

Analiza czynnikowa zdolności do obrotu uźebrowanego połączenia doczołowego belki do słupa

Krzysztof Ostrowski¹, Aleksander Kozłowski²

¹ *MTA Engineering Sp. z o.o., e-mail: krzysztof.ostrowski@mta-online.net*

² *Katedra Konstrukcji Budowlanych, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska, e-mail: kozlowsk@prz.edu.pl*

Streszczenie: Zdolność do obrotu węzłów konstrukcji stalowych jest jedną z cech podatnościowych węzła, niezbędną do uwzględnienia rzeczywistego zachowania się węzła w analizie konstrukcji. Ma to szczególne znaczenie nie tylko w odniesieniu do konstrukcji analizowanych metodami teorii plastyczności, ze względu na możliwość tworzenia się przegubów plastycznych w węzłach, ale także przy projektowaniu w zakresie sprężystym, aby określić bezpieczny zakres odkształcalności węzłów.

W artykule przedstawiono wyniki analizy czynnikowej zdolności do obrotu przeprowadzonej na przykładzie doczołowego, nieuźebrowanego połączenia śrubowego rygła do słupa. Ocenie poddano wpływ podstawowych czynników zmiennych wpływających na zdolność do obrotu, jakimi są: grubość blachy czołowej węzła „t_p”, poziomy rozstaw śrub „w” oraz odległość śrub od górnej powierzchni półki „c_{g1}”. Analizę wykonano przy zastosowaniu metody elementów skończonych, w oparciu o plan eksperymentu numerycznego.

Słowa kluczowe: zdolność do obrotu, analiza czynnikowa, analiza MES, plan eksperymentu numerycznego

1. Wprowadzenie

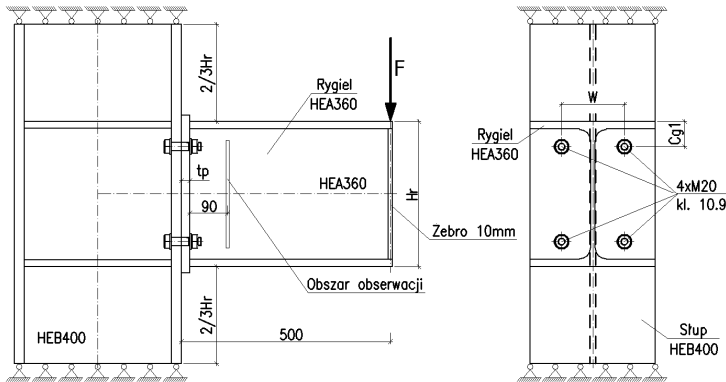
Procedury analityczne metody składnikowej zawarte w [1] pozwalają na ilościową ocenę nośności obliczeniowej oraz sztywności początkowej węzłów. W odniesieniu do ilościowej oceny kąta obrotu kryterium to nie zostało wystarczająco spełnione. Reguły analityczne odnoszą się jedynie do podania grubości blachy czołowej węzła, przy której węzeł posiada wystarczającą zdolność do obrotu. Węzeł, który nie uzyskuje wymaganej zdolności do obrotu może ulec przedwczesnemu zniszczeniu, zwłaszcza w przypadku utworzenia się w tym węźle przegubu plastycznego. Ma to szczególne znaczenie w przypadku węzłów uźebrowanych, w których odkształcalność węzła ograniczona jest do odkształceń składników właściwych dla blachy czołowej. Zdolność do obrotu węzła wpływa także na wybór metody obliczeń statycznych [2].

Główne problemy związane z wyznaczeniem kąta obrotu wynikają z alternatywności wystąpienia określonego modelu zniszczenia, powodowanego zróżnicowaną sztywnością poszczególnych składników węzła [3], [4], [5], [6], [7]. Składniki węzła w zakresie pozasprężystym cechuje zmienne zachowanie spowodowane procesem redystrybucji sił wewnętrznych. Celem artykułu jest przedstawienie roli oraz wzajemne relacje czynników w funkcji kąta obrotu ϕ węzła doczołowego obciążonego momentem zginającym M w oparciu o plan eksperymentu numerycznego przy zastosowaniu analizy MES.

2. Opis metody badawczej

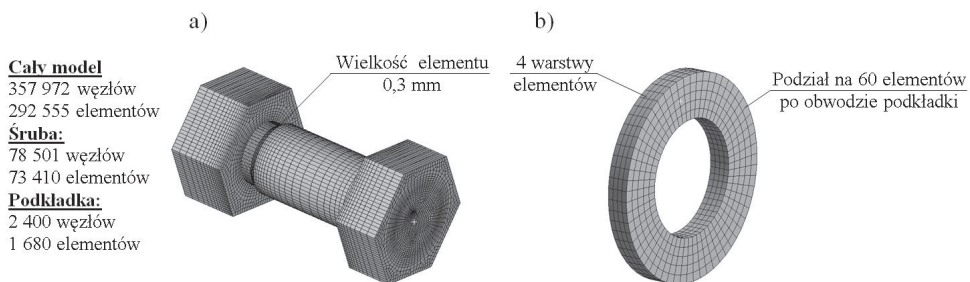
2.1. Opis modelu MES

Analiza czynnikowa zdolności do obrotu węzła przeprowadzona została na przykładzie śrubowego, uźebrowanego połączenia doczołowego belki do słupa (rys. 1). Przekrój słupa przyjęto z profilu dwuteowego HEB 400, rygiel natomiast z profilu HEA 360.



Rys. 1. Model połączenia belki do słupa

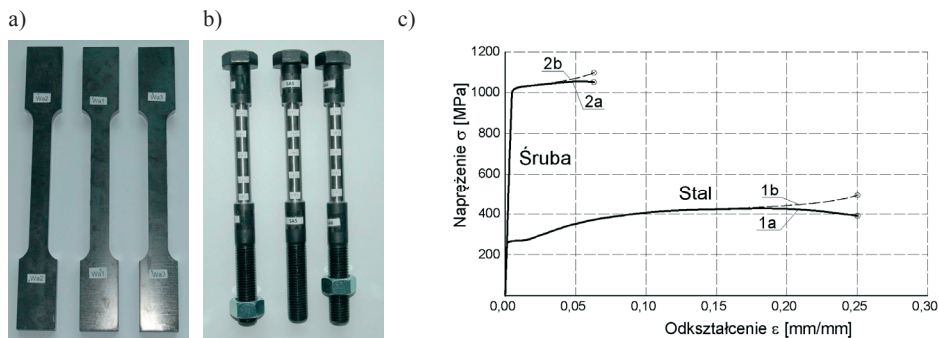
Analiza modeli prowadzona była przy zastosowaniu śrub wysokiej wytrzymałości klasy 10.9 (według DIN6914). Elementy składowe węzła wykonano ze stali S235. W analizie MES przyjęto multilinearne sprężysto-plastyczny model materiałowy. Do budowy modelu numerycznego użyto trójwymiarowych hexagonalnych ośmiowęzłowych sześciennych elementów skończonych. Dla blach czołowych przyjęto 8 warstw elementów skończonych. W strefach koncentracji naprężeń zastosowano dogęszczenie siatki. Obszar ten obejmuje płytę czołową oraz część rygla i słupa na długości $\frac{1}{4}$ wysokości rygla. W celu zwiększenia efektywności obliczeń wykonano model symetryczny względem płaszczyzny środkowej okładki.



Rys. 2. Model śruby i podkładki użyty do analizy MES

Do zbudowania modelu śruby zastosowano również elementy sześciennie ośmiowęzłowe. Podkładki zamodelowano jako elementy oddzielnie (rys. 2b), natomiast łeb śruby oraz trzpień zostały połączone z nakrętką (rys. 2a). W regionie styku pomiędzy nakrętką a gwintem zastosowano dogęszczenie siatki o wymiarze elementów 0,3 mm (rys. 2a). Ze względu na sprężenie śrub podatność gwintu została pominięta. Śruby sprężono siłą o wartości $F_{p,c} = 175$ kN. Sprężenie śrub dokonano poprzez przyłożenie siły sprężającej do powierzchni bocznej trzpienia śruby. Na rys. 3c przedstawiono wykresy naprężenie -

odkształcenie śrub oraz stali użytej do badań. Badaniu poddano próbki stalowe wykonane z blachy gr. 12 mm (stal S235) oraz śruby wysokiej wytrzymałości klasy 10.9 (rys. 3a i 3b). Rys. 3c przedstawia zależność naprężenie - odkształcenie w odniesieniu do rzeczywistego pola powierzchni przekroju elementu poddanego rozciąganiu.



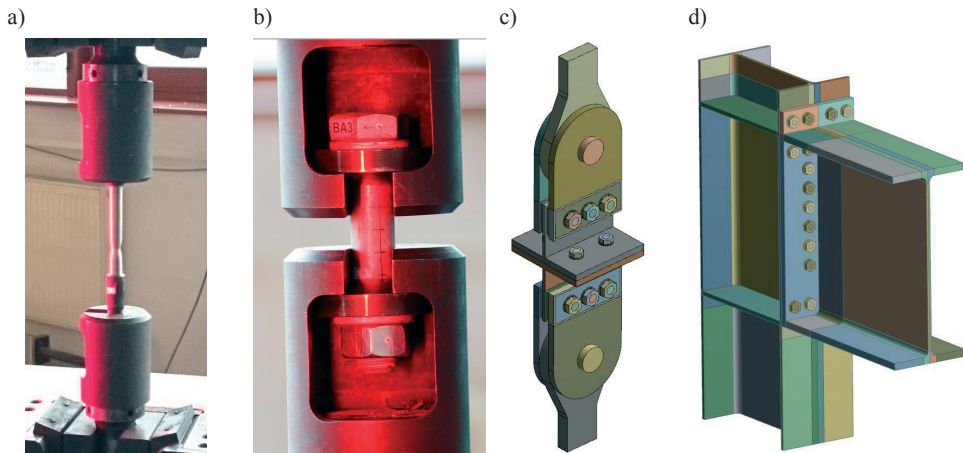
Rys. 3. Wyniki badania na rozciąganie: a) próbki stalowe – stal: S235, b) próbki śrub – śruby klasy 10.9 (według DIN 6914), c) krzywa σ - ϵ dla stali oraz śrub

Krzywe (rys. 3c) oznaczone linią 1a oraz 2a przedstawiają rozkład naprężenie-odkształcenie odniesione do początkowego pola przekroju A_0 , natomiast krzywe oznaczone linią 1b oraz 2b ilustruje rozkład naprężenie-odkształcenie odniesione do chwilowych pól przekroju poprzecznego, czyli naprężenia rzeczywiste w odkształconym przekroju A. Zastosowanie krzywych materiałowych σ - ϵ w postaci krzywej odkształcenia logarytmicznego pozwala na wiarygodne odwzorowanie stanu odkształcenia składników węzła w pełnym zakresie stanu odkształcenia. Opracowane charakterystyki materiałowe zostały zaimplementowane do programu Ansys. Kontakty pomiędzy poszczególnymi elementami węzła zamodelowano jako nieliniowe z współczynnikiem tarcia przyjętym jak dla powierzchni w stanie naturalnym o wartości $\mu=0.2$. Do każdego badanego modelu połączenia ujętego w planie eksperymentu został przyłożony skokowo narastający moment zginający. Wartość maksymalnego momentu zginającego ustalona została metodą prób w taki sposób, aby w składnikach węzła zostało osiągnięte maksymalne dopuszczalne odkształcenie wyznaczone na podstawie badań laboratoryjnych. Stan odkształcenia przy którym materiał ulega zniszczeniu przyjęto dla śrub na poziomie 6%, dla pozostałych elementów składowych węzła wykonanych ze stali na poziomie 25%. Moment zginający został przyłożony w 22 krokach jako obciążenie skupione F na końcu wspornika (rys. 3). Dwa pierwsze kroki zostały przydzielone na etap sprężenia, w pozostałych 20 przyłożone zostało obciążenie w równym podziale na każdy krok. Pomiar kąta obrotu dokonano na powierzchni referencyjnej oznaczonej na rys. 1 w odległości $\frac{1}{4}$ wysokości rygła (H_r). Odczyt kąta obrotu dokonano dla każdego kroku obciążeniowego prowadzonej analizy. Analizę MES wykonano na modelu o łącznej liczbie 357 972 węzłów (w układzie symetrycznym). Przeprowadzono dodatkową weryfikację modelu obliczeniowego wykonując obliczenia sprawdzające na modelu o łącznej liczbie węzłów modelu symetrycznego równej 1 030 074 węzłów oraz 865 286 elementów. Różnica kąta obrotu otrzymanego w analizie nie przekroczyła 2,6 %, co potwierdza dokładność odwzorowania modelu użytego w planie eksperymentu.

2.2. Walidacja hierarchiczna modelu MES

Wiarygodność wyników metody elementów skończonych można uznać za zadowalającą, jeżeli otrzymuje się wyniki zbieżne z wynikami badań laboratoryjnych. W celu

pozyskania zbieżnych wyników koniecznym jest wykonanie dostrojenia modeli MES. Dostrojenie modeli można uzyskać metodą walidacji hierarchicznej składników węzła. W pierwszym etapie walidacji wyznacza się charakterystykę σ - ε próbki stalowej oraz śruby poddanej rozciąganiu (Rys. 4a). W drugim etapie badaniu poddaje się wyizolowane elementy złączne w układzie śruba–podkładka–nakrętka (rys. 4b). Trzeci etap polega na wyznaczeniu porównawczej charakterystyki F - Δ opisującej stan odkształcenia doczołowego połączenia zdefiniowanego w formie rozciąganych króćców teowych (rys. 4c). W ostatnim etapie walidacji hierarchicznej analizowany jest model połączenia belki do słupa (rys. 4d). Miarą walidacji tego etapu jest uzyskanie zbieżnych wyników kąta obrotu w oparciu o analizę otrzymanej charakterystyki M - ϕ .



Rys. 4. Etapy walidacji hierarchicznej: a) Etap I - rozciąganie próbki stalowej b) Etap II - rozciąganie śruby w układzie śruba-podkładka-nakrętka c) Etap III - rozciąganie króćców teowych d) Etap IV - model połączenia belki do słupa obciążony momentem zginającym

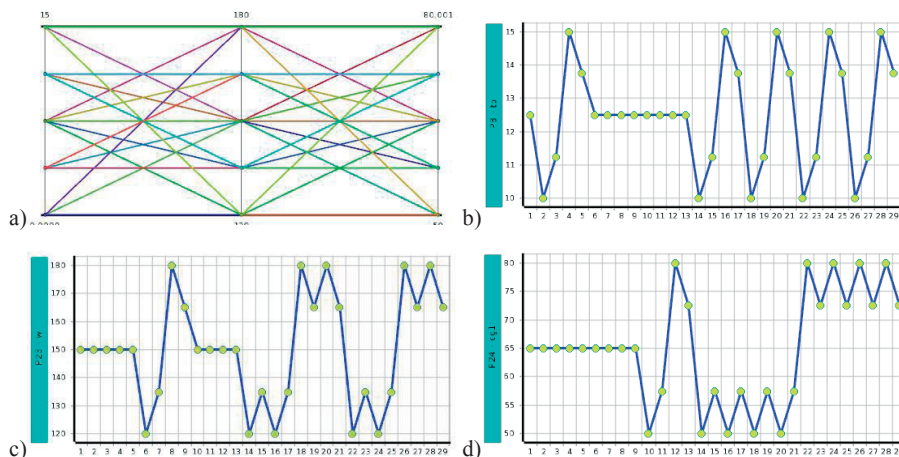
W analizie zastosowano charakterystyki materiałowe wyznaczone na podstawie badań laboratoryjnych rozciągania próbek stalowych (rys. 4a). Badania wykonano w Wydziałowym Laboratorium Badania Konstrukcji WBiIS Politechniki Rzeszowskiej. Miarą walidacji modelu MES było porównanie wyników badań laboratoryjnych rozciąganych próbek (stal kształtowa – stal S235 oraz śruba wysokiej wytrzymałości klasy 10.9) z wynikami analizy MES modeli odwzorujących badane próbki. Proces dostrojenia modelu MES uzyskano poprzez modyfikację krzywej σ - ε do takiej formy, przy której uzyskuje się akceptowalną zgodność wyników.

Pozostałe etapy walidacji hierarchicznej planowane są do wykonania w ramach pracy doktorskiej przygotowywanej przez współautora artykułu.

2.3. Prognozowanie krzywej obrotu M - ϕ

W realizowanym planie eksperymentu numerycznego [8] zastosowano „*central composite design*” plan, który jest integralnie związany z aproksymacją funkcji obiektu badań. Plan eksperymentu zbudowany na 29 układach planu (Tabela 1) zawiera kombinację czynników zmiennych w następujących zakresach:

- - grubość blachy czołowej węzła t_p – 10 ÷ 15 mm,
- - poziomy rozstaw śrub w – 120 ÷ 180 mm,
- - odległość śrub od górnej powierzchni półki c_{g1} – 50 ÷ 80 mm.



Rys. 5. Reprezentacja graficzna planu eksperymentu: a) widok ogólny: zmiana czynników badanych; b) t_p – grubość blachy czołowej; c) w – rozstaw poziomy łączników; d) c_{g1} – odległość od górnej powierzchni półki rygla do osi łączników

Tabela 1. Plan eksperymentu numerycznego – Central Composite Design

DP _i	t_{pi}	w_i	$c_{g1,i}$	DP _i	t_{pi}	w_i	$c_{g1,i}$	DP _i	t_{pi}	w_i	$c_{g1,i}$
DP ₁	12,5	150	65	DP ₁₁	12,5	150	57,5	DP ₂₁	13,75	165	57,5
DP ₂	10	150	65	DP ₁₂	12,5	150	80	DP ₂₂	10	120	80
DP ₃	11,25	150	65	DP ₁₃	12,5	150	72,5	DP ₂₃	11,25	135	72,5
DP ₄	15	150	65	DP ₁₄	10	120	50	DP ₂₄	15	120	80
DP ₅	13,75	150	65	DP ₁₅	11,25	135	57,5	DP ₂₅	13,75	135	72,5
DP ₆	12,5	120	65	DP ₁₆	15	120	50	DP ₂₆	10	180	80
DP ₇	12,5	135	65	DP ₁₇	13,75	135	57,5	DP ₂₇	11,25	165	72,5
DP ₈	12,5	180	65	DP ₁₈	10	180	50	DP ₂₈	15	180	80
DP ₉	12,5	165	65	DP ₁₉	11,25	165	57,5	DP ₂₉	13,75	165	72,5
DP ₁₀	12,5	150	50	DP ₂₀	15	180	50	-	-	-	-

gdzie: DP_i – numer punktu układu planu eksperymentu,

t_{pi} , w_i , c_{gi} , – czynniki zmienne

Rozwiązanie wszystkich układów planu pozwoliło na zbudowanie powierzchni odpowiedzi wartości poszukiwanego kąta obrotu opartej na 580 punktach pomiarowych.

Funkcję kąta obrotu ϕ opisuje jeden z często stosowanych modeli w postaci funkcji wielomianu, w którym korzysta się z trzech pierwszych, nieparzystych wyrazów wielomianu. Funkcja ta zapisana jest w postaci wzoru (1):

$$\phi = C_1 \cdot (K \cdot M) + C_2 \cdot (K \cdot M)^3 + C_3 \cdot (K \cdot M)^5 \quad (1)$$

$$K = C \cdot t_p^{A1} \cdot w^{A2} \cdot c_{g1}^{A3} \quad (2)$$

gdzie: C_1, C_2, C_3 - stałe wielomianu,
 $C, A1, A2, A3$ - współczynniki zależne od geometrii węzła,
 t_p - grubość blachy czołowej węzła [mm],
 w - poziomy rozstaw śrub [mm],
 c_{g1} - odległość śrub od górnej powierzchni półki [mm],
 M - moment zginający [kN·m].

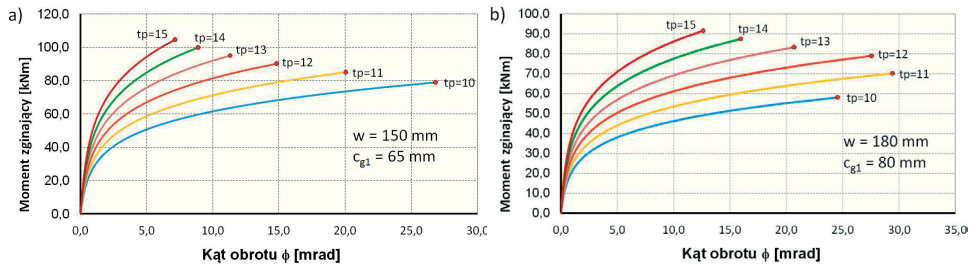
Zbudowana baza wyników pozwoliła na wyznaczenie współczynników wielomianu określonego wzorem (1). Współczynniki wyznaczone metodą estymacji nieliniowej Zestawienie współczynników wielomianu zamieszczono w tabeli 2. Jako kryterium zdolności do obrotu przyjęto osiągnięcie dopuszczalnego odkształcenia najslabszego składnika, odpowiednio dla śrub 0,06 [mm/mm], dla pozostałych elementów 0,25 [mm/mm]. Wartości te ustalono na podstawie laboratoryjnej próby rozciągania.

Tabela 2. Zestawienie współczynników wielomianu dla wzoru (1)

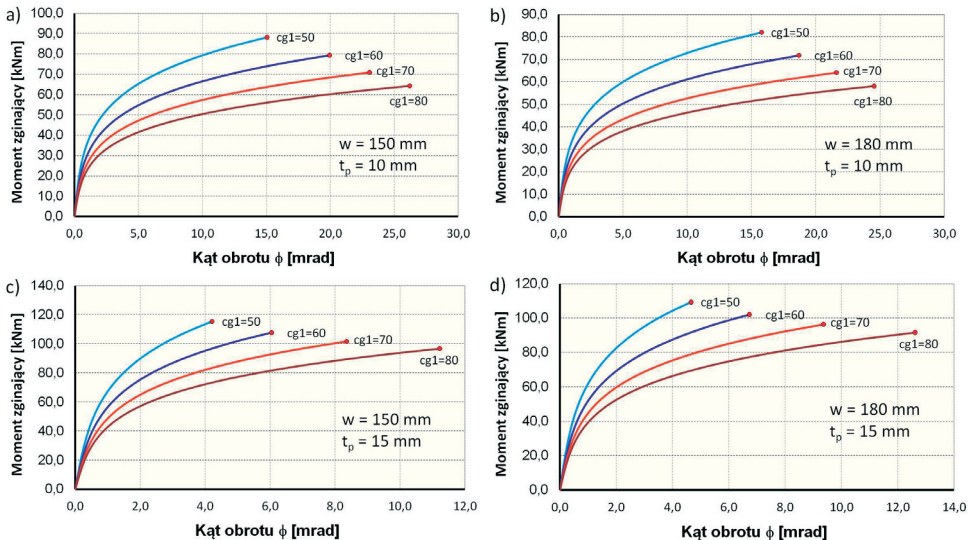
X_i	C	C1	C2	C3	A1	A2	A3
ϕ	0,00211	0,52886	0,36887	0,09749	-1,53220	0,46556	0,96395

3. Wyniki analizy

Na podstawie przeprowadzonego planu eksperymentu otrzymano powierzchnię odpowiedzi układu czynników zmiennych, która jest bazą informacji o wzajemnych relacjach czynników analizowanego węzła. Na rysunkach 6, 7 i 8 przedstawiono wyniki analizy czynnikowej.



Rys. 6. Zestawienie wyników kąta obrotu względem grubości blachy czołowej „ t_p ”

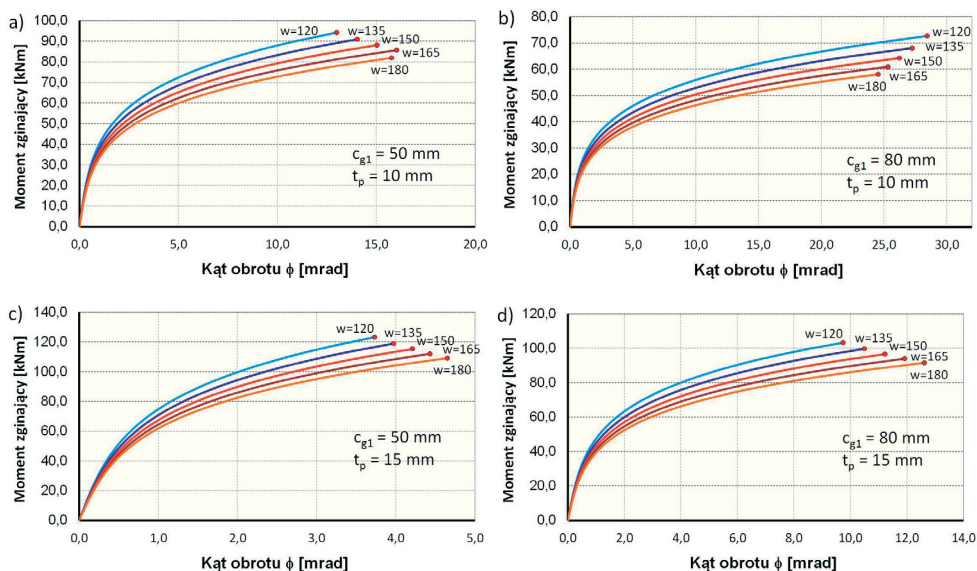


Rys. 7. Zestawienie wyników kąta obrotu względem odległości śruby od górnej półki „ c_{g1} ”

Rysunek 6 przedstawia zależność kąta obrotu od grubości blachy czołowej t_p w odniesieniu do poziomego rozstawu śrub w oraz odległości śruby od górnej półki rygła c_{g1} . Ze wzrostem grubości blachy czołowej t_p obserwuje się zdecydowany spadek zdolności

węzła do obrotu. Z analizy wykresu przedstawionego na rys. 6b wnioskuje się, że przy pewnej konfiguracji czynników zmiennych „ w ” oraz „ c_{g1} ” może wystąpić sytuacja, w której na skutek osiągnięcia odkształceń dopuszczalnych węzeł z blachą o grubości $t_p=10\text{mm}$ posiada mniejszą zdolność do obrotu niż węzeł z blachą o grubości $t_p=11\text{mm}$ oraz $t_p=12\text{mm}$.

Rysunek 7 przedstawia wyniki analizy czynnikowej względem parametru c_{g1} . Na wszystkich wykresach (rys. 7a, 7b, 7c oraz 7d) można zaobserwować zdecydowany wpływ odległości śruby od górnej półki c_{g1} . Zwiększenie parametru c_{g1} powoduje zwiększenie zdolności do obrotu.



Rys. 8. Zestawienie wyników kąta obrotu względem poziomego rozstawu śrub „ w ”

Rysunek 8 przedstawia wyniki analizy czynnikowej poziomego rozstawu śrub „ w ”. Z analizy krzywej $M-\phi$ wynika, że parametr „ w ” w niewielkim stopniu wpływa na przyrost zdolności do obrotu. W analizie zaobserwowano tendencje przyrostu (a także spadku – Rys. 8b) kąta obrotu ze wzrostem wartości parametru „ w ”, lecz nie jest to tak produktywnie jak w przypadku parametru c_{g1} .

4. Wnioski

Wprowadzenie analizy MES do oceny zachowania części składowych węzła spowodowane jest wymiernymi korzyściami jakie wnosi jej stosowanie. Zastosowana przez autorów metodologia otwiera nowe możliwości rozpoznania relacji pomiędzy składnikami węzła, oraz ich zachowaniem w zakresie pozasprężystym. Rozpoznanie roli oraz wpływu poszczególnych czynników pozwala na świadome, a także mierzalne sterowanie sztywnością oraz kątem obrotu węzła.

Otrzymane wyniki analizy czynników „ t_p ”, „ w ” oraz „ c_{g1} ” opisujących jedyny aktywny w węzle łożebnym element podstawowy węzła jakim jest rozciągany króciec teowy przy pasie rozciągany rygiel, pokazują, że największy wpływ na obrót węzła ma odległość od osi śruby do krawędzi blachy c_{g1} . Parametr ten, wraz z grubością blachy czołowej może być użyty przez projektanta do osiągnięcia wymaganej zdolności węzła do obrotu.

Przeprowadzona w artykule analiza czynnikowa zdolności do obrotu węzła doczołowego potwierdza, że zastosowany w pracy plan eksperymentu w powiązaniu z analizą MES może stać się efektywnym narzędziem w wyznaczaniu zdolności do obrotu węzłów konstrukcji stalowych.

Literatura

- 1 PN-EN 1993-1-8 Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów. PKN, 2006.
- 2 Kozłowski A., Łaguna J.: O zdolności do obrotu doczołowych węzłów konstrukcji stalowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, seria: Budownictwo i Inżynieria Środowiska, z.58 t.3/2011/II,
- 3 Frye M. J., Morris G. A., Analysis of Flexibly-Connected Steel Frames., Canadian Journal of Civil Engineering (1975), No2.
- 4 Yee Y. L., Melchers R. E., Moment Rotation Curves for Bolted Connections., Journal of Structural Division (1986), ASCE. Vol. 112, ST3.
- 5 Faella C., Piluso V., Rizzano G., A New Method to Design Extended End Plate Connections and Semirigid Braced Frames. Journal of Constructional Steel Research (1996), Vol. 41, No. 1, pp. 61-91.
- 6 Kuhlmann U., Fürch A., Rotation Capacity of Steel Joints., COST Project C1 Meeting (1997).
- 7 Beg D., Zupančič E., Vayas I., On the rotation capacity of moment connections., Journal of Constructional Steel Research (2004), Vol. 60.
- 8 Polański Z., Planowanie doświadczeń w technice, PWN, Warszawa 1995.

Parametric study on the rotation capacity of stiffened end-plate beam-to-column connection

Krzysztof Ostrowski¹, Aleksander Kozłowski²

¹ MTA Engineering Sp. z o.o., e-mail: krzysztof.ostrowski@mta-online.net

² Rzeszów University of Technology, e-mail: kozlowsk@prz.edu.pl

Abstract: Rotation capacity is one of the joint parameters needed to be taken into account of the real joint behaviour in a global analysis. It has a special influence on the plastic design of steel frames. The results of the parametric study of the stiffened bolted end-plate beam-to-column connection have been presented in the paper. The main investigated parameters are: thickness of end plate " t_p ", horizontal bolt spacing " w " and distance of the bolt to plate edge " c_{gl} ". The analysis was performed with the use of finite element method, based on the numerical experiment plan.

Keywords: rotation capacity, parametric study, FEM analysis, experiment design