

## **Metoda analizy pracy zginanego przekroju żelbetowego w stanie deformacji pokrytycznych**

**Jacek Korentz<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> *Instytut Budownictwa, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Uniwersytet Zielonogórski, e-mail: j.korentz@ib.uz.zgora.pl*

**Streszczenie:** W teorii żelbetu opisywane są trzy fazy pracy belki zginanej; bez rys, zarysowanej i w stanie równowagi granicznej. Jednak elementy żelbetowe mogą pracować też w stanie deformacji pokrytycznych, jak ma to miejsce podczas wstrząsów sejsmicznych. Według reguł Eurokodu 8, dotyczącego projektowania konstrukcji na terenach aktywnych sejsmicznie, konstrukcje mogą ulec dużym deformacjom plastycznym i z tego względu powinny charakteryzować się odpowiednią ciągliwością globalną i lokalną. To powoduje iż niezbędna jest ocena ciągliwości projektowanych konstrukcji żelbetowych. Do tego celu konieczne jest wykorzystanie metod analitycznych, które nie powinny być zbyt mocno rozbudowane, czy też skomplikowane. W artykule zaproponowano rozszerzenie faz pracy belki zginanej o fazy pracy, które mają miejsce po przekroczeniu klasycznego stanu granicznego nośności. Zaprezentowano także metodę analizy pracy żelbetowego przekroju zginanego we wszystkich jego fazach pracy. W metodzie tej budowane są zależności moment-krzywizna dla określonego stanu wyciężenia przekroju.

**Słowa kluczowe:** Belka żelbetowa, przekrój, zginanie, ciągliwość, krzywizna, stan pokrytyczny.

### **1. Wprowadzenie**

Analiza pracy elementów żelbetowych w formacji stanów granicznych nośności i użyteczności wg Eurokodu 2 [11] jest stosowana w klasycznych sytuacjach projektowania konstrukcji. Są jednak przypadki, kiedy konieczna jest nietypowa analiza konstrukcji, która może dotyczyć konstrukcji o szczególnej odpowiedzialności, konstrukcji narażonych na działanie obciążeń wyjątkowych, czy też konstrukcji zlokalizowanych na terenach aktywnych sejsmicznie. W przypadku oddziaływań sejsmicznych będą to metody analizy konstrukcji według zaleceń Eurokodu 8 [12] i wówczas niezbędna jest ocena zachowania projektowanych konstrukcji w stanie deformacji pokrytycznych. Dlatego należy sprawdzić czy konstrukcja charakteryzuje się wymaganą ciągliwością globalną i lokalną. Wymaga to zastosowania bardziej złożonych metod analizy konstrukcji [1], szeroko opisanych w pracy [2], innych niż w przypadkach typowych, ponieważ konstrukcje doznają dużych deformacji po uplastycznieniu materiałów, z których są wykonane.

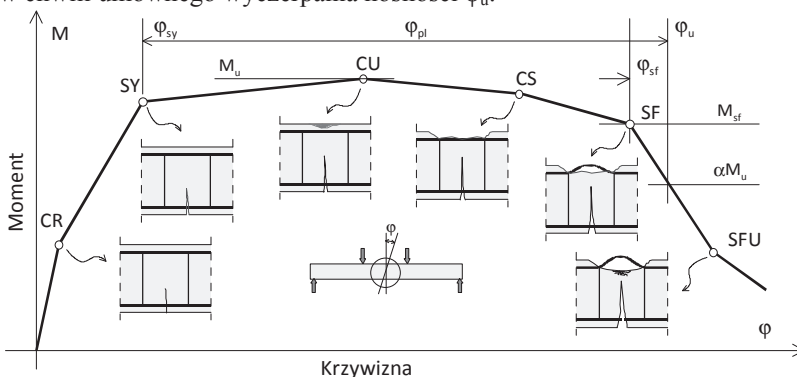
W tym celu należy stosować odpowiednie związki konstytutywne dla betonu i stali, w szczególności opisujące zależności między naprężeniami a odkształceniami po przekroczeniu wytrzymałości. Konieczne jest też uwzględnienie dynamicznego charakteru obciążeń, a także co jest z tym związane ich cyklicznego działania, co czyni analizę zachowania konstrukcji bardziej złożoną. Wówczas metody analityczne stają się bardzo rozbudowane, a do tego są czasochłonne i pracochłonne. Bardzo pomocne w tym przypadku są metody numeryczne bazujące na metodzie elementów skończonych. Jednak metody analityczne oceny pracy konstrukcji w stanie deformacji pokrytycznych można bardzo uprościć bez szkody dla ich dokładności. W niniejszym artykule zaprezentowano metodę analizy przekroju żelbetowego poddanego zginaniu bez udziału siły podłużnej. Metoda ta może mieć zastosowanie zarówno dla obciążeń monotonicznych jak i obciążeń cyklicznych [6], a uzyskane tą drogą wyniki mogą posłużyć do poprawnej oceny pracy prętowych elementów żelbetowych, również w zakresie deformacji pokrytycznych.

## 2. Fazy pracy belki zginanej

Na rys.1 zilustrowane są fazy pracy elementu zginanego. Na wykresie zamieszczonym na tym rysunku, będącym idealizowaną zależnością moment-krzywizna, można wyróżnić kilka charakterystycznych punktów, którym można przypisać określony stan wyężenia przekroju i towarzyszących mu uszkodzeń. Są to: zarysowanie elementu (punkt CR), uplastycznienie zbrojenia rozciąganego (SY), kruszenie betonu otuliny (CU), odsłojenie betonu otuliny (CS), wyboczenie ściskanych prętów zbrojenia podłużnego (SF) i stabilizacja nośności (SFU). Ponadto do prezentowanej zależności można dodać jeszcze dalsze fazy pracy, którym towarzyszy kruszenie betonu w rdzeniu przekroju, a także zerwanie prętów zbrojenia rozciąganego.

Do chwili uplastycznienia zbrojenia rozciąganego nośność przekroju rośnie. Później następuje proces przyrostu deformacji, płynięcia, któremu towarzyszy degradacja nośności. Spadek nośności zapoczątkowany jest przez kruszenie betonu otuliny, a następnie postępuje on w wyniku odpajania otuliny. Spadek nośności przekroju jest bardzo wyraźny od chwili wyboczenia prętów zbrojenia podłużnego. Później spadek nośności spowodowany jest wyboczeniem zbrojenia ściskanego i kruszeniem betonu wewnątrz szkieletu zbrojenia. Intensywność poszczególnych destrukcyjnych procesów zależy od właściwości mechanicznych zastosowanych materiałów, a przede wszystkim od ilości zbrojenia podłużnego i poprzecznego, a także sposobu jego rozmieszczenia w strefie przegubu plastycznego.

Z punktu widzenia oceny plastycznego obrotu przekroju praktyczne znaczenie mają dwa punkty na prezentowanej zależności; punkt w chwili uplastycznienia przekroju  $\varphi_u$  i punkt w chwili umownego wyczerpania nośności  $\varphi_u$ .



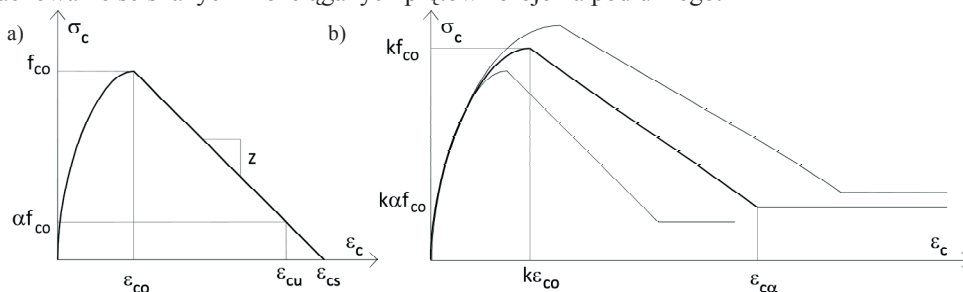
Rys.1. Fazy pracy belki zginanej

Definicje stanu wyężenia przekroju, dla którego uznaje się, że nastąpiło uplastycznienie przekroju i wyczerpanie jego nośności są zróżnicowane. Początek uplastycznienia przyjmowany jest najczęściej w chwili uplastycznienia zbrojenia rozciąganego. Natomiast jako kryterium wyczerpania nośności przyjmowany jest umowny spadek nośności ( $\alpha = 15\% \div 30\%$ ) [3,12]. Jak można zauważyć na rys.1 raptowny spadek nośności ma miejsce po wyboczeniu niesprężystym ściskanych prętów zbrojenia podłużnego; wówczas beton nie współpracuje z tym zbrojeniem. Dlatego można przyjąć, że umowne wyczerpanie nośności przekroju następuje z chwilą wyboczenia prętów, co nie wymaga określania procentowego spadku nośności. Wówczas graniczny moment zginający jest równy  $M_{sf}$ , a krzywizna  $\varphi_{sf}$ .

## 3. Modele materiałów

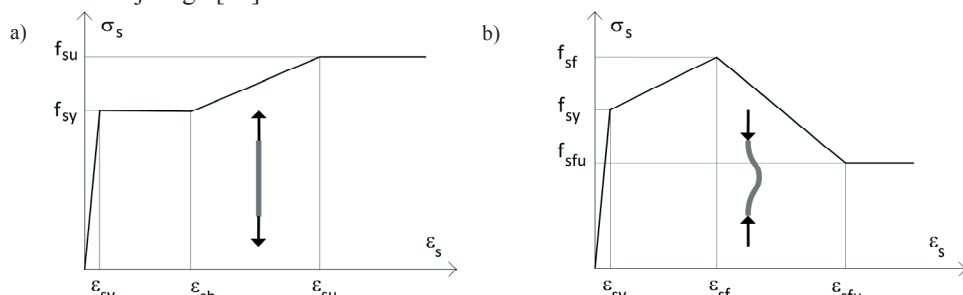
Deformacjom pokrytycznym konstrukcji towarzyszą duże odkształcenia materiałów, dlatego bardzo ważna jest część wykresu zależności naprężenie-odkształcenie dla betonu i stali po przekroczeniu wytrzymałości. Związki między naprężeniami a odkształceniami powinny w maksymalnym stopniu odzwierciedlać rzeczywiste zachowanie materiałów dla tak dużego stopnia ich wyężenia. Ponad to w przypadku betonu należy uwzględnić

odmiennie zachowanie betonu w otulinie i odmiennie zachowanie betonu wewnątrz szkieletu zbrojenia, a w przypadku stali zbrojeniowej należy uwzględnić odmiennie zachowanie ściskanych i rozciąganych prętów zbrojenia podłużnego.



Rys.2. Modele betonu: a) beton otuliny (model Kent-Park [5]), b) beton uzwojony (Korentz[7])

Na rys.2 zilustrowane są modele betonu, które zostały zastosowane w dalszej części analizy pracy przekroju zginanego. Przyjęto odmiennie związki naprężenie-odkształcenie dla betonu otuliny i betonu wewnątrz szkieletu zbrojenia. Zachowanie betonu otuliny opisuje model Kent-Park [5]. Natomiast zachowanie betonu uzwojonego opisuje model Korentz [7], który jest uśrednionym modelem Kent-Park dla betonu nieuzwojonego [5] i betonu uzwojonego [10].



Rys.3. Modele zbrojenia: a) pręty rozciągane, b) pręty ściskane (Korentz[8])

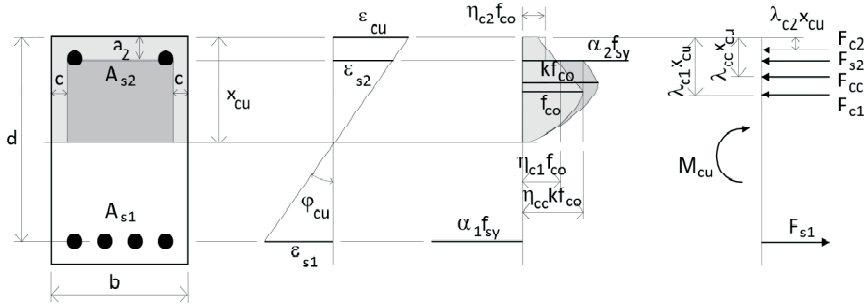
Na rys.3 zamieszczone są modele prętów zbrojenia podłużnego. Dla prętów rozciąganych przyjęto model sprężysto-plastyczny ze wzmocnieniem (rys3a), a dla prętów zbrojenia ściskanego przyjęto model Korentz [9], który uwzględnia ich niesprężyste wyboczenie.

#### 4. Praca przekroju zginanego

Poszczególnym fazom pracy belki zginanej, zilustrowanym na rys.1, towarzyszy określony stan wyężenia przekroju, któremu można przypisać odpowiedni stan odkształceń i stan naprężeń. Znając związki między naprężeniami a odkształceniami w betonie i zbrojeniu podłużnym, wykorzystując warunki równowagi sił przekrojowych i związki geometryczne oparte na hipotezie płaskich przekrojów można wyprowadzić wzory do obliczania krzywizny przekroju i momentu zginającego przenoszonego przez przekrój. W analizie pomija się wytrzymałość betonu na rozciąganie. W celu uproszczenia analizy przyjmuje się w strefie ściskanej zastępcze prostopadłościennie bryły naprężeń [4,11,13], opisane parametrami  $\lambda$  i  $\eta$ , które są zilustrowane na rys.4.

W pracy Korentz [8] podane są zależności do obliczania momentów zginających i krzywizn w formacji stanów granicznych. Opisują one trzy pierwsze fazy pracy przekroju: zarysowanie przekroju, uplastycznienie i stan graniczny nośności, który został zdefiniowany przez graniczne odkształcenie w skrajnym ściskanym włóknie betonu. Zależności dla fazy trzeciej mogą być również obliczane w sposób podany niżej, dla przypadku zróżnicowania właściwości mechanicznych betonu otuliny i betonu wewnątrz rdzenia przekroju.

Dla określonego poziomu obciążenia w strefie ściskanej dochodzi do kruszenia betonu otuliny. Stan odkształceń, stan naprężeń i siły przekrojowe w tej fazie pracy przekroju ilustruje rys.4. Przyjmuje się, że kruszenie betonu otuliny ma miejsce, od chwili gdy odkształcenia w skrajnym włóknie ściskanym osiągną wartość  $\varepsilon_{cu}$ . Ponad to uwzględnia się odmienne zachowanie betonu otuliny i betonu wewnątrz szkieletu zbrojenia, a także odmienne zachowanie prętów ściskanych i prętów rozciąganych.



Rys.4. Stan odkształceń i naprężeń w przekroju w chwili kruszenia betonu otuliny (stan CU)

W tej fazie wyężenia krzywiznę przekroju określa wzór:

$$\phi_{cu} = \frac{\varepsilon_{cu}}{d \xi_{cu}} \quad (1)$$

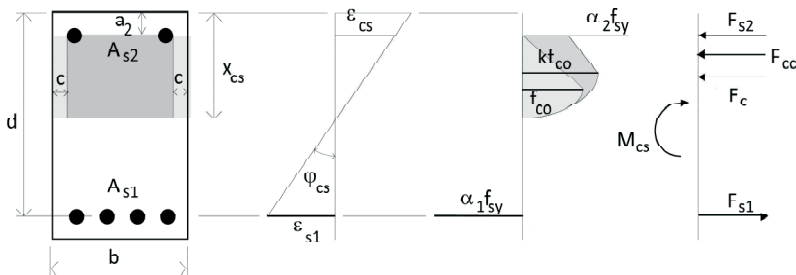
w którym względna wysokość strefy ściskanej  $\xi_{cu}$  jest równa:

$$\xi_{cu} = \frac{\eta_{cc} k \beta_2 (1 - 2\beta_b) - \eta_{c2} \beta_2 (1 - 2\beta_b) + \omega_1 (\alpha_1 - \alpha_2 p)}{\eta_{cc} K (1 - 2\beta_b) \lambda_{cc} + 2\eta_{c1} \beta_b} \quad (2)$$

Bezwymiarowy moment zginający można obliczać z zależności:

$$m_{cu} = \frac{M_{cu}}{f_{co} b d^2} = 2\eta_{c1} \beta_b \xi_{cu} (1 - \lambda_{c1} \xi_{cu}) + \eta_{c2} (1 - 2\beta_b) \beta_2 (1 - \lambda_{c2} \beta_2) + \eta_{cc} k (\xi_{cu} - \beta_2) (1 - 2\beta_b) (1 - \beta_2 - \lambda_{cc} \xi_{cu}) + p \alpha_2 \omega_1 (1 - \beta_2) \quad (3)$$

gdzie:  $\xi_{cu} = x_{cu}/d$  jest względną wysokością strefy ściskanej,  $\omega_1 = \rho l_{fy}/f_{co}$  to mechaniczny stopień zbrojenia rozciąganego,  $\lambda_{c2}$ ,  $\eta_{c2}$  i  $\lambda_{cc}$ ,  $\eta_{cc}$  są parametrami zastępczej bryły naprężeń ściskających w betonie,  $k$  jest uśrednionym parametrem modelu betonu Kenta-Parka,  $\beta_b = c/b$ ,  $\beta_2 = a_2/d$  to parametry otuliny przekroju,  $\alpha_1 = \sigma_{s1}/f_{sy}$  i  $\alpha_2 = \sigma_{s2}/f_{sy}$  to wskaźniki poziomu naprężeń odpowiednio w zbrojeniu rozciągającym i zbrojeniu ściskającym.



Rys.5. Stan odkształceń i naprężeń w przekroju w chwili odspojenia otuliny (stan CS)

Przy dalszym wzroście obciążenia dochodzi do odspojenia betonu otuliny. Zakłada się, że odspojenie betonu otuliny zbrojenia podłużnego ma miejsce w chwili, gdy odkształcenia betonu otuliny na poziomie środka ciężkości zbrojenia ściskanego osiągną

maksymalną wartość tj. są równe odkształceniu  $\varepsilon_{cs}$ . Stan odkształceń i naprężeń, a także sił przekrojowych w tej fazie wyteżenia przekroju ilustruje rys.5.

Krzywiznę przekroju w chwili odspojenia otuliny określa zależność:

$$\phi_{cs} = \frac{\varepsilon_{cs}}{d(\xi_{cs} - \beta_2)} \quad (4)$$

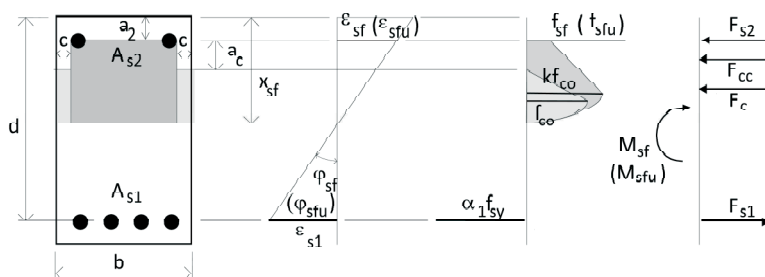
Względną wysokość strefy ściskanej  $\xi_{cs}$  w chwili odspojenia betonu otuliny obliczana jest ze wzoru:

$$\xi_{cs} = \frac{2\eta_c \beta_b \beta_2 + \eta_{cc} k(1 - 2\beta_b) \beta_2 + \omega_1 (\alpha_1 - \alpha_2 p)}{2\eta_c \beta_b + \eta_{cc} k(1 - 2\beta_b)} \quad (5)$$

Bezwymiarowy moment zginający  $m_{cs}$  przenoszony przez przekrój wyznaczany jest z zależności:

$$m_{cs} = \frac{M_{cs}}{f_{co} b d^2} = 2\eta_c \beta_b (\xi_{cs} - \beta_2) [1 - \beta_2 - \lambda_c (\xi_{cs} - \beta_2)] + \eta_{cc} k(1 - 2\beta_b) (\xi_{cs} - \beta_2) [1 - \beta_2 - \lambda_{cc} (\xi_{cs} - \beta_2)] + p \alpha_2 \omega_1 (1 - \beta_2) \quad (6)$$

Odspojeniu otuliny zazwyczaj towarzyszy niesprężyste wyboczenie prętów ściskanych. Ten stan wyteżenia przekroju jest zdefiniowany przez chwilę, w której pręty ściskane osiągają nośność  $\sigma_s = f_{sf}$ . Po przekroczeniu naprężenia  $f_{sf}$  i odpowiadającemu temu naprężeniu odkształcenia  $\varepsilon_{sf}$  nośność prętów ściskanych maleje (rys.3b).



Rys.6. Stan odkształceń i naprężeń w przekroju w chwili wyboczenia prętów ściskanych (stan SF) i w chwili stabilizacji (stan SFU)

W tej fazie wyteżenia przekroju zakłada się, że w prętach ściskanych są największe naprężenia, równe  $f_{sf}$ , co odpowiada maksymalnej sile przenoszonej przez te pręty. Beton otuliny ulega destrukcji na krawędziach bocznych, a beton wewnątrz szkieletu zbrojenia doznaje coraz większych odkształceń. Stan odkształceń i naprężeń, a także siły przekrojowe w chwili wyboczenia prętów ilustruje rys.6.

Krzywizna przekroju w chwili wyboczenia prętów jest wyrażona wzorem:

$$\phi_{sf} = \frac{\varepsilon_{sf}}{d(\xi_{sf} - \beta_2)} \quad (7)$$

w którym względna wysokość strefy ściskanej opisuje zależność:

$$\xi_{sf} = \frac{2\eta_c \beta_b (\beta_2 + \beta_h) + \eta_{cc} k(1 - 2\beta_b) \beta_2 + \omega_1 (\alpha_1 - \alpha_2 p)}{2\eta_c \beta_b + \eta_{cc} k(1 - 2\beta_b)} \quad (8)$$

gdzie:  $\beta_h = a_c/d$  to parametr otuliny zbrojenia.

Bezwymiarowy moment zginający  $m_{sf}$  przenoszony przez przekrój jest równy:

$$m_{sf} = \frac{M_{sf}}{f_{co} b d^2} = 2\eta_c \beta_b (\xi_{sf} - \beta_2 - \beta_h) \left[ 1 - \beta_2 - \beta_h - \lambda_c (\xi_{sf} - \beta_2 - \beta_h) \right] + \eta_{cc} k (1 - 2\beta_b) (\xi_{sf} - \beta_2) \left[ 1 - \beta_2 - \lambda_{cc} (\xi_{sf} - \beta_2) \right] + p \alpha_2 \omega_1 (1 - \beta_2) \quad (9)$$

Kolejna faza pracy elementu zginanego ma miejsce po wyboczeniu prętów zbrojenia ściskanego. Po wyboczeniu niesprężystym nośność pręta ściskanego raptownie obniża się, a następnie stabilizuje się na pewnym poziomie dla naprężenia w zbrojeniu ściskanym  $\sigma_{s2} = f_{sfu}$ , zależnym między innymi od jego smukłości (por. rys.3b). Beton otuliny ulega dalszej destrukcji na krawędziach bocznych strefy ściskanej. Stan odkształceń i naprężeń w przekroju w tej fazie wyęteżenia ilustruje rys.6.

Dla takiego stanu wyęteżenia przekroju krzywizna wyrażona jest wzorem:

$$\phi_{sfu} = \frac{\varepsilon_{sfu}}{d (\xi_{sfu} - \beta_2)} \quad (10)$$

gdzie względna wysokość strefy ściskanej  $\xi_{sfu}$  obliczana jest ze wzoru:

$$\xi_{sfu} = \frac{2\eta_c \beta_b (\beta_2 + \beta_h) + \eta_{cc} k (1 - 2\beta_b) \beta_2 + \omega_1 (\alpha_1 - \alpha_2 p)}{2\eta_c \beta_b + \eta_{cc} k (1 - 2\beta_b)} \quad (11)$$

Bezwymiarowy moment zginający  $m_{sfu}$  przenoszony przez przekrój jest równy:

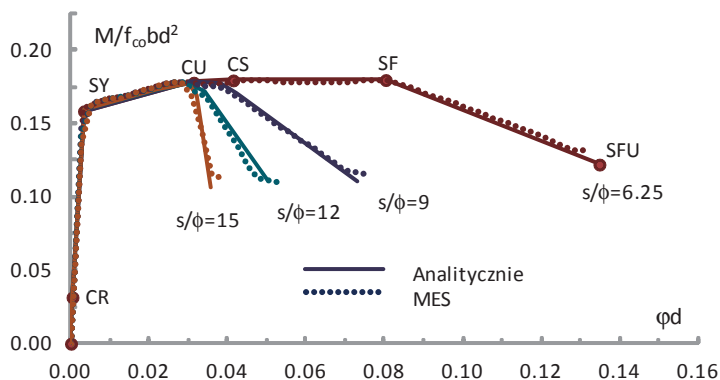
$$m_{sfu} = \frac{M_{sfu}}{f_{co} b d^2} = 2\eta_c \beta_b (\xi_{sfu} - \beta_2 - \beta_h) \left[ 1 - \beta_2 - \beta_h - \lambda_c (\xi_{sfu} - \beta_2 - \beta_h) \right] + \eta_{cc} k (1 - 2\beta_b) (\xi_{sfu} - \beta_2) \left[ 1 - \beta_2 - \lambda_{cc} (\xi_{sfu} - \beta_2) \right] + p \alpha_2 \omega_1 (1 - \beta_2) \quad (12)$$

Od tej chwili, przy dalszym zwiększaniu wyęteżenia przekroju, nośność przekroju stabilizuje się na tak określonym poziomie. Wynika to oczywiście z przyjętych modeli betonu wewnątrz szkieletu zbrojenia i zbrojenia.

Przeprowadzanie obliczeń prezentowanymi wzorami, szczególnie wzorami do obliczania wysokości strefy ściskanej, wymaga zastosowania metod iteracyjnych lub wykorzystania aplikacji do rozwiązywania układów równań, np. Mathcad.

## 5. Przykład zastosowania

Przedstawioną metodę analizy pracy przekroju zginanego zilustrowano przykładem wpływu rozstawu strzemion w strefie potencjalnego przegubu plastycznego na zachowanie tego przekroju w zakresie deformacji pokrytycznych. Jednocześnie uzyskane wyniki obliczeń skonfrontowano z wynikami analizy numerycznej przeprowadzonej programem Xtract [14].



Rys.7. Porównanie wyników obliczeń analitycznych z wynikami uzyskanymi z analiz numerycznych.

Na rys.7 zamieszczone są zależności moment-krzywizna uzyskane na podstawie przedstawionych rozwiązań analitycznych i uzyskane metodą elementów skończonych. Współrzędne punktów wykresu w chwili zarysowania i uplastycznienia przekroju obliczono na podstawie zależności z pracy Korentz [7].

Przedmiotem analizy jest przekrój prostokątny o stopniu zbrojenia rozciąganego  $\rho_1=1.12\%$ . Zbrojenie ściskane stanowiło połowę zbrojenia rozciąganego  $\rho_2=0.5\rho_1$ . Wytrzymałość na ściskanie betonu nieuzwojonego wnosila  $f_{co}=25\text{MPa}$ . Parametry stali zbrojeniowej były następujące  $f_{sy}=400\text{MPa}$ ,  $f_{su}=600\text{MPa}$ ,  $\varepsilon_{sh}=0.01$ ,  $\varepsilon_{su}=0.10$ . Analizę przeprowadzono dla różnych rozstawów strzemion, które są najczęściej stosowane w belkach żelbetowych  $s=12.5\text{cm}$ ,  $18\text{cm}$ ,  $24\text{cm}$  i  $30\text{cm}$ . Dla tak zróżnicowanych rozstawów strzemion zachowanie ściskanych prętów zbrojenia podłużnego było odmienne i różne były właściwości mechaniczne betonu wewnątrz szkieletu zbrojenia, co uwzględniano przyjęciem odpowiednich modeli prętów zbrojenia podłużnego i betonu uzwojonego.

Wyniki obliczeń przedstawione na rys.7 pokazują, że rozstaw strzemion ma bardzo duży wpływ na pracę zginanego przekroju żelbetowego. Zmniejszenie rozstawu strzemion w istotny sposób zwiększa możliwości plastycznego obrotu przekroju, zwiększa tzw. ciągłość krzywizny. Natomiast zwiększenie rozstawu strzemion obniża ciągłość przekroju, a dla rozstawów strzemion większych od dziesięciu średnic zbrojenia ściskanego ciągłość przekroju jest na zbliżonym poziomie. Poprawność proponowanych rozwiązań analitycznych potwierdza dobra zgodność uzyskanych wyników obliczeń z analizą MES.

## 6. Uwagi końcowe

W szczególnych przypadkach konstrukcje w czasie ich użytkowania mogą pracować w stanie deformacji pokrytycznych. Niekiedy konieczne jest również sprawdzenie jak zachowają się projektowane konstrukcje i elementy konstrukcyjne w ekstremalnych warunkach, po ich uplastycznieniu.

Wymaga to zdefiniowania i wprowadzenia nowych faz pracy elementów po przekroczeniu stanu granicznego nośności, a także zastosowania metod analizy, które pozwolą na określenie parametrów oceny zachowania konstrukcji i elementów konstrukcyjnych w stanie deformacji pokrytycznych.

Zaproponowana metoda analizy przekroju obejmuje cały zakres deformacji przekroju zginanego, od zarysowania do odspojenia otuliny i wybożenia prętów zbrojenia podłużnego. Metoda ta pozwala na ocenę podstawowych parametrów zbrojenia podłużnego i poprzecznego na zachowanie przekroju. W przypadku zbrojenia podłużnego będą to procent zbrojenia rozciąganego, procent zbrojenia ściskanego i średnica prętów zbrojenie podłużnego, a w przypadku zbrojenia poprzecznego są to rozstaw strzemion i ich średnica oraz konfiguracja strzemion.

## Literatura

- 1 Aliawdin P., Kasabutski S., Limit and shakedown analysis of RC rood cross section, *Journal of Civil Engineering Management*, 2009, Vol.15, No.1, 59-66.
- 2 CEB Bulletin d'Information No 242, 1988, Ductility of reinforced concrete structures.
- 3 Darwin D., Nmai Ch.K., Energy dissipation in RC beams under cyclic load, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 1985, Vol.112, No.8, s.1829-1846.
- 4 Karthik M.M., Mander J.B., Stress-block parameters for unconfined and confined concrete based on a unified stress-strain model, 2011, *Journal of Structural Engineering*, Vol.137, No5, 270-273.
- 5 Kent D.Ch., Park R., Flexural members with confined concrete, *Journal of Structural Division*, Proceedings ASCE, Vol.97, No.ST7, 1971, 1969-1990.
- 6 Korentz J., O nowej metodzie modelowania pracy przegubu plastycznego w belkach i słupach żelbetowych, 52 Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Gdańsk-Krynica, 2005, t.3 Konstrukcje betonowe, 89-96.
- 7 Korentz J., Model betonu uzwojonego w elementach mimośrodowo ściskanych i zginanych, *Problemy naukowo-badawcze budownictwa*, t.6 Badawczo-projektowe zagadnienia w budownictwie, Białystok-Krynica, 2008, 221-228.
- 8 Korentz J., Model zależności moment-krzywizna dla belek żelbetowych - ocena ciągłości, 55KN KILiW PAN i KN PZiTB, *Problemy naukowo-badawcze budownictwa*, Kielce-Krynica, 2009, 231-238.
- 9 Korentz J., Niesprężyste wyboczenie prętów, model zjawiska, *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska*, 2012, nr 283, z.59, 101-108.
- 10 Park R., Priestley M.J.N., Gill D., Ductility of square-confined concrete columns, *Journal of the Structural Division*, ASCE, 1982, Vol.108, No.ST4, s.929-950.
- 11 PN-EN 1992-1-1:2008, Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu, Cz.1. Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- 12 PN-EN 1998-1:2005 (U) Eurokod 8: Projektowanie konstrukcji poddanych oddziaływaniom sejsmicznym - Część 1: Reguły ogólne, oddziaływania sejsmiczne i reguły dla budynków.
- 13 Praca zbiorowa, *Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2*, 2006, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne.
- 14 XTRACT v3.0.8, Cross-sectional X Structural Analysis of Components, Imbsen Software System, 2007, <http://www.imbsen.com>

## The method of analysis of a reinforced concrete section under bending in the post-yield range

Jacek Korentz<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Institute of Structural Engineering, Faculty of Civil and Environmental Engineering, University of Zielona Góra, e-mail: j.korentz@ib.uz.zgora.pl*

**Abstract.** Predicting the behavior of plastic hinges subjected to large inelastic deformations caused by extreme loads such as earthquakes plays an important role in assessing maximum stable deformation capacities of framed concrete structures. This paper presents an analytical procedure for analysing the behaviour of a reinforced concrete section under bending in the post-yield range. The following stages of section behaviour are defined as the uncracked; first cracked; yielding; cover crushing; cover spalling; buckling of bars; and limit stages. The relationship between the moment and curvature in these stages, including the effects of concrete confinement, the spalling of the concrete cover, and the inelastic buckling of the reinforced bars, are considered. The results obtained from analytical calculations have are compared to the results obtained from a computer analysis. The presented method makes it possible to estimate the ductility of reinforced concrete members with various longitudinal and transverse reinforcement.

**Keywords:** RC section, bending, ductility, curvature, post-yield range.