

Wskaźnik jakości produkowanego betonu a niezawodność w odniesieniu do próby o małej liczebności

Izabela Skrzypczak¹, Lidia Buda-Ożóg²

¹ Katedra Geodezji i Geotechniki, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska, e-mail: izas@prz.edu.pl

² Katedra Konstrukcji Budowlanych, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska, e-mail: lida@prz.edu.pl

Streszczenie: Kryteria zgodności dla próby o liczebności $n=3$ wykazują liczne wady [5,6,7] i mogą wpływać na obniżenie poziomu jakości produkowanego betonu, a w konsekwencji do zbyt dużego ryzyka odbiorcy (inwestora, użytkownika). Dlatego oceniono wpływ liczebności próby na zdefiniowany wskaźnik jakości produkowanego betonu oraz określono wpływ liczebności próby i odchylenia standardowego na wskaźnik niezawodności konstrukcji żelbetowych. Analizę wpływu kontroli zgodności na poziom niezawodności realizowanych konstrukcji żelbetowych przeprowadzono dla słupa ściskanego. Otrzymane w wyniku obliczeń wartości wskaźnika niezawodności potwierdzają poprawność zaproponowanej w artykule metody definiowania jakości produkowanego betonu oraz formuły wskaźnika jakości produkowanego betonu

Słowa kluczowe: konstrukcje beton, wskaźnik niezawodność, wskaźnik jakości, odchylenie standardowe, konstrukcje żelbetowe

1. Wprowadzenie

W badaniu jakości produkowanego betonu kluczową rolę odgrywa określenie rozkładu statystycznego wytrzymałości betonu na ściskanie. Przyjmując rozkład wytrzymałości betonu można określić nie tylko jakość produkowanego betonu, ale również określić wpływ liczebności próby na wartość wskaźnika jakości produkowanego betonu oraz wpływ liczebności próby i odchylenia standardowego na wartość wskaźnika niezawodności wykonywanych elementów lub konstrukcji z betonu.

Oceny jakości produkowanego betonu można dokonać na podstawie analizy rozkładu statystycznego wartości wytrzymałości betonu na ściskanie.

Z uwagi na występującą zmienność procesu produkcyjnego, konstrukcje budowlane mogą być projektowane i realizowane, wykorzystując wartość wskaźnika jakości produkowanego betonu, spełniającego standardy i wymagania dla danego obiektu. Zjawisko to może być pośrednio wykorzystana do obliczeń niezawodności elementów jak i całej konstrukcji przy uwzględnieniu wpływu liczebności próby na wskaźnik jakości produkowanego betonu.

Niezawodność procesu produkcyjnego w odniesieniu do jakości produkowanego betonu można opisać wzorem:

$$N_{fc} = P(f_c \leq f_{ck}) = 1 - P(f_c > f_{ck}) = F(f_{ck}), \quad (1)$$

gdzie: N_{fc} - niezawodność procesu produkcyjnego w odniesieniu do jakości produkowanego betonu

f_c - wytrzymałość betonu na ściskanie
 f_{ck} - wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie
 F - dystrybuanta dla wartości f_{ck}

Natomiast wskaźnik jakości produkowanego betonu, gdy wytrzymałość betonu na ściskanie ma rozkład normalny można zdefiniować wzorem:

$$WJ = \frac{f_{ck}}{f_{cm}} = \frac{f_{cm} - t_\alpha \cdot \sigma}{f_{cm}} = 1 - t_\alpha \cdot v \quad (2)$$

gdzie: t_α - standaryzowana zmienna rozkładu normalnego dla poziomu istotności α

f_{cm} - wytrzymałość średnia betonu na ściskanie

s - odchylenie standardowe

v - współczynnik zmienności.

Wartość w przypadku rozkładu normalnego można określić z zależności:

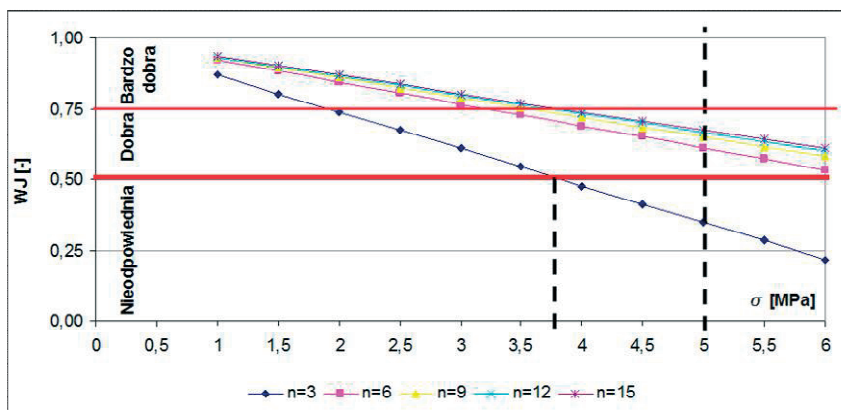
$$t_\alpha = \frac{f_{cm} - f_{ck}}{\sigma} \quad (3)$$

W pierwszym kroku obliczeń należy dokonać doboru rozkładu teoretycznego wytrzymałości betonu na ściskanie. Znając rozkład zmiennej losowej jaką jest wytrzymałość betonu na ściskanie i przyjmując, że proces technologiczny produkcji betonu towarowego jest ustabilizowany i będzie prowadzony w sposób stały, można określić jakość produkowanego betonu wykorzystując równania (2) oraz (3).

2. Wskaźnik jakości produkowanego betonu - wyniki analiz

Z uwagi na wady kryteriów zgodności zaproponowano formułę wskaźnika jakości, który umożliwi określenie wpływu liczebności próby na jakość produkowanego betonu. W przypadku oceny jakości produkowanego betonu przy uwzględnieniu różnej liczebności próby pomocna może okazać się zaproponowana formuła wskaźnika jakości produkowanego betonu przy założeniu rozkładu teoretycznego lub empirycznego. Zgodnie z ISO 2394 [4] założono, że analizowana zmienna podlega rozkładowi normalnemu.

Następnie, wykorzystując zależności (2) i (3), a więc określając wartość, oraz korzystając z tablic rozkładu normalnego obliczono wartość wskaźnika jakości dla różnej wartości odchylenia standardowego produkowanego betonu przy założeniu różnej liczebności próby - Rys.1.



Rys. 1. Zależność wskaźnika jakości od odchylenia standardowego

Zgodnie z Rys. 1, liczebność próby powyżej 6 próbek gwarantuje, że niezależnie od wartości odchylenia standardowego, weryfikowana jakość betonu wyprodukowanej partii betonu będzie na poziomie dobrym lub bardzo dobrym. Ograniczając kontrolę zgodności do próby o liczebności $n=3$ dla produkowanego betonu o odchyleniu standardowym powyżej 3,75 MPa, jakość weryfikowanej partii betonu może być nieodpowiednia.

Zalecane w normie PN-EN 206-1 [3] wartości współczynników testowych, dla normowych kryteriów zgodności, zostały ustalone i zaproponowane przez Taerwe [8] dla skorelowanych wyników i wynoszą $\lambda = 1,48$ dla $n=15$ oraz $= 2,67$ dla $n=3$.

Kryterium dla wartości średniej i próby o liczebności $n=3$ zalecane w [3] ma postać:

$$f_{cm} \geq f_{ck} + 4 \tag{4}$$

Kryterium (4) sformułowane dla próby o liczebności $n=3$, determinuje spełnienie podwójnych kryteriów zgodności dla weryfikowanej partii betonu.

Proponowaną formułę (4) można zapisać jako:

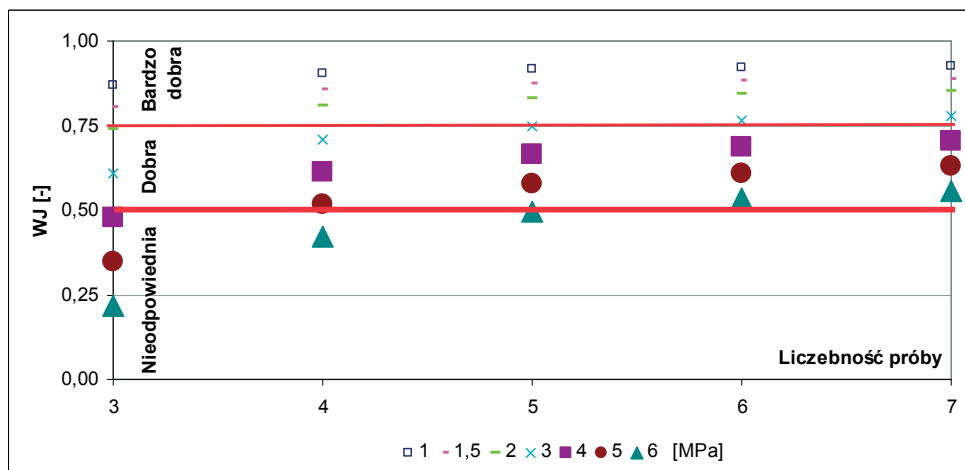
$$f_{cm} \geq f_{ck} + \left(\frac{k_1}{\sigma} \right) \cdot \sigma \tag{5}$$

Zakładając, że $\frac{k_1}{\sigma} = \lambda'$ otrzymamy kryterium o postaci zbieżnej do zalecanego kryterium dla wartości średniej i liczebności próby $n=15$ o postaci:

$$f_{cm} \geq f_{ck} + \lambda' \cdot \sigma \tag{6}$$

Po rozwiązaniu układu równań składającego się z nierówności (4) i (6) i wartości współczynnika $\lambda'=2,67$, otrzymana wartość odchylenia standardowego dla $n=3$ to 1,5 MPa, a więc jest to wartość dla której należy stosować normowe kryterium zgodności zalecane w PN-EN 206-1 [3].

Proponowana formuła wskaźnika jakości produkowanego betonu potwierdza, że przy założeniu rozkładu normalnego, weryfikowana partia betonu o odchyleniu standardowym 1,5 MPa na podstawie próby o liczebności $n=3$, będzie bardzo dobrej jakości. Dla niejednorodności z przedziału od 2MPa do 3,75 MPa, weryfikowany beton na podstawie próby o liczebności $n=3$ będzie dobrej jakości -Rys. 1, 2.



Rys. 2. Zależność wskaźnika jakości od liczebności próby

W przypadku braku lub niekompletnych danych empirycznych, założony rozkład teoretyczny np. rozkład normalny może być wykorzystany do obliczeń wskaźnika jakości produkowanego betonu, co umożliwi wstępną analizę i ocenę jakości produkowanego betonu.

Zaproponowany wskaźnik jakości produkowanego betonu umożliwia ustalenie racjonalnej liczebności próby większej niż minimalna, zwłaszcza w przypadku projektowania obiektów o istotnym znaczeniu użytkowym oraz obiektów o specjalnych i indywidualnych wymaganiach konstrukcyjnych.

3. Przykład liczbowy- słup żelbetowy

W celu określenia wpływu odchylenia standardowego w przypadku weryfikowania betonu na podstawie próby o liczebności $n=3$, na wartość wskaźnika niezawodności w konstrukcjach żelbetowych, przeprowadzono obliczenia dla ściskanego słupa żelbetowego. Przyjęto słup, jako wewnętrzny element wydzielony, usztywniony za pośrednictwem belki wieloprzęsłowej, wysokości $l = 2,8\text{m}$, $l_0 = 0,7 \cdot l = 1,96\text{m}$.

Obciążony głównie siłą ściskającą pochodzącą od obciążeń stałych i zmiennych, o następujących parametrach:

Obciążenia stałe: współczynnik zmienności $v_g = 5\%$, obciążenie charakterystyczne - $P_k = 2222\text{ kN}$, obciążenie średnie - $P = P_k / (1 + 1,645 \cdot v_g) = 2053\text{ kN}$, obciążenie obliczeniowe - $P_d = 1,35 \cdot 2222 = 3000\text{ kN}$, odchylenie standardowe $\sigma_P = 102,65\text{ kN}$.

Obciążenia zmienne: współczynnik zmienności $v_q = 30\%$, obciążenie charakterystyczne - $Q_k = 952\text{ kN}$, obciążenie średnie - $Q = Q_k / (1 + 1,645 \cdot v_q) = 637\text{ kN}$, obciążenie obliczeniowe - $Q_d = 1,5 \cdot 0,7 \cdot 952 = 1000\text{ kN}$, odchylenie standardowe $\sigma_Q = 191\text{ kN/m}$.

Ciążar własny słupa: współczynnik zmienności $v_g = 5\%$, $g = g_k / (1 + 1,645 \cdot v_g) = 23,1\text{ kN/m}$, $g_k = 25\text{ kN/m}$, $g_d = 1,35 \cdot 25 = 33,75\text{ kN/m}$, $\sigma_g = 1,1\text{ kN/m}$.

Parametry wymiarów geometrycznych: współczynnik zmienności $v_d = 5\%$, $h = h_m$, $d = d_m$, $b = b_m$.

Z uwagi na przyjęte założenie o stałym polu przekroju zbrojenia ściskanego ($A=9,42\text{ cm}^2$), zmieniano przekrój poprzeczny słupa, tak aby dla tej samej siły spełniony był warunek nośności, we wszystkich analizowanych przypadkach.

Dane materiałowe

Stal zbrojeniowa: współczynnik zmienności $v_y = 8\%$, $f_{ym} = f_{yk} / (1 - 1,645 \cdot v_y) = 575\text{ MPa}$, $f_{yk} = 500\text{ MPa}$, $f_{yd} = 435\text{ MPa}$, $\sigma_y = 46\text{ MPa}$.

Beton wg tabeli 1.

Tabela 1. Wytrzymałość średnia, charakterystyczna, obliczeniowa i odchylenie standardowe betonu

Klasa betonu	f_{cm} [MPa]	f_{ck} [MPa]	f_{cd} [MPa]	σ_c [MPa]
C16/20	24	16	11,43	1,5-5
C20/25	28	20	14,29	1,5-5
C25/30	33	25	17,86	1,5-5
C30/37	38	30	21,43	1,5-5

W obliczeniach probabilistycznych posłużono się programem komputerowym Matlab. Z uwagi na smukłość słupa $\lambda \leq \lambda_{lim}$, pominięto wpływ efektów II rzędu a zdefiniowana funkcja stanu granicznego Z przyjmuje postać:

$$Z = N - N_d \quad (7)$$

gdzie: $N_d = Q_{ds} + P_d + Q_d$

$Q_{ds} = b \cdot h \cdot l \cdot g_d$ - siła ściskająca wywołana ciężarem własnym słupa,

N - nośność słupa określona przy założeniu ściskania „technicznie osiowego”.

Wg [9] przy mimośrodku $e_0 = 0$ wzór na nośność słupa zmierza do wartości brzowej określonej wzorem:

$$N = 0,98b \cdot d \cdot f_{cm} + 2A_s f_{ym} \quad (8)$$

Otrzymane wartości wskaźnika niezawodności w zależności od klasy betonu i odchylenia standardowego, zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Wartość wskaźnika niezawodności β dla słupa ściskanego

Odchylenie standardowe [MPa]	Wskaźnik niezawodności			
	w zależności od klasy betonu i przekroju poprzecznego słupa			
	C16/20 b = h = 55 cm	C20/25 b = h = 50 cm	C25/30 b = h = 45 cm	C30/37 b = h = 41 cm
1,5	7,38	7,61	7,7	7,7
2	6,48	6,83	7,0	7,18
3	5,04	5,49	5,9	6,15
4	4,04	4,48	4,92	5,26
4,86	3,43	3,84	4,27	4,62
5	3,35	3,76	4,18	4,53

4. Jakość betonu a wskaźnik niezawodności

Niezawodność osiągana jest m.in. poprzez wbudowanie materiałów o odpowiedniej jakości. Jakość materiałów implikuje więc osiągnięcie przez konstrukcję założonego poziomu bezpieczeństwa i niezawodności.

W odniesieniu do analizowanego przypadku (słupa ściskanego) zależność między jakością wbudowanego materiału konstrukcyjnego, a niezawodnością przedstawiono w Tabeli 3.

Tabela 3. Jakość produkowanego betonu weryfikowanego na podstawie próby o liczebności $n=3$ a spełnienie wymagań dla klasy niezawodności RC2 dla słupa ściskanego

Odchylenie standardowe [MPa]	Jakość produkowanego betonu [-]	Spełnienie wymagań dla niezawodności dla klasy RC2	
		C16/20 b = h = 55 cm	C20/25 b = h = 50 cm
		1,5	Bardzo dobra
2	Dobra	+	+
3	Dobra	+	+
4	Nieodpowiednia	+	+
4,86	Nieodpowiednia	-	- / +
5	Nieodpowiednia	-	-

+/- - spełnienie wymagań lub nie spełnienie wymagań dla klasy niezawodności RC2

Zauważalny jest wpływ kontroli jakości na wartość wskaźnika niezawodności elementów żelbetowych. W przypadku słupa ściskanego wykonanego z betonu klasy C16/20 oraz próby o liczebności $n=3$ i odchylenia standardowego większego niż 4 MPa, gdy jakość według zdefiniowanego wskaźnika jakości jest nieodpowiednia, nie spełnione są wymagania EN 1990: 2002 odnośnie warunku niezawodności, a w przypadku słupa wykonanego z betonu C20/25 dla odchylenia standardowego 4,86 MPa i 5 MPa otrzymana wartość wskaźnika niezawodności analizowanego elementu jest na granicy wartości dopuszczalnych oraz poniżej wartości dopuszczalnej dla klasy RC2, a więc wartości 3,8.

Obliczenia wartości wskaźnika niezawodności potwierdzają poprawność zaproponowanej metody definiowania jakości produkowanego betonu oraz formuły wskaźnika jakości produkowanego betonu.

5. Podsumowanie i wnioski końcowe

W przypadku oceny jakości produkowanego betonu przy uwzględnieniu różnej liczebności próby pomocna może okazać się formuła wskaźnika jakości produkowanego betonu. Wpływ liczebności próby na ocenę jakości produkowanego betonu jest szczególnie widoczny, gdy odchylenie standardowe produkowanego betonu jest większe niż 3,5 MPa. Dla niejednorodności produkowanego betonu powyżej 3,5 MPa weryfikowana partia produkowanego betonu na podstawie próby o liczebności $n=3$ zostanie sklasyfikowana jako nieodpowiednia.

Stwierdzono wpływ kontroli jakości przy ograniczeniu kontroli zgodności do próby o liczebności $n=3$ na wartość wskaźnika niezawodności elementów żelbetowych. W przypadku słupa ściskanego wykonanego z betonu klasy C16/20 dla próby o liczebności $n=3$ i odchylenia standardowego większego niż 4 MPa, nie spełnione są wymagania EN 1990: 2002 odnośnie do warunku niezawodności, a w przypadku słupa wykonanego z betonu C20/25 dla odchylenia standardowego 4,86 MPa i 5 MPa otrzymana wartość wskaźnika niezawodności analizowanego elementu jest na granicy wartości dopuszczalnych dla klasy RC2, a więc wartości 3,8.

Literatura

- 1 Nowak A.S, Collins K.R: Reliability of Structures. McGraw-Hill Higher Education, 2000.
- 2 PN-EN 1990 Eurokod 0: Projektowanie konstrukcji
- 3 PN-EN 206-1: 2003 Beton. Część 1: Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność, PKN
- 4 PN-ISO 2394: kwiecień 2000, Ogólne zasady niezawodności konstrukcji budowlanych
- 5 Brunarski L., Podstawy matematyczne kształtowania kryteriów zgodności wytrzymałości materiałów, Prace naukowe ITB, WITB, Warszawa, 2009
- 6 Skrzypczak I., Woliński Sz.,: Influence of distribution type on the probability of acceptance of conformity criteria for concrete strength, Archives of Civil Engineering 53, 3, 2007, s. 479-495
- 7 Caltarino J.M.R.: Statistical criteria for acceptance of materials performance of concrete standards ENV 206:1993 and prEN 206:1997. 12 th ERMCO Congress. Proceedings, Vol. 1, Lisbon, June 1998
- 8 Taerwe L.: Evaluation of compound compliance criteria for concrete strength, RILEM, Materials and Structures 21, 1988, str 13-20.
- 9 Pawlikowski J: Podstawy projektowania probabilistycznego konstrukcji z betonu, Prace naukowe ITB, WITB, Warszawa 2004

The quality index for produced concrete and reliability in relation to the small size sample

Izabela Skrzypczak¹, Lidia Buda-Ożóg²

¹ Department of Geodesy and Geotechnics, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Rzeszów University of Technology, e-mail: izas@prz.edu.pl

² Department of Building Structures, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Rzeszów University of Technology, e-mail: lida@prz.edu.pl

Abstract: Compliance criteria for the sample size $n = 3$ have a lot of disadvantages [5,6,7] and they can affect the reduction of quality of produced concrete and, consequently, they can cause too much risk of the recipient (the investor) side. Therefore, the effect of the sample size on the defined quality index of produced concrete has been evaluated. The effect of the sample size and standard deviation on the reliability index of reinforced concrete structures has also been determined. The impact analysis of compliance criteria on the reliability index of reinforced concrete structures was conducted for a compression column. The obtained values of the reliability index results confirm the correctness of the quality index formula and concrete quality proposed in method of defining.

Keywords: concrete, quality index, reliability index, reinforced structures

