

Analiza eksperymentalna ścieżek wyboczenia prętów ściskanych w przypadku obciążenia sterowanego przemieszczeniem

Szymon Imielowski¹, Aniela Glinicka², Cezary Ajdukiewicz³

¹ Zakład Budownictwa Wodnego i Hydrauliki, Wydział Inżynierii Środowiska, Politechnika Warszawska, e-mail: szymon.imielowski@is.pw.edu.pl

^{2,3} Zakład Wytrzymałości Materiałów i Teorii Sprężystości i Plastyczności, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Warszawska, e-mail: ²A.Glinicka@il.pw.edu.pl, ³C.Ajdukiewicz@il.pw.edu.pl

Streszczenie: W artykule rozważa się stateczność prętów metalowych w zakresie dokrytycznym i pokrytycznym, z uwzględnieniem złożonych cykli obciążenia, w przypadku obciążenia sterowanego przemieszczeniem. Zestawiono wyniki badań laboratoryjnych ściskania prętów o różnych kształtach przekroju poprzecznego raportowanych jako zależności $P=P(f)$ oraz $P=P(u)$, siły ściskającej od ugięcia bocznego f oraz całkowitego skrócenia pręta u . Zwrócono uwagę na fakt, że dopiero analiza obydwu wykresów daje pełny opis zjawiska. Umożliwia precyzyjne śledzenie kolejnych etapów procesu ściskania i wyboczenia, daje pełną informację o zniszczeniu pręta oraz w przypadku obciążenia zadawanego wzrastającym przemieszczeniem, pozwala określić energię procesu w pokrytycznym zakresie odkształceń. W pracy omówiono wyniki badań laboratoryjnych oraz przedstawiono w jakich warunkach można wykorzystać niezerową nośność pręta w zakresie podkrytycznym.

Słowa kluczowe: stateczność prętów pryzmatycznych, wyboczenie prętów, ścieżki pokrytyczne, obciążenie sterowane przemieszczeniem

1. Wstęp

Zalecenia normy PN-EN 1993-1-1 wskazują na możliwość przenoszenia obciążenia przez ściskane smukłe elementy konstrukcyjne do wartości dopuszczalnego poziomu naprężenia. Krytyczna wartość naprężenia jest określona dla zakresów sprężystego lub niesprężystego. Największa wartość siły na jaką projektowany jest słup jest niższa od wartości siły krytycznej.

Rozważmy dwa przypadki obciążania pręta ściskanego: a) obciążenie przyłożone w postaci wzrastającej siły oraz b) obciążenie przyłożone w postaci wzrastającego, wzdłuż kierunku osi pręta nieodkształconego, przemieszczenia. W pierwszym przypadku nawet niewielki wzrost obciążenia ponad P_{max} powoduje katastrofę. W przypadku drugim, jeżeli zmiany obciążenia wywołane są poprzez wzrastające przemieszczenie, stabilne zachowanie układu można obserwować również gdy ugięcie pręta znajduje się w zakresie pokrytycznym. Wielkość siły jest tylko monitorowanym parametrem procesu. W takich warunkach ściskane słupy w zakresie podkrytycznym a nawet pokrytycznym nie ulegną zniszczeniu. Jeżeli warunki obciążenia w postaci wzrastającego przemieszczenia byłyby zapewnione w zrealizowanej konstrukcji, oznaczałoby to, że zakres bezpiecznej pracy konstrukcji jest znacznie szerszy, niż wynika to z wytycznych określonych w normie.

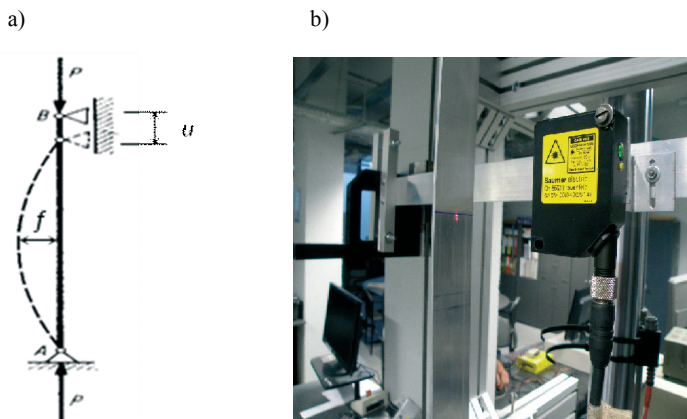
Rozważmy przypadek złożonej konstrukcji prętowej, np. układu słupów stanowiących podparcie stropu lub ściany konstrukcji, Załóżmy, że warunki obciążenia spowodowały utratę nośności jednego ze słupów. Konstrukcja stropu nie ulegnie zniszczeniu, jeżeli pozostanie on oparty na słupach będących bezpośrednimi sąsiadami przeciążonej kolumny a strop zachowuje swoją sztywność. Obserwator zauważy jedynie zwiększone ugięcie stropu ale o ograniczonej strzałce ugięcia. Obecność sąsiednich słupów i zachowana sztywność stropu powoduje, że obciążenie przenoszone na ten słup zadawane jest jako przystające przemieszczenie o skończonej wartości. W tym przypadku słup nie ulega całkowitemu zniszczeniu i możemy mówić o zdolności kolumny do pewnej nośności podkrytycznej a nawet pokrytycznej.

W fazie podkrytycznej metalowe słupy ściskane nie utracą zdolności przenoszenia obciążenia pod warunkiem zapewnienia obciążenia w postaci stałych lub narastających przemieszczeń.

2. Opis badań eksperymentalnych

Realizowany plan eksperymentu przewidywał badania podkrytycznych i pokrytycznych ścieżek wybočenja prętów o różnych przekrojach poprzecznych stosowanych w budownictwie. Rozważa się kolumny w średnim zakresie smukłości, dla których siła krytyczna występuje jako punkt graniczny. W pracy przyjęto, że zakres podkrytyczny pracy pręta zaczyna się od końca odcinka prostoliniowego do maksimum na wykresach obciążenie-ugięcie boczne lub obciążenie-całkowite skrócenie pręta po czym następuje zakres pokrytyczny.

Badania eksperymentalne przeprowadzono w laboratorium Zakładu Wytrzymałości Materiałów Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej. Do badań wykorzystano maszynę wytrzymałościową Instron 8802. Dokładność pomiaru siły wynosiła 1 kN, a dokładność pomiaru przemieszczenia głowic wynosi 0,05 mm. W obydwu przypadkach w skład stanowiska badawczego wchodziły: maszyna wytrzymałościowa, oryginalne oprzyrządowanie umożliwiające pomiar ugięcia próbki w połowie jej długości, rys.2b), oraz wyprowadzone kanały pomiarowe umożliwiające równoczesną rejestrację obciążenia P , przemieszczenia głowicy maszyny wytrzymałościowej u oraz ugięcia wybaczonej próbki f .



Rys. 1. a) Model pręta poddanego badaniom, odcinek odpowiadający smukłości efektywnej λ_{ef} , b) szczegół pomiaru ugięcia próbki za pomocą czujnika laserowego Baumer OADM 2016460/14F, dokładność pomiaru ugięcia $\Delta f \approx 3 \text{ m}$

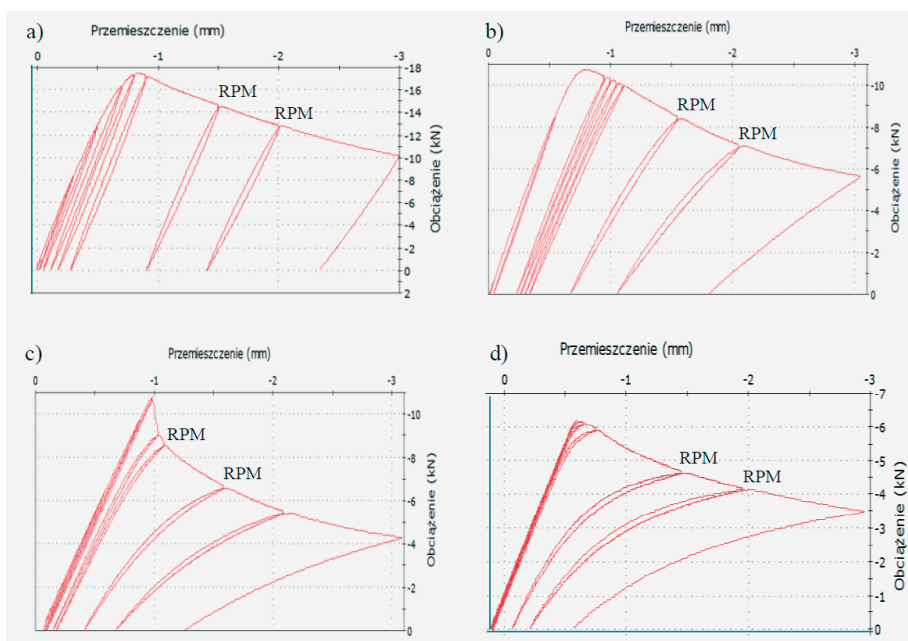
Próbka była zamocowana w szczękach hydraulicznych maszyny wytrzymałościowej, co zapewniało realizację modelu obustronnego utwierdzenia. W badaniach analizowano wpływ kształtu kolumny i jej smukłości na kształt ścieżki obciążenia. W każdym przypadku realizowano cykle odciażania i ponownego obciążania zaczynając w różnych punktach ścieżki obciążania, co umożliwiło analizę w obszarze zwiększonych ugięć pręta w zakresie dokrytycznym i pokrytycznym. Do zrealizowania zaplanowanego programu pomiarów w maszynie wykorzystano oprogramowanie maszyny wytrzymałościowej oraz indywidualne skrypty pisane niezależnie dla każdego z zaplanowanych eksperymentów. Wyniki raportowano w postaci wykresów $P-u$, $P-f$, zależności siły ściskającej od ugięcia bocznego f oraz całkowitego skrócenia pręta u . Obserwacje wynikające bezpośrednio z obydwu sposobów rejestracji wyników stanowiły podstawę do pełnej analizy zjawiska.

3. Opis uzyskanych wyników

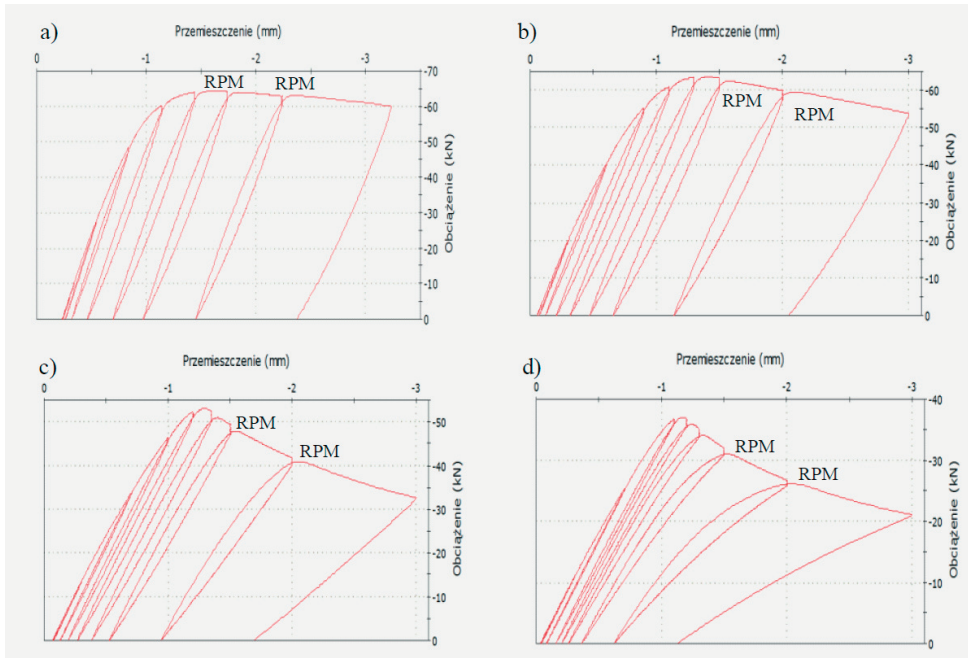
Analizie poddano wyniki dotyczące stateczności słupów wykonanych z kątowników 20 x 10 x 3 mm, ze stali 1.4301 wg normy EN10088 oraz ceowników 20 x 20 x 2 mm wykonanych z aluminium Pa38. Otrzymane wyniki są następnie porównane do rezultatów otrzymanych w pracach [3] i [4].

Analizując wykresy zwróćmy uwagę na korzyści wynikające z przedstawienia wyników na wykresach $P-u$. Ten sposób zestawienia wyników znacznie rozszerza zakres przekazanych informacji, m.in.:

a) Na wykresach $P-u$, można precyzyjnie śledzić kolejne etapy obciążania i deformacji próbki. Zwłaszcza pierwszy etap, w którym następuje skrócenie próbki. Dla wszystkich smukłości na wykresach widać odcinek prostoliniowy lub zbliżony do prostoliniowego odpowiadający skróceniu pręta bez efektu wyboczenia.



Rys. 2. Krzywe wyboczenia prętów ściskanych. Krzywa $P-u$, obciążenie całkowite-skrócenie pręta (obciążenie w postaci wzrastającego przemieszczenia). Ceowniki aluminiowe o smukłościach a) $\lambda_{ef} \cong 21.3$ b) $\lambda_{ef} \cong 40.6$ c) $\lambda_{ef} \cong 60.6$ d) $\lambda_{ef} \cong 82.9$

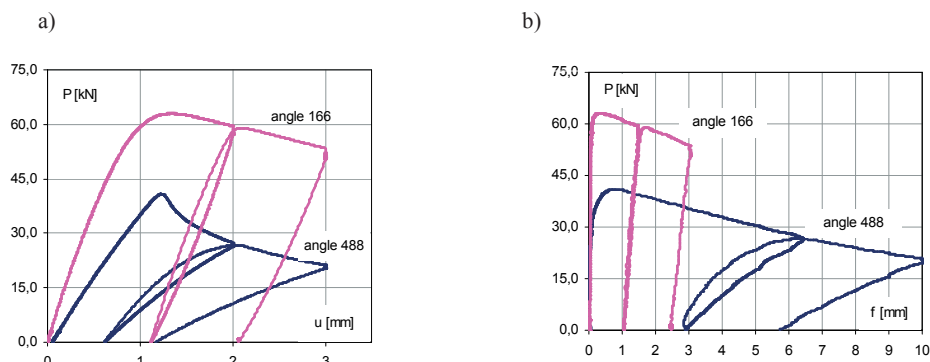


Rys. 3. Krzywe wyoboczenia prętów ściskanych. Krzywa $P-u$, obciążenie całkowite-skrócenie pręta (obciążenie w postaci wzrastającego przemieszczenia). Kątowniki stalowe o smukłościach a) $\lambda_{ef} \approx 17.8$ b) $\lambda_{ef} \approx 22.3$ c) $\lambda_{ef} \approx 40.1$ d) $\lambda_{ef} \approx 65.8$

b) Interesującym przypadkiem przedstawiono na rys.2 b i c odpowiednio dla smukłości prętów 40,6 i 60,6. Dla obu wymienionych smukłości nie zaobserwowano istotnej różnicy wartości maksymalnej siły, natomiast zmianie uległ kształt krzywej wyoboczenia. Na rys.3c widać wyraźnie gwałtowny spadek siły zaraz po osiągnięciu przez siłę wartości krytycznej. Zjawisko to zostało zaobserwowane wcześniej w próbach wyoboczenia prętów aluminiowych o przekroju prostokątnym [4]. W przypadku płaskowników może nastąpić nawet zjawisko skokowego spadku siły. Należy podkreślić, że omawiane zjawisko można zaobserwować tylko na wykresach $P-u$. Kształt wykresów $P-f$ nie wskazuje na takie zachowanie. W przypadku stalowych kątowników podobne zmiany kształtu krzywej wyoboczenia mają miejsce w przypadku przedstawionych na rys.3c i d smukłości $\lambda_{ef} \approx 40.1$ i $\lambda_{ef} \approx 65.8$.

c) Całkowite skrócenie pręta, mierzone w kierunku działającego obciążenia daje możliwość określenia energii wydatkowanej w procesie ściskania. Energia ta na wykresie jest polem zawartym pod krzywą.

Na rys.4 zaznaczono dwa pierwsze cykle obciążenie-odciążenie na wykresach wyoboczenia dwóch kątowników stalowych przedstawianych jako krzywe: $P-u$ (obciążenie-całkowite skrócenie pręta) oraz $P-f$ (obciążenie-ugięcie boczne pręta), wg [3]. Smukłości prętów wynoszą odpowiednio: $\lambda_{ef} \approx 65,8$ (angle 488) oraz $\lambda_{ef} \approx 22,3$ (angle 166). Na zestawieniu widać różnice obydwu sposobów raportowania wyników badań. Na tradycyjnym wykresie $P-f$ nie można analizować skrócenia osi pręta, które występuje w pierwszym etapie procesu ściskania. Ten etap procesu ściskania ma istotny wpływ na przebieg całego zjawiska chociaż zwykle nie jest uwzględniany w analizie stateczności prętów. Zauważmy, że wartość skrócenia pręta przewyższa wartość ugięcia w momencie osiągnięcia siły krytycznej.



Rys. 4. Krzywe wyboczenia prętów ściskanych (obciążenie sterowane przemieszczeniem). Kątowniki stalowe: a) krzywe $P-u$ (obciążenie-całkowite skrócenie pręta) oraz b) krzywe $P-f$ (obciążenie-ugięcie boczne pręta). Smukłości: $\lambda_{ef} \cong 65,8$ (angle 488), $\lambda_{ef} \cong 22,3$ (angle 166)

W dalszej części prześledźmy kształt ścieżki w przypadku cyklu odciążenia i ponownego obciążenia. Cykle takie zrealizowano dla wszystkich badanych przypadków smukłości i kształtu przekroju prętów. Zaobserwowano, że niezależnie od punktu, w którym rozpoczyna się etap odciążania, powtórne obciążanie zawsze związane jest z powrotem do punktu początku odciążania. Na wykresach kilka punktów powrotu zaznaczono jako RPM, Return Point Memory. Próbką ‘pamięta’ wielkość odkształcenia odpowiadający danemu obciążeniu na pokrytycznej ścieżce obciążenia. Odciążanie, które może rozpocząć się z dowolnego punktu ścieżki powoduje zmniejszanie odkształceń sprężystych, jednak przy powtórny obciążaniu odkształcenie wraca do poziomu jakie było na początku odciążania. Takie zachowanie nie zależy od kształtu przekroju pręta i rodzaju materiału. Jest cechą charakterystyczną nie tylko prętów ściskanych. Można je zaobserwować zarówno na ścieżce obciążenie-boczne ugięcie, jak również obciążenie-skrócenie pręta. Zjawisko powrotu do punktu na ścieżce pokrytycznej występuje również np. w przypadku statycznej próby rozciągania i jest wynikiem zmian struktury metalu i nie jest związane z rodzajem stanu naprężenia.

W przypadku prętów ściskanych zjawisko to zaobserwowano pierwotnie w pracy [4] na przykładzie aluminiowych płaskowników. W opisywanym eksperymencie zostało ono potwierdzone również dla prętów o innych kształtach przekroju poprzecznego i materiałów, aluminiowych ceowników i stalowych kątowników.

Opisane zachowanie polegające na powrocie do RPM, jest przewidywalne i przy obciążeniu realizowanym poprzez zwiększanie przemieszczenia świadczy o stabilnym zachowaniu pręta zarówno w zakresie podkrytycznym jak i pokrytycznym. Kształt ścieżki obciążania nie zależy od historii obciążenia.

4. Podsumowanie

W wyniku przeprowadzonych badań stateczności prętów stwierdzono, że raportowanie wyników badań w postaci wykresów $P-u$, obciążenie-całkowite skrócenie pręta wnosi wiele nowych informacji do analizy, pozwala na dokładne śledzenie etapów ściskania i wyboczenia pręta, daje wyobrażenie o wielkości energii wydatkowanej w procesie ściskania.

W zakresie średnich smukłości na wykresie $P-u$ można zaobserwować spadek siły, który ma miejsce zaraz po osiągnięciu krytycznej wartości siły. Takiego zjawiska nie można w sposób czytelny ujawnić na wykresach $P-f$, obciążenie-ugięcie boczne pręta.

Badania cykli odciążania i ponownego obciążania potwierdzają, że w warunkach obciążenia konstrukcji narastającym przemieszczeniem uwzględnienie niezerowej nośności prętów przyrzatycznych w zakresie podkrytycznym a nawet pokrytycznym jest możliwe. Wymaga to jednak szczegółowego przeanalizowania konkretnych warunków pracy konstrukcji, uwzględniając smukłość pręta, jego kształt poprzeczny oraz rodzaj więzów nałożonych na przemieszczenia prętów.

Literatura

- 1 Bazant Z. P., Cedolin L., *Stability of structures: elastic, inelastic, fracture, and damage theories*, 2003 Dover Publications, ISBN 0-486-42568-1
- 2 Simites G., Hodge D., *Fundamentals of structural stability*, 2006 Elsevier
- 3 Imiełowski S., Ajdukiewicz C., Glinicka A., *Analiza eksperymentalna zachowań pokrytycznych na przykładzie ściskanych kolumn metalowych*, 943-948, *Logistyka* nr 3/2011, ISSN 1231-5478, www.czasopismologistyka.pl, 6p.
- 4 Ziółkowski A., Imiełowski Sz.: *Buckling and Post-buckling Behaviour of Prismatic Aluminium Columns Submitted to a Series of Compressive Loads*, *Experimental Mechanics* 51 (2011) No2, 1335-1345.

Experimental buckling path of compressed bars under displacement control

Szymon Imiełowski¹, Aniela Glinicka², Cezary Ajdukiewicz³

¹ *Department of Hydroengineering, Faculty of Environmental Engineering, Warsaw University of Technology, e-mail: szymon.imielowski@is.pw.edu.pl*

^{2,3} *Department of Strength of Materials and Theory of Elasticity and Plasticity, Faculty of Civil Engineering, Warsaw University of Technology, e-mail: 2A.Glinicka@il.pw.edu.pl,*

³ *C.Ajdukiewicz@il.pw.edu.pl*

Abstract: Buckling and postcritical analysis of prismatic metal bars, including complex cycles of loading are considered in the paper. The postbuckling path analysis of bars loaded in the form of increasing displacements is discussed in detail. The results of experimental research are reported as a dependence of the force P versus lateral deflection f as well as total shortening of the rod u . It is stated that only the simultaneous analysis of both methods of presentation of results comprises a complete tool for developing the column response. Particularly, the response that appears in the first, linear elastic phase of loading can be observed on P - u diagrams. The increase of the compressing force causes visible shortening of the bar without its buckling. This important phenomenon is not usually included in stability considerations of prismatic rods.

Keywords: stability of prismatic bars, buckling, postcritical path, displacement controlled compression