do efektu obciążenia średniego wiatrem łączny efekt obciążeń odcinkowych [por. np. 7].

W przypadku analizowanej konstrukcji, przy uwzględnieniu dwóch kierunków obciążenia wiatrem, czterech różnych schematów obciążenia zastępczego od wstępnych imperfekcji i dwóch przyjętych wartości krzywizn przęseł masztu, należało wykonać obliczenia dla 162 różnych kombinacji obciążeń.

Końcowe rezultaty obliczeń statycznych zestawiono poniżej w tablicach.

Tablica 1. Maksymalne wartości sił normalnych w trzonie masztu [kN]

Przęsło	Imperfekcje $v_0 = 0$	Imperfekcje $v_0 = L/1000$		Imperfekcje $v_0 = L/500$	
		$N$	sytuacja	$N$	sytuacja
1	-1204,9	-1209,0	W1, imp. wg rys. 3 c)	-1213,5	W1, imp. wg rys. 3 c)
2	-854,3	-855,4	W1, imp. wg rys. 3 d)	-856,7	W1, imp. wg rys. 3 d)
3	-483,6	-485,2	W1, imp. wg rys. 3 d)	-487,5	W1, imp. wg rys. 3 d)

Tablica 2. Maksymalne wartości przęsłowych momentów zginających w trzonie masztu [kNm]

Przęsło	Imperfekcje $v_0 = 0$	Imperfekcje $v_0 = L/1000$		Imperfekcje $v_0 = L/500$	
		$M$	sytuacja	$M$	sytuacja
1	607,06 (W1)	697,02	W1, imp. wg rys. 3 a)	773,58	W1, imp. wg rys. 3 a)
	-630,73 (W2)	-707,04	W2, imp. wg rys. 3 d)	-775,57	W2, imp. wg rys. 3 d)
2	406,00 (W1)	461,29	W1, imp. wg rys. 3 b)	517,81	W1, imp. wg rys. 3 b)
	-579,85 (W2)	-625,83	W2, imp. wg rys. 3 a)	-670,84	W2, imp. wg rys. 3 a)
3	-530,25 (W1)	-540,68	W1, imp. wg rys. 3 a)	-551,05	W1, imp. wg rys. 3 a)
	736,66 (W2)	769,07	W2, imp. wg rys. 3 b)	787,02	W2, imp. wg rys. 3 b)

Tablica 3. Maksymalne wartości sił tnących w trzonie masztu

Wartość imperfekcji	$V$ [kN]	sytuacja
$v_0 = 0$	-51,5	W1
$v_0 = L/1000$	-56,9	W1, imp. wg rys. 3 c)
$v_0 = L/500$	-62,6	W1, imp. wg rys. 3 c)

Tablica 4. Maksymalne wartości sił w odciągach masztu [kN]

Poziom	Imperfekcje $v_0 = 0$	Imperfekcje $v_0 = L/1000$		Imperfekcje $v_0 = L/500$	
		$N$	sytuacja	$N$	sytuacja
I	189,0	200,8	W1, imp. wg rys. 3 c)	213,7	W1, imp. wg rys. 3 c)
II	187,5	189,5	W1, imp. wg rys. 3 b)	191,7	W1, imp. wg rys. 3 b)
III	236,8	239,5	W1, imp. wg rys. 3 d)	243,1	W1, imp. wg rys. 3 d)

Uwzględnienie w obliczeniach imperfekcji w postaci wstępnych wygięć przęseł trzonu masztu wpłynęło przede wszystkim na zwiększenie wartości momentów przęsłowych (podobne rezultaty przedstawiono w [8]). Dla przęseł 1 i 2, przy uwzględnieniu imperfekcji  $v_0 = L/1000$ , wartości momentów zginających wzrosły o około 15 %, a przy uwzględnieniu imperfekcji  $v_0 = L/500$  o około 30 %. W przęśle 3 nie zanotowano już tak znaczących różnic – maksymalnie wartość momentu wzrosła o około 7 %. Porównując siły w odciągach na poszczególnych poziomach, największy wpływ imperfekcji na wzrost wartości siły można zauważyć dla odciągów najniższych ( przy uwzględnieniu imperfekcji  $v_0 = L/1000$  był to wzrost o 15 %, a przy wartości  $v_0 = L/500$  wzrost o 27 %). Na najwyższym poziomie zamocowania odciągów wzrost wartości siły nie przekroczył 3 %. Zwiększyły się także wartości ekstremalnych sił poprzecznych w trzonie – odpowiednio o 10 % dla imperfekcji  $v_0 = L/1000$  i 21 % dla imperfekcji  $v_0 = L/500$ . Z uwagi jednak na to, że siły poprzeczne w trzonie przenoszą pręty skratowania, a przekroje tych prętów dobierane są w głównej mierze ze względu na uzyskanie odpowiedniej sztywności na ścinanie i skręcanie, taki wzrost nie jest niebezpieczny dla konstrukcji. Uwzględnienie wstępnych imperfekcji w obliczeniach statycznych nie wpłynęło za to praktycznie na wartości sił normalnych w trzonie (największe różnice nie przekraczały 1 %).

Z praktycznego punktu widzenia ważna jest odpowiedź, w jakim stopniu zwiększenie wartości sił wewnętrznych w analizie konstrukcji obciążonej imperfekcjami wpływa na wyłączenie elementów konstrukcji. W obliczeniach według teorii II rzędu, sprawdzenie wytrzymałości trzonu masztu sprowadza się do sprawdzenia warunku nośności na ściskanie pojedynczego krawężnika, z uwzględnieniem jego wybożenia między węzłami skratowania, zgodnie z [1]. Nośność wybożeniową ściskanego krawężnika określono z zależności

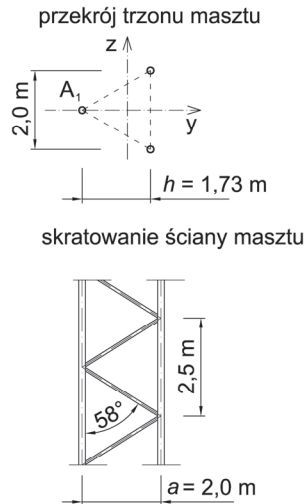
$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A_1 \cdot f_y / \gamma_{M1}, \quad (2)$$

gdzie  $A_1 = 61,2 \text{ cm}^2$  – przekrój krawężnika,  $\chi = 0,894$  – wartość współczynnika wybożeniowego odpowiadająca długości wybożeniowej krawężnika  $L_1 = 250 \text{ cm}$  (skratowanie łączone do krawężników na śruby)(rys. 4), zatem  $N_{b,Rd} = 1942,3 \text{ kN}$ .

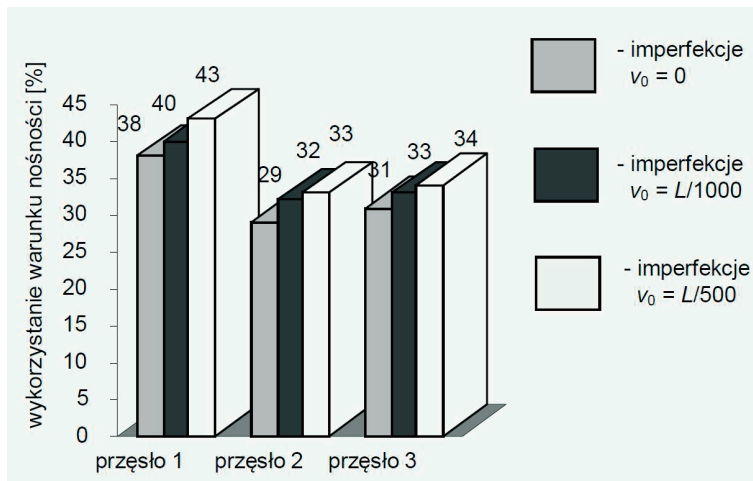
Warunek nośności ma znaną postać [3]:

$$N_{Ed} / N_{b,Rd} \leq 1, \quad (3)$$

gdzie  $N_{Ed}$  jest obliczeniową wartością siły ściskającej w krawężniku ( $N_{Ed} = N/3 + M/h$  – w przypadku dodatnich momentów zginających,  $N_{Ed} = N/3 + M/2h$  – w przypadku momentów ujemnych). Procentowe zestawienie wykorzystania warunku nośności przęseł trzonu masztu przedstawia rys. 5.



Rys. 4. Przekrój poprzeczny i geometria skratowania ściany masztu



Rys. 5. Wykorzystanie warunku nośności trzonu masztu

Nośność obliczeniową odciągów masztu, zgodnie z [9], ustala się z zależności

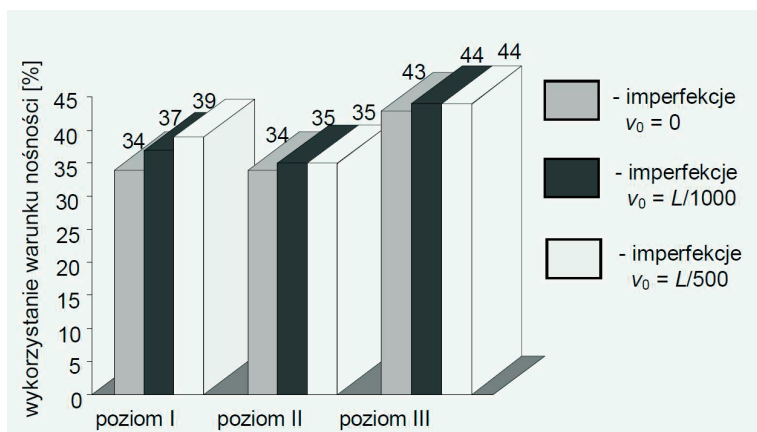
$$F_{Rd} = F_{uk} / 1,5\gamma_R, \quad (4)$$

gdzie  $F_{uk}$  jest charakterystyczną wartością siły zrywającej linę,

$$F_{uk} = F_{\min} \cdot k_e. \quad (5)$$

Wartość współczynnika częściowego  $\gamma_R = 1$ , wartość współczynnika straty wskutek zakotwienia  $k_e = 1$  (zakotwienie tulejowe zalewane metalem), stąd nośność obliczeniowa odciągu  $F_{Rd} = 548,7$  kN.

Procentowe zestawienie wykorzystania warunku nośności odciągów masztu na poszczególnych poziomach zamocowania pokazano na rys. 6.



Rys. 6. Wykorzystanie warunku nośności odciągów masztu

Porównując wyężenie elementów konstrukcji masztu ze wstępnymi imperfekcjami i konstrukcji bez imperfekcji można zauważyć, że blisko 30-procentowe zwiększenie wartości momentu zginającego w najniższym przęśle spowodowało wzrost wykorzystania warunku nośności z 38 do 43 %. Zwiększenie wykorzystania warunku nośności odciągów dotyczyło tylko praktycznie najniższego poziomu odciągów (z 34 do maksymalnie 39 %), a ponieważ przyjęto na wszystkich poziomach odciągi o takich samych parametrach, miarodajnym wynikiem były obliczenia weryfikacyjne odciągów na poziomie najwyższym, dla największej wartości siły w odciągu (wzrost wykorzystania warunku nośności z 43 do 44 %).

### 3. Uwagi i wnioski końcowe

Przeprowadzona analiza wpływu uwzględnienia w obliczeniach statycznych masztów konstrukcji ze wstępnymi imperfekcjami pozwoliła na sformułowanie pewnych wniosków ogólnych, które mogą być przydatne w praktyce projektowej. Wykazano dosyć istotny wpływ imperfekcji na zwiększenie momentów zginających w przęslach trzonu masztu, natomiast wpływ tych imperfekcji na obliczenia weryfikacyjne był już mniej istotny. Ponieważ wstępne imperfekcje trzonu masztu są ściśle powiązane z odchyłkami montażowymi, wydaje się, że przy dosyć dużym rygorze wykonania konstrukcji, z pewną dozą ostrożności, można ze względu na dużą pracochłonność obliczeń pominąć te imperfekcje w analizie. W przepisach normowych powinien znaleźć się odpowiedni zapis, regulujący te kwestie. Przyjmowanie imperfekcji trzonu masztu jak dla pręta złożonego, zgodnie z [3], wydaje się pewnym uproszczeniem. Imperfekcje o strzałce  $v_0 = L/500$  dotyczą pręta przegubowo podpartego, ponieważ odpowiada to postaci jego wybożenia. W przypadku pręta o innych warunkach podparcia te wartości będą inne, np. dla pręta wspornikowego  $v_0 = 2L/500 = L/250$ . Ze względu na dużą nieliniowość sztywności podpór sprężystych w miejscach mocowania odciągów, nie można tych podpór traktować jak typowych warunków podparcia. Prawdłowo powinno się więc najpierw określić odpowiednią postać wybożenia trzonu masztu, a dopiero w następnej kolejności przyjąć wstępne imperfekcje odpowiadające tej postaci wybożenia. Zagadnienie to jest bardzo ciekawe i będzie dalszym przedmiotem zainteresowania autorki.

## Literatura

- 1 PN-EN 1993-3-1. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 3-1: Wieże, maszty i kominy. Wieże i maszty.
- 2 DIN V 4131. Antennentragwerke aus Stahl, 2008.
- 3 PN-EN 1993-1-1. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- 4 PN-EN 1991-1-4. Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-4: Oddziaływania ogólne. Oddziaływania wiatru.
- 5 Pałkowski Sz. O obliczaniu masztów według teorii II rzędu. Inżynieria i Budownictwo 8 (2002) 436-438.
- 6 Pałkowski Sz. Konstrukcje stalowe. Wybrane zagadnienia obliczania i projektowania. PWN, Warszawa 2009.
- 7 Matuszkiewicz M. Obliczanie kratowych masztów z odciągami według PN-EN 1993-3-1. Inżynieria i Budownictwo 4 (2010) 194-199.
- 8 Matuszkiewicz M. Calculations of guyed masts in accordance with EN 1993-3-1 standard taking into account mast shaft geometrical imperfections. Engineering Structures 33 (2011) 2044-2048.
- 9 PN-EN 1993-1-11. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-11: Konstrukcje ciągnowe.

## The study of the influence of initial mast shaft imperfections on the values of internal forces and the effort of mast structure

**Monika Matuszkiewicz**

*Department of Steel Structures, Faculty of Civil Engineering, Environmental and Geodetic Sciences, Koszalin University of Technology, e-mail: m.mat@wilsig.tu.koszalin.pl*

**Abstract:** This paper describes the results of static-strength calculations of a real mast taking into account the initial imperfections in the form of initial mast span curves. The primary objective of the study was to examine to what extent the initial mast shaft imperfections influence the effort of structure elements of the mast. The remarks and conclusions are of practical importance and can be used in the design of guyed lattice masts.

**Keywords:** guyed mast, lattice shaft, initial imperfections