

Możliwości obliczeniowe a wymagania wg Eurokodu 3 przy wyznaczaniu sił przekrojowych konstrukcji powłokowych

Wiesław Baran

*Katedra Konstrukcji Budowlanych i Inżynierskich, Wydział Budownictwa, Politechnika Opolska,
e-mail: w.baran@po.opole.pl*

Streszczenie: W pracy opisano rodzaje analiz obliczeniowych przy projektowaniu powłok, zalecane wg Eurokodu 3. Przedstawiono rozwiązanie analityczne dla grupy powłok prostokreślnych, umożliwiające wyznaczanie sił wewnętrznych dla dowolnego sposobu obciążenia. Analizowano wpływ członów nieliniowych w związkach geometrycznych na wyniki obliczeń. Zwrócono uwagę na konieczność dobrego przygotowania badacza przy budowaniu modeli numerycznych powłok oraz konieczność ich weryfikacji metodami analitycznymi.

Słowa kluczowe: budownictwo, powłoka, teoria powłok, siły wewnętrzne, analiza obliczeniowa, rozwiązania analityczne, modele numeryczne

1. Wprowadzenie

Konstrukcje powłokowe w zależności od przyjętych parametrów, można zakwalifikować do różnych kształtów i typów, dla których jest inny opis geometrii powierzchni podstawowej powłoki. Ogólnie powłoki można podzielić na rozwijalne, do których zaliczamy przede wszystkim powłoki walcowe i nierozwijalne, gdzie wyróżniamy min. hiperboloidę jednopowłokową, dwukrzywiznowe powłoki wypukłe, paraboloidę hiperboliczną i inne. Alternatywnie wyróżnia się grupę powłok obrotowych, zazwyczaj o pionowej osi obrotu i tworzącej, której opis wpływa na kształt powierzchni środkowej powłoki. Wiele z podanych przykładowych kształtów możemy utworzyć poprzez odpowiednią transformację prostej jako tworzącej i wówczas mówimy o powłokach prostokreślnych. Ma to duże znaczenie przy rozwiązywaniu równań równowagi powłoki, bowiem składowe pierwszego i drugiego tensora metrycznego upraszczają się [1].

Projektowanie konstrukcji stalowych wg zalecanej obecnie normy PN-EN 1993-1-3, Eurokod 3, jest możliwe po uprzednim wyznaczeniu efektów oddziaływań E_d (4), wyrażonych w postaci sił przekrojowych lub naprężeń. Wyróżnia się 6 sił przekrojowych [4]:

- $n_x, n_\Theta, n_{x\Theta}$ – siła przekrojowa południkowa, obwodowa i ścinająca,
- $m_x, m_\Theta, m_{x\Theta}$ – moment zginający południkowy, obwodowy i moment skręcający na jednostkę długości.

Dla układów osiowo symetrycznych w sensie geometrii, obciążenia i warunków podparcia można pominąć składowe $n_{x\Theta}$ i $m_{x\Theta}$.

Sposób określania naprężeń zastępczych $\sigma_{eq,Ed}$ zależy od stanu naprężenia. Można np. stosować podejście naprężeniowe wg kryterium Hubera–von Misesa, jednak nie do oceny stateczności powłoki. Zasadniczym jednak problemem przy projektowaniu powłoki, niezależnie od podejścia przy sprawdzaniu warunków nośności, jest wyznaczenie sił wewnętrznych. Aktualnie stosuje się dwie podstawowe metody rozwiązywania powłok: analityczne i numeryczne.

2. Analiza obliczeniowa powłok wg Eurokodu 3

W działaniach twórczych, do których kwalifikujemy projektowanie konstrukcji obiektów budowlanych, oprócz cech projektanta jak: talent, wiedza, psychologiczne zaangażowanie, ważne są środki techniczne oraz stosowane metody i narzędzia, w tym systemy komputerowe wspomagające projektowanie.

Na proces twórczy, projektowania konstrukcji, nałożone są ograniczenia wynikające z lokalizacji obiektu, możliwości ekonomicznych zleceniodawcy, a przede wszystkim aktów prawnych i norm, które opracowano jako wyniki badań naukowych wielu ośrodków naukowych i instytutów badawczych oraz jako doświadczenia wynikające z projektowania.

W Eurokodzie 3, w części 1-6 proponuje się w obliczeniach, w zależności od rozpatrywanego stanu granicznego [2], stosowanie jednego lub więcej rodzajów analiz:

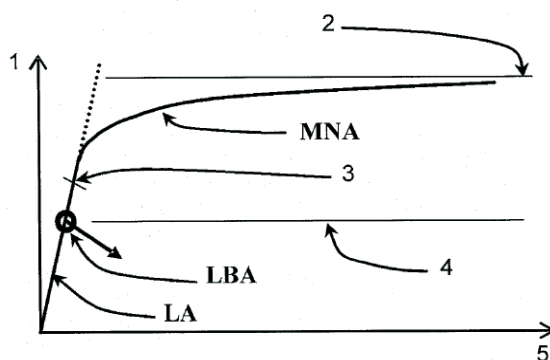
- analiza globalna,
- analiza według teorii błonowej, stosowana przy założeniach eliminujących efekty stanu zgięciowego, tj. efekty związane z:
 - warunkami podparcia, które niekoniecznie muszą spełniać warunki ciągłości i odkształceń na brzegach lub na styku segmentów o różnych kształtach lub obciążeniach,
 - sposobem obciążenia (bez obciążeń lokalnych) i geometrią powłoki, która powinna charakteryzować się łagodną zmianą kształtu i brakiem nieciągłości,
- liniowo sprężysta analiza, oznaczana jako LA, w której przyjmuje się założenia małych odkształceń jak dla powłok cienkich niezdeformowanych, liniowo-sprężysty opis materiału, oraz zakłada się konieczność spełnienia warunków równowagi i warunków ciągłości odkształceń, a więc uzupełnia uproszczenia modelu wg analizy błonowej i spełnia również warunki dla stanu zgięciowego,
- analiza bifurkacyjna liniowo sprężysta, oznaczana jako LBA, w której zakłada się liniowo sprężysty opis materiału, powłokę niezdeformowaną (małe ugięcia) oraz brak jakiegokolwiek imperfekcji, a efektem analizy jest określenie wskaźnika nośności plastycznej r_{Rpl} (1) w rozpatrywanych punktach powłoki o grubości t , a więc podanie najniższej wartości własnej układu przy utracie stateczności i możliwości wyoboczenia, wyznaczony na podstawie sił przekrojowych stanu błonowego n_x , n_Θ i $n_{x\Theta}$ wg zależności:

$$r_{Rpl} = \frac{t f_{yk}}{\sqrt{n_{x,Ed}^2 - n_{x,Ed} n_{\Theta,Ed} + n_{\Theta,Ed}^2 + n_{x\Theta,Ed}^2}} \quad (1)$$

- geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta, oznaczana jako GNA, oparta na nieliniowości w sensie geometrycznym, czyli występowaniu tzw. „dużych ugięć” określonych dla powłoki o idealnym kształcie (bez imperfekcji), przy uwzględnieniu warunków stanu zgięciowego,
- analiza fizycznie nieliniowa, oznaczana jako MNA, odniesiona do powłok o idealnej geometrii, przy małych ugięciach oraz nieliniowej, sprężysto-plastycznej charakterystyce materiału, która pozwala wyznaczyć:
 - graniczne obciążenie plastyczne poprzez obliczenie wskaźnika nośności plastycznej r_{Rpl} wg teorii małych ugięć jak dla analizy LBA,
 - plastyczny przyrost odkształcenia $\Delta\varepsilon$ podczas jednego cyklu obciążenia przy tzw. zmęczeniu niskocyklowym (występowanie obciążeń zmiennych, które mogą

prorowadzić do uplastycznienia konstrukcji i muszą wystąpić co najmniej trzykrotnie w zakładanym czasie użytkowania konstrukcji),

- analiza geometrycznie i fizycznie nieliniowa, oznaczana jako GMNA, wykorzystująca założenia opisane dla analizy GNA i MNA,
- geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta z imperfekcjami, oznaczana jako GNIA, która uwzględnia w sposób jawny imperfekcje geometryczne w postaci niezamierzonych odchyłek kształtu, a obliczenia których efektem jest min. wyznaczenie sprężystej nośności wyboeczeniowej, przeprowadza się jak dla założeń analizy GNA,
- analiza geometrycznie i fizycznie nieliniowa z imperfekcjami, oznaczana jako GMNIA, dla której obliczenia przeprowadza się jak dla analizy GMNA przy dodatkowo uwzględnionych imperfekcjach geometrycznych, opisujących w sposób jawny niezamierzone odchyłki kształtu powierzchni środkowej, które mogą być również następstwem niespełnienia warunków brzegowych i naprężeń własnych.



Rys. 1. Zależność mnożnika obciążeń obliczeniowych od sposobu deformacji wg zaleceń PN-EN 1993-1-6 [2]. Legenda: 1 – r , mnożnik obciążeń, 2 – r_{Rpl} , wskaźnik nośności plastycznej według teorii małych ugięć, 3 – r_{Rpl} , granica wg analizy liniowej (LA), 4 – r_{Rcr} , wskaźnik nośności krytycznej według liniowej analizy bifurkacyjnej, 5 – deformacja

Na rys.1 pokazano w sposób jakościowy zależność mnożników obliczeniowych stosowanych przy wyznaczaniu nośności obliczeniowej dla różnych analiz wg Eurokodu 3, część 1-6, jako funkcję ogólnie przyjętej deformacji. Początkowa faza do pkt. 4 w zakresie sprężystym obejmuje analizę LA i LBA w zakresie liniowym, natomiast dalej krzywa pokazuje dodatkową rezerwę plastyczną uwzględnianą min. w analizach MNA poprzez wyznaczenie wskaźnika r_{Rpl} nośności plastycznej. Dla poszczególnych analiz, nośności obliczeniowe F_R jako funkcję wartości obliczeniowej oddziaływań F_{Ed} wyznacza się wg zależności:

- nośność wyboeczeniowa przy uwzględnianiu rezerwy plastycznej:

$$F_{Rpl} = r_{Rpl} F_{Ed} \quad (2)$$

- nośność wyboeczeniowa przy uwzględnianiu nośności krytycznej wg liniowej analizy bifurkacyjnej:

$$F_{Rcr} = r_{Rcr} F_{Ed} \quad (3)$$

Ogólny warunek nośności dla elementów konstrukcji lub połączenia wg PN-EN 1990, przy sprawdzaniu stanu granicznego, możemy zapisać:

$$E_d \leq R_d. \quad (4)$$

gdzie:

- E_d – wartość obliczeniowa efektu oddziaływania wyrażona np. w postaci sił wewnętrznych lub naprężeń,
- R_d – wartość obliczeniowa odpowiedniej nośności, przekroju lub elementu.

3. Siły wewnętrzne w konstrukcjach powłokowych

W celu spełnienia równań równowagi oraz warunków ciągłości przemieszczeń, ze względu na złożony model matematyczny wynikający z równania statyki, które w ogólnym przypadku jest niejednorodnym równaniem różniczkowym cząstkowym ósmego rzędu [3], w teorii cienkich powłok wprowadza się podział na:

- stan błonowy, który opisuje wyidealizowany układ pozbawiony możliwości spełnienia lokalnych ograniczeń wynikających z warunków zamocowania na brzegach lub nieciągłości funkcji opisującej kształt albo obciążenie, a rozwiązanie jest na etapie całki szczególnej równania statyki, realizującej tzw. stan bezmomentowy,
- stan zgięciowy, który uwzględnia warunki zamocowania, a rozwiązanie jest na etapie całki ogólnej równania statyki, realizującej tzw. umowny stan zgięciowy.

Ponadto korzystamy zazwyczaj z uproszczeń w zakresie teorii małych odkształceń dla cienkich powłok sprężystych, polegających na pomijaniu w rozwiązaniach wielkości zdefiniowanych jako małe, które występują w potęgach lub iloczynach w rzędzie większym niż pierwszy. W literaturze, ze względu na złożony model matematyczny, podawane są równania równowagi w zapisie ogólnym dla których, z wyjątkiem powłoki walcowej, trudne jest podanie rozwiązania opisującego siły przekrojowe w sposób jawny, w postaci funkcji lub wyrażenia arytmetycznego.

3.1. Rozwiązania analityczne w zakresie analizy liniowej

Podstawowe założenia stosowane w teorii cienkich powłok, to założenia Kirchhoffa-Love'a, które umożliwiają przyjęcie uproszczonego modelu obliczeniowego i przejście z analizy trójwymiarowego stanu naprężenia i odkształcenia do przybliżonego stanu dwuwymiarowego. Na powierzchni podstawowej wprowadza się układ współrzędnych krzywoliniowych u^i jako odwzorowanie wzajemnie jednoznaczne zmiennych x^i :

$$u^i = u^i(x^1, x^2, x^3), \quad (5)$$

różniczkowalne potrzebną ilość razy, dla którego przy wyznaczniku:

$$\left| \frac{\delta u^i}{\delta x^i} \right| \neq 0, \quad (6)$$

istnieje odwzorowanie odwrotne, dające rozwiązanie ze względu na x^j .

Przeanalizowano sparametryzowany wektorowy opis powierzchni środkowej powłoki w parametryzacji prostokątnej, z parametrami kątowymi α i β (rys.2):

$$\mathbf{r} = a_1 \left(\cos(u^2) \mathbf{i} + \sin(u^2) \mathbf{j} \right) + u^1 \left(\cos(u^2 + \alpha) \mathbf{i} + \sin(u^2 + \alpha) \mathbf{j} \right) \cos \beta + u^1 \sin \beta \mathbf{k}, \quad (7)$$

gdzie:

- u^1, u^2 - współrzędne krzywoliniowe określające położenie punktu na powierzchni środkowej,
- a_1 - promień na poziomie podstawy.

Dla różnych wartości kątów α i β , wykorzystując równanie (7), można uzyskać jeden z trzech kształtów powłoki: walec, stożek, hiperboloidę jednopowłokową [1].

Zapisując dowolne obciążenie w układzie kartezjańskim, w postaci wektorowej:

$$\mathbf{P} = X \mathbf{i} + Y \mathbf{j} + Z \mathbf{k} . \quad (8)$$

Po uwzględnieniu wyznaczonych na powierzchni środkowej wektorów bazy: $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{m}$ oraz zapisaniu wektora obciążenia w wersji ogólnej we współrzędnych krzywoliniowych u^1, u^2 :

$$\mathbf{P} = P^1 \mathbf{r}_1 + P^2 \mathbf{r}_2 + P^3 \mathbf{m} , \quad (9)$$

otrzymano opis dowolnego sposobu obciążenia w tych współrzędnych, jako funkcję trzech składowych obciążenia X, Y i Z w układzie kartezjańskim:

$$P^1 = X \frac{\cos(\beta)}{\sqrt{g}} \left[A \cos(u^2 + \alpha) + B \cos(u^2) \right] + Y \frac{\cos(\beta)}{g} \left[A \sin(u^2 + \alpha) + B \sin(u^2) \right] + Z \frac{\sin(\beta)}{g} g_{22} , \quad (10a)$$

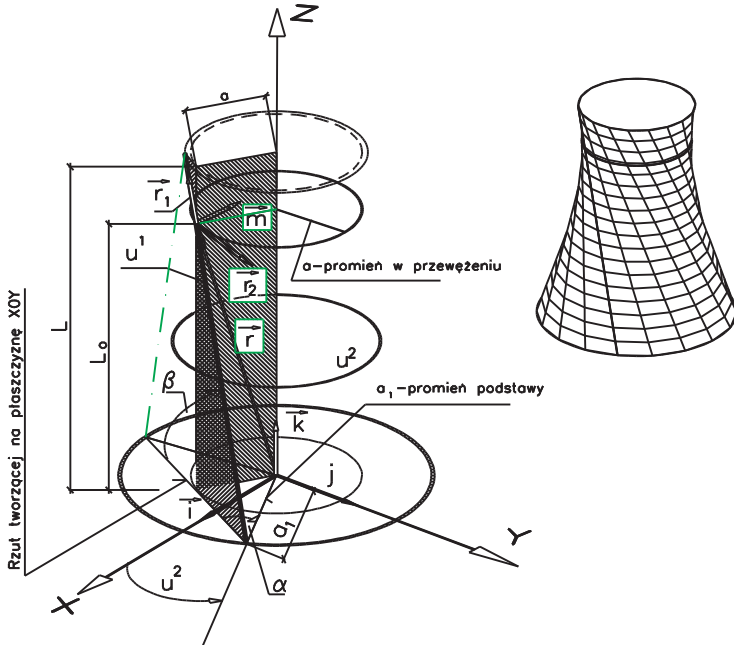
$$P^2 = -X \frac{1}{g} \left[C \sin(u^2 + \alpha) + a_1 \sin^2(\beta) \sin(u^2) \right] + Y \frac{1}{g} \left[C \cos(u^2 + \alpha) + a_1 \sin^2(\beta) \cos(u^2) \right] - Z \frac{g_{12}}{g} \sin(\beta) , \quad (10b)$$

$$P^3 = -X \frac{\sin(\beta)}{\sqrt{g}} \left[a_1 \cos(u^2) + u^1 \cos(\beta) \cos(u^2 + \alpha) \right] - Y \frac{\sin(\beta)}{g} \left[a_1 \sin(u^2) + u^1 \cos(\beta) \sin(u^2 + \alpha) \right] + Z (\sqrt{g})_{,1} , \quad (10c)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} A &= u^1 \cos^2(\beta) + a_1 u^1 \cos(\alpha) \cos(\beta), & B &= a_1 u^1 \cos(\beta) + (a_1)^2 \cos(\alpha) \\ C &= u^1 \cos(\beta) + a_1 \cos(\alpha) \cos^2(\beta) \end{aligned} , \quad (11)$$

g_{ij}, g – składowe tensora pierwszej formy różniczkowej lub ich wyróżnik.



Rys. 2. Powierzchnia podstawowa w parametryzacji prostokątnej opisana równaniem (7)

Taki zapis umożliwia przeprowadzenie obliczeń dla dowolnego sposobu obciążenia i dla jednego z trzech kształtów powierzchni środkowej. Rozwiązanie układu równań równowagi dla stanu błonowego, przy zastosowaniu odpowiedniej metodyki rozwiązywania [1], pozwoliło na opis sił przekrojowych za pomocą prostych zależności zawartych w zbiorze funkcji elementarnych. Otrzymano (górny znak \bar{N}_{ij} oznacza wielkość fizyczną siły):

$$\bar{N}_{11} = -\sqrt{\frac{g_{22}}{g}}P + \frac{1}{\sqrt{g_{22}}}[J_2 + J_3], \quad \bar{N}_{12} = \frac{g_{12}}{\sqrt{g}}P - \frac{1}{g_{22}}[J_{1,2} + g_{12}(J_2 + 2J_3)] \quad (12a)$$

$$\bar{N}_{12} = \frac{g_{12}}{\sqrt{g}}P - \frac{1}{g_{22}}[J_{1,2} + g_{12}(J_2 + 2J_3)]. \quad (12b)$$

$$\bar{N}_{22} = -\frac{g}{\sqrt{g_{22}}\sin(\beta)}P^3 - 2\frac{g_{12}}{\sqrt{g_{22}}}\bar{N}_{12}. \quad (12c)$$

gdzie: J_1, J_2, J_3 , to całki uwzględniające opis funkcji obciążenia i opisy geometrii powłoki, zapisane w postaci:

$$J_1 = \int_l^{u^1} \left\{ \frac{\sqrt{g}}{\varepsilon} [2HP - P^3] \right\} du^1, \quad J_2 = \int_l^{u^1} \left\{ \frac{g_{22,1}}{2\sqrt{g\varepsilon}} [2HP - P^3] \right\} du^1, \\ J_3 = \int_l^{u^1} \left\{ \frac{1}{g_{22}} [J_{1,22} + g_{12}J_{2,2}] \right\} du^1, \quad \varepsilon = \frac{\sin(\beta)}{\sqrt{g}}, \quad (13)$$

a P jest funkcją, wyznaczoną z równania:

$$P^j = g^{ij} P|_i, \tag{14}$$

w którym kreska pionowa oznacza pochodną kowariantną.

Interpretacja sił N_{ij} w odniesieniu do normy PN-EN 1993-1-6 jest następująca:

$$\bar{N}_{11}^- = n_x, \bar{N}_{22}^- = n_\Theta, \bar{N}_{12}^- = n_{x\Theta}. \tag{15}$$

Dla stanu błonowego, siły tnące i momenty zginające, można wyznaczyć z zależności:

$$\bar{Q}^j = \bar{M}^{ij}|_i, \bar{M}^{ij} = 2H \frac{h^2}{3} \bar{N}^{ij}, 2H = g^{ij} b^{ij}, \tag{16}$$

gdzie: $2H$ - krzywizna średnia, g_{ij} , b_{ij} - składowe pierwszej i drugiej formy różniczkowej.

3.2. Rozwiązania analityczne w zakresie analizy nieliniowej geometrycznej

W pracy autora [4] podano zależności opisujące związki geometryczne dla powłok, w których uwzględniono człony nieliniowe składowych w^3 , wektora przemieszczenia \mathbf{w} . Jest to jedno z możliwych uproszczeń, polegające na szacowaniu składników sum zawierających wielkości małe, rzędu wyższego niż pierwszy. Pozostawienie wyrażeń ze składową w^3 , ma uzasadnienie również ze względu na opis tensora odkształcenia błonowozgięciowego [3, 4]:

$$\rho_{ij} = \frac{1}{2} w^3|_{ij}, \tag{17}$$

wykorzystywanego w rozwiązaniach stanu zgięciowego, w którym pomija się składowe zawierające składniki w^1 i w^2 , a pozostawia się tylko składową w^3 .

Analiza rozwiązań w zakresie liniowym i nieliniowym geometrycznie [4, 5], doprowadziła do ważnego dla celów praktycznych kryterium, odniesionego do modułu składowej w^3 . Określono umowną granicę stosowania teorii liniowej, gdy:

$$|w^3| \leq \frac{h}{20\xi \sqrt{3(1-\nu^2)}}, \tag{18}$$

natomiast uznano, że wpływ nieliniowości geometrycznej może mieć istotny wpływ na rozwiązanie powłoki dla warunku:

$$\frac{h}{20\xi \sqrt{3(1-\nu^2)}} \leq |w^3| \leq \frac{h}{2\xi \sqrt{3(1-\nu^2)}}, \tag{19}$$

$$\xi = \left(\frac{\varepsilon}{\omega^2}\right)^{\frac{1}{n}} \dots, n=1, 2, 3, \quad \varepsilon = H + \sqrt{H^2 - K}, \quad \omega^4 = \frac{3(1-\nu^2)}{h^2}, \tag{20}$$

gdzie: ν - współczynnik Poissona, h - połowa grubości ścianki powłoki, K - krzywizna Gaussa, H - krzywizna średnia.

Przeprowadzone obliczenia z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej pokazały [4], że przy uwzględnieniu oddziaływań istotnych dla występowania znacznych efektów oddziaływań w postaci składowej w^3 prostopadłej do powierzchni środkowej, wyniki z uwzględnieniem członów nieliniowych wzrosły od 2 do 5%, w zależności od kształtu

powłoki. Większe przyrosty były dla powłoki walcowej, a mniejsze dla dwukrzywiznowej powłoki o kształcie hiperboloidy jednopowłokowej. Analiza obliczeniowa pokazała ponadto, że umowne kryterium wymagające stosowanie teorii geometrycznie nieliniowej (19), uwzględniające zarówno cechy geometryczne powłoki jak i parametry materiałowe, może być istotne w obliczeniach przy wzroście o ok. 2,5% składowej w^{3n} , wyznaczonej wg teorii nieliniowej, w stosunku do wartości w^{3l} , policzonej wg teorii liniowej.

3.3. Rozwiązania numeryczne

Wielu badaczy współcześnie zajmujących się konstrukcjami powłokowymi, stosuje do analizy pracy powłoki metody numeryczne, uwzględniając w modelowaniu różne typy elementów skończonych. W licznych pracach na temat stalowych zbiorników, Ziółko [6] prezentuje wyniki analiz numerycznych z wykorzystaniem powłokowych elementów do modelowania zbiorników, elementów bryłowych do modelowania warstw podłoża gruntowego i elementów kontaktowych na styku zbiornik-podłoże gruntowe. Chróścielewski, Makowski i Pietraszkiewicz w pracy [7] zamieścili szeroki przegląd i opis różnych elementów skończonych o 4-ech, 5-ciu, ale zazwyczaj o 6-ciu stopniach swobody w węźle. Podano również liczne przykłady liczbowe dla wielu kształtów powłok. Rozważono liniowe oraz nieliniowe zadania statyki, stateczności i dynamiki powłok sprężystych w zakresie małych odkształceń. Zamieszczone analizy stanowią bogaty zbiór informacji, które można wykorzystać do modelowania powłok.

W nawiązaniu do własnych rozwiązań analitycznych, częściowo przedstawionych w pkt. 1.2.1, wykonano porównania uzyskanych sił przekrojowych z rozwiązań analitycznych z wynikami otrzymanymi dla modeli numerycznych [8], dla których do generowania siatki w systemie Robot wykorzystano czworokątne, 4-węzłowe, powierzchniowe elementy skończone. Różnice wyników wg dwóch metod obliczeniowych były mniejsze niż 1%. W pracy [9] przedstawiono analizę statyczną żelbetowej chłodni kominowej dla numerycznego modelu obliczeniowego, w którym uwzględniono obciążenia stałe i zmienne środowiskowe. Otrzymane wyniki dla analizowanego modelu MES powłoki w systemie obliczeniowym Robot zostały zweryfikowane pod względem jakościowym i ilościowym własnymi procedurami obliczeniowymi, uzyskanymi na podstawie własnych rozwiązań analitycznych.

4. Podsumowanie

Wymiarowanie konstrukcji powłokowych wg wytycznych PN-EN 1993-1-6 wymaga dobrej znajomości teorii powłok oraz metod związanych z rozwiązywaniem tych konstrukcji – wyznaczania sił wewnętrznych. Metody analityczne są trudne do inżynierskiego stosowania, dlatego współcześnie głównie budowane są modele numeryczne, które wymagają innej wiedzy, związanej z modelowaniem konstrukcji i wykorzystaniem MES, co może w znaczący sposób wpłynąć na otrzymane wyniki. Możliwość posiadania rozwiązań analitycznych umożliwia weryfikację modelu i określenie jego adekwatności.

Literatura

- 1 Baran W., Jędraszak B. Rozwiązanie powłoki hiperboloidalnej w parametryzacji prostokątnej, w: LIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, „Krynica 2007”, Białystok-Krynica 2007, Mat. Konf., t.2, s. 431-438.
- 2 PN-EN 1993-1-6. Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-6. Wytrzymałość i stateczność konstrukcji powłokowych.
- 3 Bielak St.: Nieliniowa teoria powłok, cz.II, WSI w Opolu, Studia i monografie, z.83, Opole 1995.

- 4 Baran W. Nieliniowe związki geometryczne dla powłok, w: LI Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, „Krynica 2005”, Gdańsk-Krynica 2005, Mat. Konf., t.2, s. 9-16.
- 5 Krawczyk J. Teoria powłok. Ujęcie symetryczne nieliniowości geometrycznej. WSP w Opolu, Studia i monografie, z. 212, Opole 1993.
- 6 Ziółko J. Postęp w stalowych zbiornikach i konstrukcjach powłokowych, w: XIX Ogólnopolska Konferencja WPPK, Ustroń 2004, s. 313-336.
- 7 Chróścielewski J., Makowski J., Pietraszkiewicz W. Statyka i dynamika powłok wielopłatowych. Nieliniowa teoria i metoda elementów skończonych, IPPT PAN, Warszawa 2004.
- 8 Baran W., Jędraszak B., Żmuda J.: Statyka stanu bezmomentowego powłoki hiperboloidalnej, w: XI-th International Scientific Conference "Current Issues of civil and environmental engineering "Lviv-Koszyce-Rzeszów", Mat. Konf. ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА" Видається з 1964 р. № 600, Львів 2007, s. 356-363.
- 9 Baran W., Jędraszak B, Jankowiak R. Analiza numeryczna powłoki chłodni kominowej. Górnictwo Odkrywkowe 4-5 (2008) 73-77.

Calculation possibilities and Eurokod 3 requirements used to calculate internal forces in shell structures

Wiesław Baran

Department of Building and Engineering Structures, Faculty of Civil Engineering, Opole University of Technology, e-mail: w.baran@po.opole.pl

Abstract: This work presents various types of calculation analysis for shell designing, recommended by Eurokod 3. Analytical solutions for shell groups enabling calculating internal forces for any load are presented. The influence of nonlinear units in geometrical connections on calculation results was analyzed. Necessity of proper researcher preparation to build numerical models of shells and necessity to verify them by analytical models was underlined.

Keywords: civil engineering, shell, shell theory, internal forces, calculation analysis, analytical solution, numerical models

