

Zastosowanie warstwowego kompozytu gumowego w celu redukcji oddziaływań dynamicznych na konstrukcje stalowe

Maciej Major¹, Izabela Major² Judyta Różycka³

*^{1,2,3} Katedra Mechaniki Technicznej, Wydział Budownictwa, Politechnika Częstochowska,
e-mail: ¹mmajor@bud.pcz.czest.pl, ²admin@major.strefa.pl, ³judyta.niemirowp.pl*

Streszczenie: Celem pracy jest analiza warstwowego kompozytu gumowego mającego na celu znaczną redukcję oddziaływań dynamicznych na konstrukcje stalowe. W pierwszej części pracy przedstawiono analityczną analizę poprzecznej i podłużnej fali akustycznej propagującej w warstwowym kompozycie gumowym wykonanym z materiałów o potencjale sprężystym Błatza - Ko. W drugiej części znajdują się przykład numeryczny przedstawiający zachowanie się powierzchni nieciągłości propagującej w omawianym warstwowym kompozycie, pokazujący rozkład naprężeń dla przyjętego potencjału oraz stałych materiałowych z pierwszej części pracy. W niniejszej pracy przedstawiono możliwości zastosowania omawianego kompozytu m.in. w celu ograniczenia efektów dynamicznych powstających w procesie opróżniania silosów z materiałów sypkich.

Słowa kluczowe: warstwowy kompozyt gumowy, fala przyśpieszenia, materiał Błatza-Ko, propagacja powierzchni nieciągłości

1. Wprowadzenie

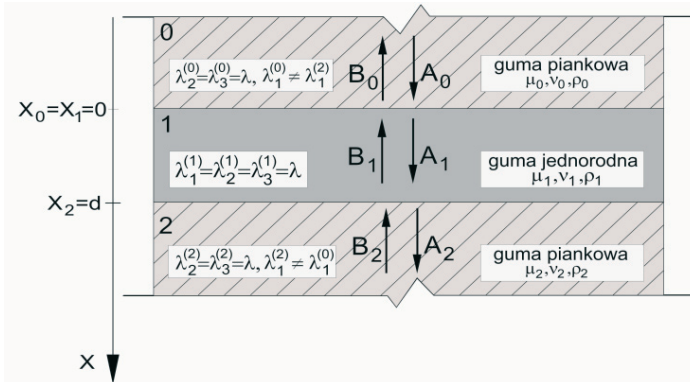
Dynamiczny rozwój budownictwa oraz przemysłu niesie za sobą potrzebę poszukiwania coraz nowszych i bardziej ekonomicznych rozwiązań, które zabezpieczą nowe, a także już istniejące konstrukcje przed negatywnym działaniem drgań. Redukcja oddziaływań dynamicznych pozwala na zwiększenie żywotności konstrukcji, na komfort oraz bezpieczeństwo pracy i życia ludzi przebywających w ich obszarze. Jednym z najczęściej stosowanych materiałów w elementach sprężysto tłumiących jest guma. Dzięki swoim właściwościom wysokim tłumieniem wewnętrznym, bardzo dobrą sprężystością postaciową oraz zdolnościom pochłaniania dźwięku, w porównaniu do stali daje duże możliwości redukcji oddziaływań dynamicznych. Guma również w odróżnieniu od stali nie koroduje, charakteryzuje się również odpornością na zjawiska zmęczeniowe. Uwzględniając właściwości gumy (w tym odporności gumy na ścieranie) oraz właściwości materiałów gumopodobnych poszukuje się możliwości zastosowania warstwowego kompozytu gumowego m.in. w celu ograniczenia efektów dynamicznych powstających w procesie opróżniania silosów z materiałów sypkich.

W pracy rozpatrywany jest warstwowy kompozyt gumowy wykonany z hipersprężystych materiałów Błatza – Ko. W części pierwszej przeprowadzono analizę podłużnej i poprzecznej fali akustycznej propagującej przez kolejne warstwy kompozytu. Uzyskano wykresy prędkości propagacji fali podłużnej i poprzecznej oraz iloraz impedancji sąsiadujących warstw. Druga część natomiast zawiera przykład numeryczny wykonany w programie ADINA przedstawiający zachowanie się powierzchni nieciągłości w omawianym kompozycie. Zagadnienie propagacji fal w ośrodkach warstwowych

o potencjale sprężystym prezentowane w literaturze technicznej nie obejmują w stopniu wyczerpującym realizowanego w pracy zagadnienia.

2. Propagacja fali akustycznej w gumopodobnym kompozycie warstwowym

Kompozyt wykonany został z trzech warstw: dwóch nieskończonych jednorodnych obszarów materiałowych 0 i 2 oraz z rozdzielającej ich warstwy przejściowej 1.



Rys. 1. Warstwowy kompozyt gumowy, składający się z dwóch nieskończonych jednorodnych obszarów 0 i 2 i warstwy przejściowej 1

Przyjęto, że warstwy 0 i 2 są gumą piankową ($f=0$), natomiast warstwa 1 – gumą jednorodną ($f=1$). Analiza omawianej powierzchni nieciągłości wykonana została w oparciu o pracę [1] przyjmując maksymalną wartość z zakresu współczynnika Poissona wg pracy [2] $\nu=0,493$ dla gumy jednorodnej. Dla gumy piankowej przyjęto stałą wartość współczynnika Poissona dla nieskończonych deformacji $\nu=0,25$. Szczegółowa analiza została zawarta w pracy [3].

2.1. Materiał Blatza -Ko

Związek konstytutywny omawianego sprężystego potencjału zaproponowany przez Blatza i Ko [4] ma postać:

$$W(I_1, I_2, I_3) = \frac{\mu f}{2} \left\{ I_1 - 3 + \frac{1-2\nu}{\nu} \left[I_3^{1-2\nu} - 1 \right] \right\} + \frac{\mu(1-f)}{2} \left\{ \frac{I_2}{I_3} - 3 + \frac{1-2\nu}{\nu} \left[I_3^{1-2\nu} - 1 \right] \right\} \quad (1)$$

gdzie: I_1, I_2, I_3 – niezmienniki lewego lub prawego tensora deformacji Cauchy'ego Greena, μ – moduł ścinania, ν – współczynnik (dla deformacji nieskończonych). Wartość parametru f określa udział porów w materiale i zawarta jest w przedziale $0 \leq f \leq 1$. Kompozyt w niniejszym przykładzie złożony został z gumy piankowej ($f=0$) oraz gumy jednorodnej ($f=1$), którego zredukowane równania mają kolejno postać:

$$W(I_2, I_3) = \frac{\mu}{2} \left\{ \frac{I_2}{I_3} - 3 + \frac{1-2\nu}{\nu} \left[I_3^{1-2\nu} - 1 \right] \right\} \quad (2)$$

$$W(I_1, I_3) = \frac{\mu}{2} \left\{ I_1 - 3 + \frac{1-2\nu}{\nu} \left[I_3^{1-2\nu} - 1 \right] \right\} \quad (3)$$

2.2. Warunki propagacji fali akustycznej

Dla gum piankowych oraz gum jednorodnych układ równań ruchu redukuje się do dwóch niesprężonych równań falowych [1]:

$$u_{1,11}^{(k)} = \frac{1}{c_k^2} \ddot{u}_1^{(k)}, \quad u_{3,11}^{(k)} = \frac{1}{c_k'^2} \ddot{u}_3^{(k)} \quad (4)$$

Prędkości propagacji fali podłużnej oraz poprzecznej dla gumy piankowej ($f=0$) oraz gumy jednorodnej ($f=1$), uzupełnione o wartości współczynników Poissona dla obszarów 0,1,2 mają kolejno postacie ($p=0,2$)[3]:

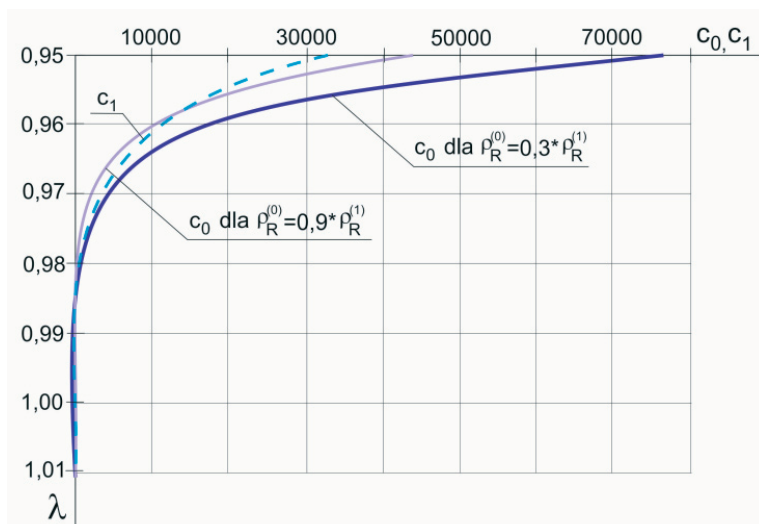
$$c_p^2 = \frac{3\mu_0}{\rho_R^{(p)}} \left(\lambda^2 + \frac{\mu_1}{\mu_p} \left[\lambda^{-\frac{1486}{7}} - \lambda \right] \right)^{\frac{4}{3}}, \quad c_p'^2 = \frac{\mu_0}{\rho_R^{(p)}} \lambda^{-2} \left(\lambda^2 + \frac{\mu_1}{\mu_p} \left[\lambda^{-\frac{1486}{7}} - \lambda \right] \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4)$$

$$c_1^2 = \frac{\mu_1}{\rho_R^{(1)}} \left[1 + 71,429 \lambda^{-\frac{1493}{7}} \right], \quad c_1'^2 = \frac{\mu_1}{\rho_R^{(1)}} \quad (5)$$

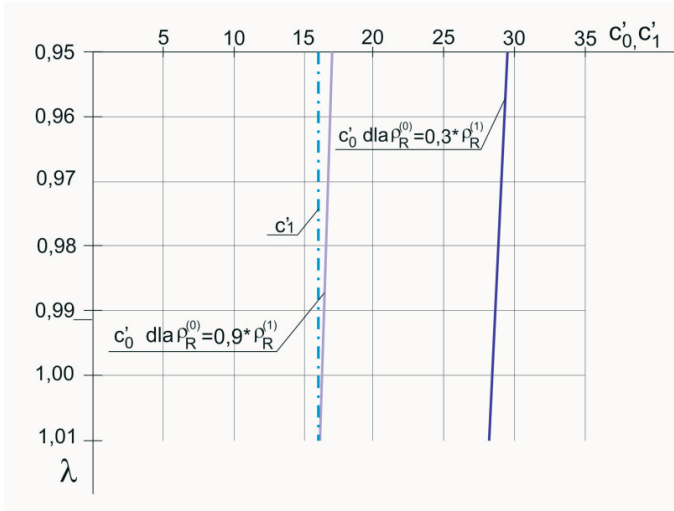
$$c_p'^2 = \frac{\mu_p}{\rho_R^{(p)}} \lambda^{-2} \left(\lambda^2 + \frac{\mu_1}{\mu_p} \left[\lambda^{-\frac{1486}{7}} - \lambda \right] \right)^{\frac{2}{3}} \quad (6)$$

$$c_1'^2 = \frac{\mu_1}{\rho_R^{(1)}} \quad (7)$$

Analizę przeprowadzono w oparciu o dwie wartości gęstości dla gumy piankowej $\rho_R^{(0)} = 0,9\rho_R^{(1)}$ oraz $\rho_R^{(0)} = 0,3\rho_R^{(1)}$. Gęstość gumy jednorodnej wynosi $\rho_R^{(1)} = 911\text{kg/m}^3$. Uzyskano wykresy prędkości propagacji podłużnej oraz poprzecznej fali akustycznej w gumie piankowej (c_0) i gumie jednorodnej (c_1) mające kolejno postacie:



Rys. 2. Wykres prędkości propagacji podłużnej fali akustycznej w gumie piankowej (c_0) oraz gumie jednorodnej (c_1)



Rys. 3. Wykres prędkości propagacji poprzecznej fali akustycznej w gumie piankowej (c_0) oraz gumie jednorodnej (c_1)

Rozpatrując falę harmoniczną, propagującą w badanym ośrodku warstwowym w kierunku prostopadłym do warstw, założono ruch falowy mający postać [1]:

$$u_1^{(k)}(X, t) = A_k \exp i \omega \left(t - \frac{X - X_k}{c_k} \right) + B_k \exp i \omega \left(t + \frac{X - X_k}{c_k} \right) \quad (8)$$

$$u_3^{(k)}(X, t) = A'_k \exp i \omega' \left(t - \frac{X - X_k}{c'_k} \right) + B'_k \exp i \omega' \left(t + \frac{X - X_k}{c'_k} \right) \quad (9)$$

gdzie: $u_i = u_i(X, t)$, $i=1,3$; ω, ω' - częstości fal podłużnej i poprzecznej; c_k, c'_k - prędkości propagacji fali podłużnej i poprzecznej, A_k, B_k, A'_k, B'_k - zespolone amplitudy fali podłużnej i poprzecznej w warstwie k . Zależność pomiędzy zespolonymi amplitudami sinusoidalnymi fal podłużnych i poprzecznych w warstwie $k-1$ i k ma postać [5]:

$$\begin{bmatrix} A_k \\ B_k \end{bmatrix} = M_k \begin{bmatrix} A_{k-1} \\ B_{k-1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} A'_k \\ B'_k \end{bmatrix} = M'_k \begin{bmatrix} A'_{k-1} \\ B'_{k-1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

gdzie:

$$M_k = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1+\kappa_2) \exp(-i\alpha_2) & (1-\kappa_2) \exp(-i\alpha_2) \\ (1-\kappa_2) \exp(-i\alpha_2) & (1+\kappa_2) \exp(-i\alpha_2) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$M'_k = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1+\kappa'_2) \exp(-i\alpha'_2) & (1-\kappa'_2) \exp(-i\alpha'_2) \\ (1-\kappa'_2) \exp(-i\alpha'_2) & (1+\kappa'_2) \exp(-i\alpha'_2) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Gdzie parametry κ_k i κ'_k macierzy przejścia fali podłużnej oraz fali poprzecznej opisujących płaszczyznę skokowej nieciągłości w warstwach badanego kompozytu dla $X=0$ i dla $X_2=d$ po wstawieniu prędkości propagacji dla fali podłużnej i fali poprzecznej przyjmują następującą postać:

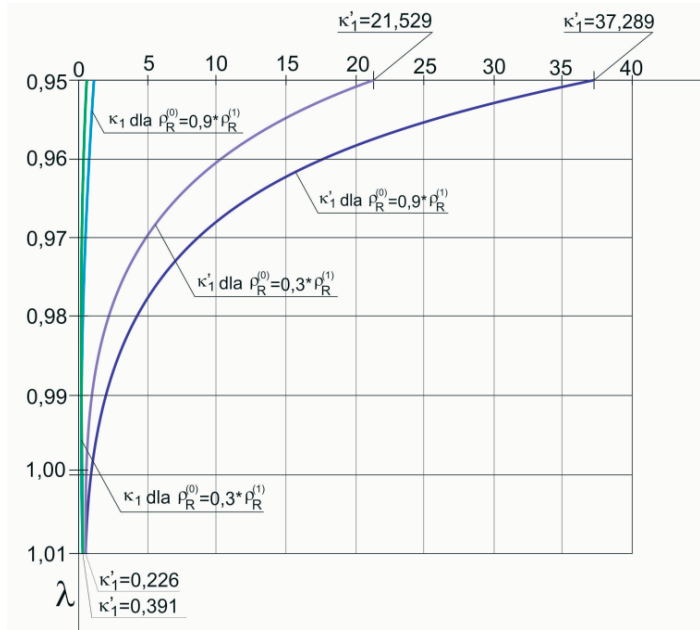
$$\kappa_1(\lambda) = \frac{\rho_R^{(0)} c_0(\lambda)}{\rho_R^{(1)} c_1(\lambda)} = \left\{ \frac{\rho_R^{(0)} \mu_0 \left(\lambda^2 + \frac{\mu_1}{\mu_0} \left[\lambda^{-\frac{1486}{7}} - \lambda \right] \right)^{\frac{4}{3}}}{\rho_R^{(1)} \mu_1 \left(1 + 71,429 \lambda^{-\frac{1493}{7}} \right)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

$$\kappa_2(\lambda) = \frac{\rho_R^{(1)} c_1(\lambda)}{\rho_R^{(2)} c_2(\lambda)} = \left\{ \frac{1 \rho_R^{(1)} \mu_1 \left(1 + 71,429 \lambda^{-\frac{1493}{7}} \right)}{3 \rho_R^{(2)} \mu_2 \left(\lambda^2 + \frac{\mu_1}{\mu_0} \left[\lambda^{-\frac{1486}{7}} - \lambda \right] \right)^{\frac{4}{3}}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

$$\kappa'_1(\lambda) = \frac{\rho_R^{(0)} c'_0}{\rho_R^{(1)} c'_1} = \left\{ \frac{\rho_R^{(0)} \mu_0 \lambda^{-2} \left(\lambda^2 + \frac{\mu_1}{\mu_0} \left[\lambda^{-\frac{1486}{7}} - \lambda \right] \right)^{\frac{2}{3}}}{\rho_R^{(1)} \mu_1} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

$$\kappa'_2(\lambda) = \frac{\rho_R^{(1)} c'_0}{\rho_R^{(2)} c'_1} = \left\{ \frac{\rho_R^{(1)} \mu_1 \lambda^2 \left(\lambda^2 + \frac{\mu_1}{\mu_2} \left[\lambda^{-\frac{1486}{7}} - \lambda \right] \right)^{-\frac{2}{3}}}{\rho_R^{(2)} \mu_2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

Uzyskano następujące wykresy:



Rys. 4. Wykres zależności ilorazu impedancji sąsiadujących warstw od wstępnej deformacji λ

3. Przykład numeryczny gumowego kompozytu warstwowego w programie ADINA.

W drugiej części pracy przedstawiono analizę propagacji powierzchni zaburzenia w gumowym kompozycie warstwowym. Program ADINA umożliwia uwzględnienie nieliniowości materiałowych i geometrycznych, dzięki czemu warstwy można było zamodelować jako materiały o potencjale sprężystym Błatza- Ko, gdzie zależność między naprężeniem a odkształceniem ma następującą postać:

Dla gumy piankowej:

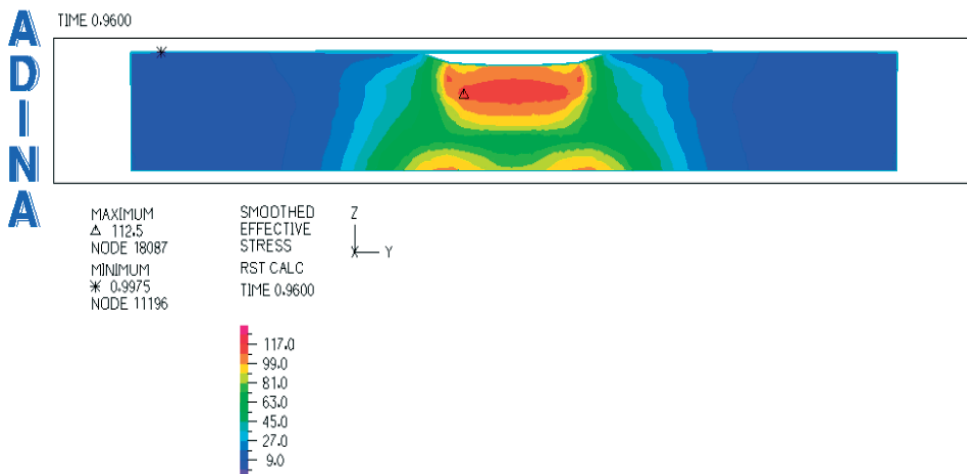
$$\sigma = \frac{221 \left[\frac{1}{\lambda^2 \lambda^{-0,5}} \right] (\lambda^2 - \lambda^{-0,5})}{\lambda} \quad (17)$$

Dla gumy jednorodnej:

$$\sigma = \frac{234 (\lambda^2 - \lambda^{-2*0,493})}{\lambda} \quad (18)$$

3.1. Przyjęte założenia i rezultaty

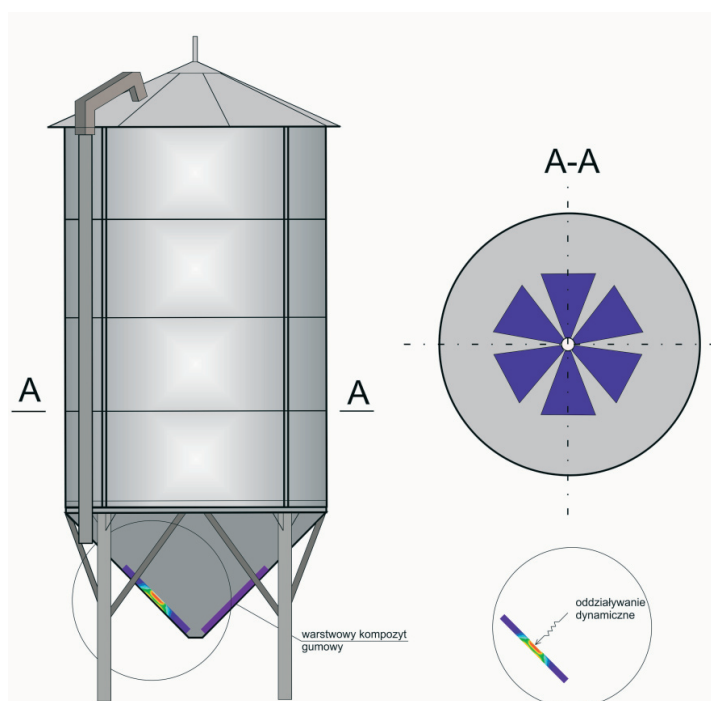
Kompozyt został złożony, podobnie jak w części analitycznej z trzech warstw o grubości 10mm każda, odpowiadającym kolejno: gumie jednorodnej, gumie piankowej i gumie jednorodnej. Kompozyt został umieszczony na stalowej płycie o gr 6mm. Parametry dla gumy piankowej oraz jednorodnej, przyjęto jak w przykładzie analitycznym w pierwszej części. W celu przeprowadzenia analizy propagacji powierzchni zaburzenia do omawianego kompozytu przyłożono w środku symetrii obciążenie liniowe na długości 0,05m o wartości 200 N/m w czasie 1 s. Na spodzie modelu znajdują się utwierdzenie. Uzyskano następujące rezultaty:



Rys. 5. Rozkład naprężeń [Pa] w warstwowym kompozycie gumowym po czasie 0,96s

3.2. Możliwość praktycznego zastosowania warstwowego kompozytu gumowego

Uwzględniając właściwości tłumiące oraz mechaniczne gumy poszukuje się możliwości zastosowania kompozytu gumowego m.in. w celu ograniczenia efektów dynamicznych powstających w procesie opróżniania silosów z materiałów sypkich. Procesy te mogą powodować awarie silosu, a w przypadku zespołów silosów mogą prowadzić do powstania oraz propagowania drgań dynamicznych w podłożu gruntowym, które zagrażają konstrukcjom znajdującym się w pobliżu. Poniżej przedstawiono rysunek poglądowy, przedstawiający przewidywane zastosowanie omawianego kompozytu gumowego.



Rys. 6. Poglądowy rysunek silosu z zastosowanym warstwowym kompozytem gumowym

4. Podsumowanie

Celem pracy była analiza warstwowego kompozytu gumowego, który w znacznym stopniu redukuje oddziaływania dynamiczne działające na konstrukcje stalowe. W części pierwszej została przeprowadzona analiza poprzecznej i podłużnej fali akustycznej propagującej w warstwowym kompozycie złożonym z materiałów o potencjale sprężystym Błatza-Ko. Wykres na Rys 4. przedstawiający zależność impedancji sąsiadujących ze sobą warstw pokazuje, że w zakresie badanych zmienności parametru λ , deformacja wstępna bardziej wpływa na iloraz impedancji fal poprzecznych niż fal podłużnych. Przeprowadzona analiza i wyprowadzone zależności pozwalają na dalszą analizę propagacji fali przyspieszenia w innych ściśliwych materiałach hipersprężystych, a także porównanie jej z obliczeniami przy zastosowaniu modeli komputerowych. W części drugiej przedstawiono przykład numeryczny, w którym zamodelowano omawiany kompozyt jako kompozyt złożony z materiałów o potencjale sprężystym Błatza-Ko i parametrach przedstawionych w

części pierwszej. Rys.5 przedstawia rozkład naprężeń w określonym czasie 0,96s. Widoczne jest, że propagujące zaburzenie docierając do trzeciej warstwy kompozytu powoduje naprężenie znacznie niższe niż w warstwie pierwszej i drugiej. Nasuwa to wniosek, że natężenie oddziaływań dynamicznych po przejściu przez trzy kolejne warstwy badanego kompozytu znacznie się zredukuje. Uzyskane rezultaty pozwalają na dalsze badania numeryczne i analizę analityczną w celu określenia możliwości praktycznego zastosowania do redukcji oddziaływań dynamicznych na konstrukcje stalowe m.in. redukcję oddziaływań powstających w procesie opróżniania silosów z materiałów sypkich.

Literatura

- 1 Kosiński S., Fale sprężyste w gumopodobnych kompozytach warstwowych; Monografie Politechniki Łódzkiej, Łódź 2007
- 2 Beatty M.F. Stalnakar D.O., The Poisson function of finite elasticity, Journal of App. Mech.,53 (1986) 807-813
- 3 Major M., Major I., Różycka J; Coefficients Reflection and Transmission of Transverse and Longitudinal Acoustic Wave in the Blatz-Ko Material., W:12. Medzinarodni konferencja Modelovani v Mechanice 2014 = 12th International Conference Modelling in Mechanics 2014. 5-6.2.2014., 2014
- 4 Blatz P.J.,Ko W.L., Application of finite elastic theory to the deformation of rubbery materials, Trans. Soc. Rheol., 6 (1962) 223-251.
- 5 Wesołowski Z., On the dynamics of the transition region between two homogenous materials, J. TechnPhys 32 (1991) 293-312

Application of a layered rubber composite to reduce dynamic effects on steel structures

Maciej Major¹, Izabela Major² Judyta Różycka³

^{1,2,3} Department of Technical Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Czestochowa University of Technology, e-mail: ¹mmajor@bud.pcz.czest.pl, ²admin@major.strefa.pl, ³judyta.niemirowp@wp.pl

Abstract: The purpose of paper is to analyze a layered rubber composite aimed at significant reduction in dynamic effects on steel structures. In the first part of the paper there is presented an analytical analysis of transverse and longitudinal acoustic wave propagating in a layered rubber composite made of a material with elastic potential Blatz - Ko. The second part discusses a numerical example showing the behavior of the surface discontinuities propagating in this layered composite, showing the distribution of stresses for the assumed potential and constant material from the first part of the paper. In the paper seeking possibilities of application of the composite inter alia in order to reduce the dynamic effects generated in the process of emptying silos from granular materials which can cause their failures and for the group of silos can lead to the creation and propagation of dynamic oscillations in the subsoil which threaten building located nearby. Issue adopted at work and the obtained results provide the basis for the further numerical study expanding the results.

Keywords: layered rubber composite, acceleration wave, Blatz-Ko material, propagation of surface discontinuities