

Aerodynamika masztów z odciągami

Jarosław Bęc

*Politechnika Lubelska, Wydział Inżynierii Budowlanej i Sanitarnej,
Katedra Mechaniki Budowli, e-mail: j.bec@pollub.pl*

Streszczenie: W niniejszym artykule przedstawiono analizę odpowiedzi masztów z odciągami na działanie wiatru, z uwzględnieniem innych wpływów środowiskowych tj. oblodzenia i działań termicznych. Zastosowano model obliczeniowy oparty na teorii quasi-ustalonej. Założono, że przemieszczenia węzłów masztu mogą zostać wyrażone przez kombinację liniową przemieszczeń w reprezentatywnych postaciach drgań własnych. Stworzony został specjalny program komputerowy służący do analizy konstrukcji tego typu. Wykazany został znaczący wpływ doboru reprezentatywnych postaci drgań masztu na uzyskaną odpowiedź. Wyniki obliczeń zostały porównane z rezultatami otrzymanymi przy użyciu procedur zawartych w Eurokodzie 3. Składowa dynamiczna odpowiedź masztu na działanie wiatru wyznaczona za pomocą własnej metody stanowi około połowy wartości obliczonej według procedury normowej.

Słowa kluczowe: Maszty z odciągami, działanie wiatru, działania środowiskowe, teoria quasi-ustalona

1. Wprowadzenie

Wśród konstrukcji inżynierskich typu wieżowego, które służą do utrzymywania urządzeń nadawczo-odbiorczych stosowanych w łączności radiowej i telewizyjnej, można wyróżnić dwa podstawowe typy, tj. wieże wolnostojące i maszty z odciągami. Zastosowanie masztów pozwala na bardziej ekonomiczne projektowanie konstrukcji, jednak ich wadą pozostaje konieczność zabezpieczenia wystarczającej powierzchni z uwagi na zakotwienia odciągów w gruncie.

Budowle tego typu mogą osiągać znaczne rozmiary. Wysokość największych spośród nich przekracza nawet 600 m. Rekordowy pod tym względem na świecie maszt o wysokości 646 m zlokalizowany był na terytorium Polski, w Gąbinie. Była to najwyższa konstrukcja kiedykolwiek wzniesiona przez człowieka. Maszt ten uległ awarii w roku 1991 na skutek błędów podczas prac remontowych – wymiany skorodowanych odciągów.

W niniejszym artykule przedstawiony został temat aerodynamiki masztów z odciągami. Uwzględnione zostały także inne działania środowiskowe, takie jak oblodzenie i działanie temperatury. Modelowanie obciążenia wiatrem przyjęto według wzorów teorii quasi-ustalonej. Odpowiedź konstrukcji przyjęto jako kombinację liniową wybranych, reprezentatywnych postaci drgań własnych.

Opracowany został system pozwalający na analizę masztu z odciągami wg teorii quasi-ustalonej. Założono zarówno wykorzystanie procesorów systemu

metody elementów skończonych Algor i wcześniej stworzonych w Katedrze Mecha-
 niki Budowli Politechniki Lubelskiej programów, a także zbudowanie niezbędnych
 pozostałych elementów. Wśród nich znajduje się moduł pozwalający na statyczną
 analizę nieliniową konstrukcji (w oparciu o pliki wejściowe procesora ACUPAKO
 systemu Algor) z uwzględnieniem zmieniających się współczynników aerodyna-
 micznych, co jest rezultatem odkształceń masztu oraz w konsekwencji zmiany
 względnego kąta napływu wiatru. Innym elementem systemu, który musiał zostać
 stworzony jest moduł pozwalający na dynamiczną analizę masztu pod turbulenta-
 nym działaniem wiatru z uwzględnieniem sprzężeń aerodynamicznych.

Wykazano bardzo duży wpływ wyboru reprezentatywnych postaci drgań
 własnych na odpowiedź konstrukcji masztu, zarówno w przemieszczeniach jak i w
 siłach wewnętrznych. Analiza aerodynamiczna powinna zostać zatem poprzedzona
 wnikliwą analizą modalną, która umożliwi właściwy dobór reprezentatywnych
 postaci drgań własnych.

Dokonana została także ocena wpływu innych działań środowiskowych na
 odpowiedź masztu przy dynamicznym działaniu porywów wiatru. Wykazano, że
 następuje co najwyżej zmiana wartości sił i wielkości przemieszczeń, nie występuje
 jednak jakościowa zmiana odpowiedzi. Nie ma także istotnego wpływu pozostałych
 obciążeń środowiskowych na sposób postępowania w analizie aerodynamicznej.

Porównanie otrzymanych wyników z rezultatami uzyskanymi na podsta-
 wie przepisów normowych (Eurocode 3) pozwoliło na sformułowanie wniosków
 o istnieniu znacznych zapasów bezpieczeństwa przy obliczaniu masztów w oparciu
 o istniejące dokumenty.

2. Obciążenia środowiskowe

2.1 Działanie wiatru

Profil potęgowej prędkości wiatru (rys. 1) może zostać opisany wzorem:

$$\begin{aligned} \bar{v}(z) &= \bar{v}(10\text{m}) \left(\frac{z}{10\text{m}} \right)^\alpha & \text{dla } z \leq z_g \\ \bar{v}(z) &= \bar{v}(10\text{m}) \left(\frac{z_g}{10\text{m}} \right)^\alpha & \text{dla } z > z_g \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie: $\bar{v}(z)$ – średnia prędkość wiatru na wysokości z , $\bar{v}(10\text{m})$ – średnia prędkość
 wiatru na wysokości 10 m n.p.t., α – wykładnik zależny od chropowatości terenu,
 z_g – wysokość wiatru gradientowego.

Profil logarytmiczny wiatru można opisać za pomocą następującej formuły:

$$\frac{\bar{v}(z_2)}{\bar{v}(z_1)} = \frac{\ln z_2 - \ln z_0}{\ln z_1 - \ln z_0} \quad (2)$$

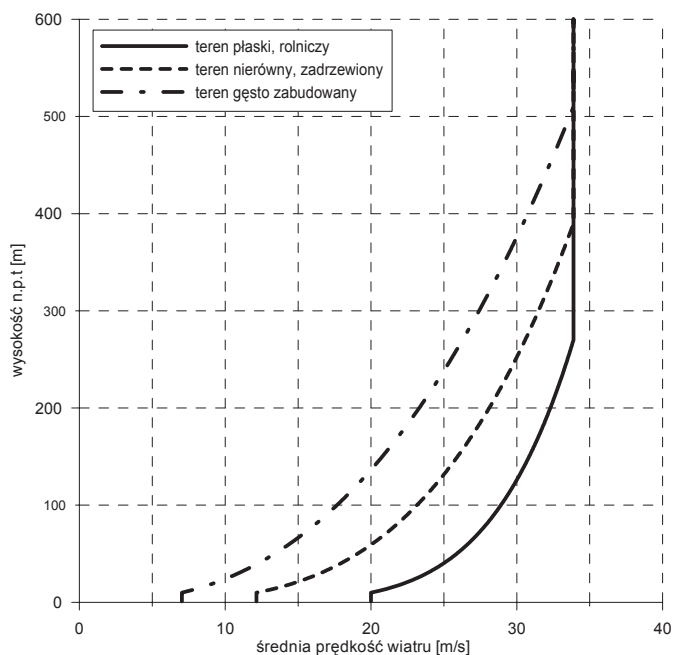
gdzie: z_0 – parametr szorstkości terenu.

Wielkość fluktuacji wiatru jest określana za pomocą odchylenia standardo-
 wego prędkości wiatru σ_v (lub odchyłeń standardowych składowych prędkości
 $\sigma_{v_x}, \sigma_{v_y}, \sigma_{v_z}$) i intensywności turbulencji:

$$I_v(z) = \frac{\sigma_v(z)}{\bar{v}(z)} \quad (3)$$

Intensywność turbulencji przedstawia się również w postaci:

$$I_v = \frac{1}{3} \frac{\sigma_{v_x} + \sigma_{v_y} + \sigma_{v_z}}{\bar{v}} \quad (4)$$



Rys. 1. Profile potęgowe wiatru.

Fig. 1. Exponential wind profiles.

Prędkość wiatru w ustalonym punkcie przestrzeni, będąc wynikiem losowego nałożenia się na siebie różnych cyrkulacji atmosfery jest procesem stochastycznym o dość skomplikowanej strukturze amplitudo-częstotliwościowej. Pełny opis struktury wiatru dają funkcje korelacyjne i funkcje gęstości widmowej mocy. Rozważając prędkość wiatru jako przestrzenno-czasowy proces stochastyczny można wyznaczyć następujące funkcje korelacji:

- czasową funkcję korelacji własnej (autokorelacji):

$$R_i(\mathbf{r}, \tau) = R_{ii}(\mathbf{r}, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v_i(\mathbf{r}, t) v_i(\mathbf{r}, t + \tau) dt \quad (5)$$

- przestrzenną funkcję korelacji wzajemnej:

$$R_{ij}(\mathbf{r}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v_i(\mathbf{r}_1, t) v_j(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}, t) dt \quad (6)$$

- przestrzenno-czasową funkcję korelacji wzajemnej:

$$R_{ij}(\mathbf{r}, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v_i(\mathbf{r}_1, t) v_j(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}, t + \tau) dt \quad (7)$$

Gęstość widmową mocy prędkości wiatru próbowano przybliżyć wieloma empirycznymi wzorami, stąd też w literaturze można spotkać wiele różnych wzorów empirycznych, określających gęstość widmową mocy. Różnice we wzorach wynikają nie tylko z powodu metod interpolacji wyników pomiarów, ale głównie są efektem różnych struktur wiatru w różnych rejonach świata.

Wzory opisujące gęstość widmową mocy można podzielić na dwie grupy:

- spektra niezależne od wysokości;
- spektra zależne od wysokości.

Jednostronnym spectrum mocy niezależnym od wysokości jest przykładowo spectrum Davenporta [8]:

$$\frac{f G_i^v(f)}{v_*^2} = 4 \frac{x_1^2}{(1 + x_1^2)^{4/3}}; \quad x_1 = \frac{L f}{\bar{v}(10)}; \quad L=1200 \text{ m} \quad (8)$$

Jednostronnym spectrum gęstości mocy, zależnym od wysokości jest spectrum Simiu [15]:

$$\frac{f G_i(z, f)}{v_*^2} = \frac{200x}{(1 + 50x)^{5/3}}; \quad x = \frac{z f}{\bar{v}(z)} \quad (9)$$

2.2. Obciążenie oblodzeniem

Obciążenie oblodzeniem może być jednym z najbardziej niebezpiecznych działań w odniesieniu do masztów z odciągami. Wpływ tego obciążenia jest szczególnie istotny w przypadku elementów konstrukcji, których wymiary są małe, takich jak anteny lub odciągi. Wynika to z faktu, że grubość osadzanego lodu jest niezależna od wymiarów przekroju poprzecznego elementu. Oblodzona kratowa konstrukcja trzonu masztu może również zostać wystawiona na działanie wiatru. W wyniku zmiany współczynników aerodynamicznych i szczególnie powierzchni eksponowanej na działanie wiatru siły aerodynamiczne mogą być znacznie większe, niż w przypadku trzonu nieobciążonego oblodzeniem. Asymetryczny kształt osadu lodowego powoduje także zmianę charakteru opływu wiatru, co jest szczególnie istotne, gdy zajmujemy się zachowaniem odciągów masztu.

Obciążenie oblodzeniem należy analizować w kombinacjach z innymi działaniami środowiskowymi, tj. działaniem wiatru i działaniem temperatury. Kombinacje oblodzenia z działaniem wiatru powinny być szczególnie dokładnie rozważone z uwzględnieniem poniższych uwag:

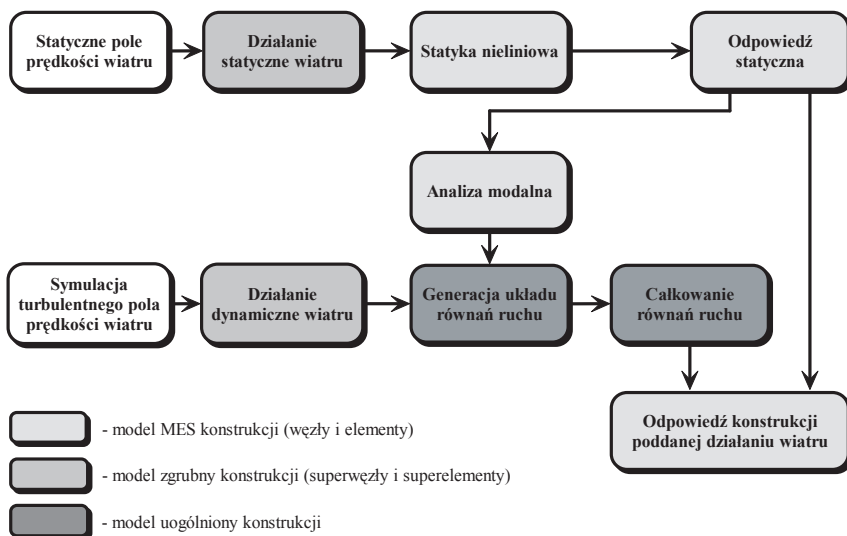
- niesymetryczne oblodzenie i wynikająca z niego zmiana współczynnika aerodynamicznego;
- zmiana średnic i powierzchni jako efekt oblodzenia;
- redukcja ciśnienia prędkości wiatru.

2.3. Obciążenie temperaturą

Działanie temperatury najczęściej analizuje się jako ogrzanie lub oziębienie elementów konstrukcji w stosunku do temperatury montażu. Równomierne działanie temperatury zazwyczaj nie powoduje znaczących sił w konstrukcji masztu. Wpływ zmian temperatury jest szczególnie istotny w przypadku połączenia elementów o znacznie różniącym się współczynniku rozszerzalności termicznej. W obliczeniach komputerowych obciążenie temperaturą modelowane jest jako odpowiednie dodatkowe wydłużenie lub skrócenie wstępne elementów konstrukcji.

3. Procedura obliczeniowa

W celu dokonania obliczeń aerodynamicznych masztów z odcciągami, stworzony został odpowiedni model fizyczny i matematyczny zagadnienia, a następnie algorytm oraz program komputerowy, który pozwala na ujęcie obliczeniowe działania wiatru wg teorii quasi-ustalonej. Główne etapy postępowania przy obliczaniu konstrukcji z uwzględnieniem działania wiatru zostały przedstawione na rys. 2.



Rys. 2. Schemat procedury obliczeniowej.

Fig. 2. Computational procedure.

3.1. Modele konstrukcji

Pierwszym modelem konstrukcji wykorzystywanym do obliczeń masztów z odcciągami jest szczegółowy model konstrukcji. Elementy tego modelu łączą się w węzłach odpowiadających węzłom modelu Metody Elementów Skończonych konstrukcji. Ze względu na sposób definicji działania wiatru (obciążenia wiatrem), wprowadzono model zgrubny konstrukcji, który składa się z tzw. „superelementów” połączonych w „superwęzłach”. Opis obciążenia jest tworzony z użyciem takiego modelu z uwagi na to, że współczynniki aerodynamiczne, które można otrzymać z badań w tunelu aerodynamicznym, na podstawie literatury, czy z obliczeń komputerowych odnoszą się nie do pojedynczego elementu, lecz do sekcji konstrukcji złożonej, tj. w przypadku masztu – np. segmentu trzonu.

3.2. Statyczne działanie wiatru

Pierwszym etapem obliczeń jest wyznaczenie nieliniowej odpowiedzi konstrukcji na statyczne działanie wiatru. Wyznaczona tutaj odkształcona postać masztu traktowana jest jako położenie równowagi w dalszych liniowych obliczeniach dynamicznych, zarówno w analizie modalnej, jak i przy wyznaczaniu odpowiedzi konstrukcji na turbulентne działanie wiatru. Postać ta wyznaczana jest jako efekt statycznego działania ciężaru własnego, wstępnego sprężenia elementów masztu, ciężaru oblodzenia, działania temperatury oraz statycznego działania wiatru o prędkości średniej.

Aby zwiększyć dokładność obliczeń, obciążenie przykładane jest w kilku etapach. Etap „zerowy” pozwala na wyznaczenie postaci odkształconej masztu pod działaniem wszystkich obciążeń poza działaniem wiatru. W kolejnych Ni etapach przykładane jest stopniowo zwiększające się obciążenie wiatrem. Jest ono na nowo definiowane na każdym etapie, przy uwzględnieniu odkształceń masztu wynikających z przyłożenia wcześniejszej części obciążenia. Takie podejście umożliwiło uwzględnienie zmian współczynników aerodynamicznych oraz zmian wartości i kierunków sił i momentów aerodynamicznych pochodzących od obciążenia wiatrem wraz z odkształcaniem się konstrukcji i zmianą aktualnego względnego kąta napływu wiatru.

Składowe statyczne obciążenia wiatrem superelementu można wyznaczyć wg następujących wzorów:

- Obciążenie normalne wiatrem (obciążenie wzdłużne, siła oporu aerodynamicznego lub krótko – opór aerodynamiczny):

$$W_n = \frac{1}{2} \rho \bar{v}_n^2 C_n DL \quad (10)$$

- Obciążenie binormalne wiatrem (obciążenie poprzeczne, aerodynamiczna siła boczna):

$$W_n = \frac{1}{2} \rho \bar{v}_n^2 C_b DL \quad (11)$$

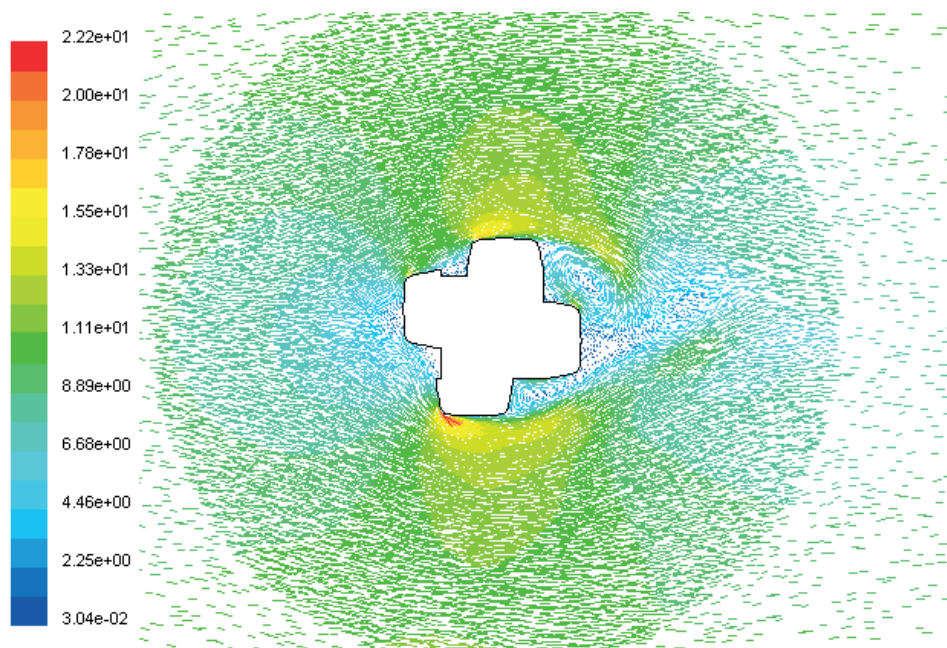
- Obciążenie skrętne wiatrem (moment aerodynamiczny):

$$W_{ms} = \frac{1}{2} \rho \bar{v}_n^2 C_m D^2 L \quad (12)$$

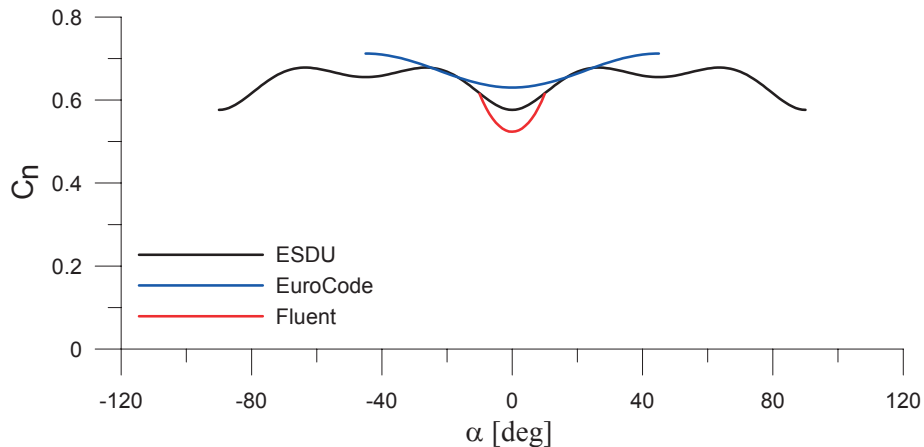
gdzie: ρ – gęstość powietrza, \bar{v}_n – moduł składowej normalnej wektora średniej prędkości wiatru, C_n , C_b , C_m – odpowiednie współczynniki aerodynamiczne, D – wymiar charakterystyczny superelementu, L – długość superelementu.

Współczynniki aerodynamiczne zostały wyznaczone, jako funkcje kąta napływu wiatru, przy użyciu systemu komputerowego mechaniki płynów **Fluent**. Przykładowy obraz wektorów prędkości wiatru w odniesieniu do szczytowej części masztu w Giedlarowej został przedstawiony na rys. 3.

Dokonano także obliczeń współczynników aerodynamicznych w oparciu o przepisy normowe, tj. Eurocode 3 [9] i brytyjski zbiór danych ESDU [10]. Wyniki obliczeń zostały porównane z wynikami otrzymanymi przy wykorzystaniu systemu **Fluent**. Przykładowy wykres porównawczy w odniesieniu do masztu w Giedlarowej przedstawiono na rys. 4.



Rys. 3. Wektory prędkości wiatru – kąt napływu 0° .
 Fig. 3. Wind velocity vectors at the incidence angle 0° .



Rys. 4. Współczynnik oporu aerodynamicznego.
 Fig. 4. Aerodynamic drag coefficient.

3.3. Częstości i postaci drgań własnych wokół nieliniowo wyznaczonego położenia równowagi

Możliwe jest założenie, że drgania własne masztu wokół nieliniowo wyznaczonego położenia równowagi są małe i można uznać, że mieszczą się w zakresie liniowym. Przyjmuje się zatem, że postać odkształcona masztu określona nieliniowo jako rezultat działania obciążeń stałych i statycznego działania wiatru jest położeniem równowagi w liniowej analizie dynamicznej [2, 6].

3.4. Turbulentne pole prędkości wiatru

W każdym z superwęzłów układu zgrubnego superelementów w dynamice generowane jest turbulentne pole prędkości wiatru. Symulacja prowadzona jest przy pomocy programu WIND stworzonego w Katedrze Mechaniki Budowli Politechniki Lubelskiej. Współrzędne punktów, w których jest prowadzona symulacja, tj. punktów odpowiadających środkom superelementów, są przekazywane do programu WIND po transformacji z układu globalnego $X_1X_2X_3$ do układu współrzędnych związanej ze średnim kierunkiem napływu wiatru XYZ . Otrzymane wyniki – składowe wektorów prędkości wiatru – z układu wiatrowego są ponownie transformowane do układu globalnego.

3.5. Równania równowagi układu – małe drgania liniowe wokół położenia równowagi statycznej

Można przyjąć, że przemieszczenia węzłowe (uogólnione) drgającego masztu w układzie globalnym $X_1X_2X_3$ można przybliżyć jako kombinację liniową reprezentatywnych postaci drgań własnych, co zapisać można wzorem:

$$\mathbf{q}(t) = \hat{\Phi} \cdot \psi(t) \quad (13)$$

Po wprowadzeniu powyższej zależności do równania ruchu układu drgającego otrzymujemy układ sprzężonych równań różniczkowych zwyczajnych. Równanie odnoszące się do i -tej współrzędnej głównej $\psi_i(t)$ można przedstawić teraz w następującej postaci:

$$M_i \cdot \ddot{\psi}_i(t) + C_i \cdot \dot{\psi}_i(t) + K_i \cdot \psi_i(t) = W_i^\Phi \quad (14)$$

gdzie: M_i , C_i , K_i – odpowiednio masa uogólniona, tłumienie uogólnione i sztywność uogólniona; W_i^Φ – uogólniona siła wymuszająca.

W obliczeniach dynamicznych można przyjąć dla konstrukcji smukłych, że obciążenie sprowadza się do dwóch składowych siły aerodynamicznej i jednej składowej momentu aerodynamicznego zależnych od składowej normalnej prędkości wiatru. Wektor obciążenia superelementu wiatrem można wówczas przyjąć w następującej postaci:

$$\mathbf{W}_e^* = \begin{bmatrix} 0 \\ W_n \\ W_b \\ W_{ms} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_e \quad (15)$$

Elementy wektora obciążenia wiatrem dowolnego superelementu e w lokalnym układzie współrzędnych zapisane wg teorii quasi-ustalonej mają następującą postać [11, 12, 13, 14]:

$$W_{ne} = \frac{1}{2} \rho v_{ne}^2 D_e L_e (C_{ne} + C_{nbe} \phi_e) \quad (16)$$

$$W_{be} = \frac{1}{2} \rho v_{ne}^2 D_e L_e (C_{be} + C_{bne} \phi_e) \quad (17)$$

$$W_{mse} = \frac{1}{2} \rho v_{ne}^2 D_e^2 L_e (C_m + C_{mne} \phi_e) \quad (18)$$

gdzie:

$$\phi_e = \frac{v_{be} + \dot{u}_{ne} \sin \bar{\alpha}_e - \dot{u}_{be} \cos \bar{\alpha}_e - x_{Ge} \dot{\varepsilon}_{se} + y_{Ge} \varepsilon_{se} \dot{\varepsilon}_{se}}{v_{ne}} - \varepsilon_{se} \quad (19)$$

przy czym ϕ_e oznacza tu względny kąt natarcia wiatru na superelement, z uwzględnieniem jego ruchu, w odniesieniu do kąta średniego $\bar{\alpha}$ wyznaczonego w ostatnim kroku statyki nieliniowej.

Od tak obliczonej siły należy odjąć statyczną część obciążenia, która została uwzględniona wcześniej w statyce. Wobec powyższego fluktuacje obciążenia wiatrem wynikające z turbulentnego działania wiatru na konstrukcję i sprzężeń aerodynamicznych zostaną wyznaczone według wzoru:

$$\mathbf{W}' = \mathbf{W} - \bar{\mathbf{W}} \quad (20)$$

gdzie $\bar{\mathbf{W}}$ stanowi statyczną część obciążenia wiatrem.

Po uwzględnieniu we wzorach definiujących przemieszczenia superwęzła przybliżenia przemieszczeń drgającego masztu jako kombinacji liniowej reprezentatywnych postaci drgań własnych, równanie ruchu układu związane z i -tą postacią drgań przyjmie postać:

$$\begin{aligned} M_i \cdot \ddot{\psi}_i(t) + C_i \cdot \dot{\psi}_i(t) + K_i \cdot \psi_i(t) = \\ = F_i(t) + \sum_{j=1}^{N_i} A_{ij}(t) \cdot \psi_j(t) + \sum_{j=1}^{N_i} D_{ij}(t) \cdot \dot{\psi}_j(t) + \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{l=1}^{N_i} G_{ijl}(t) \cdot \psi_j(t) \cdot \dot{\psi}_l(t) \end{aligned} \quad (21)$$

Tak skonstruowany układ równań różniczkowych zostaje rozwiązany na drodze bezpośredniego całkowania metodą Newmarka. Po podstawieniu formuł definiujących uogólnione prędkości i uogólnione przemieszczenia na kroku kolejnym [1, 7, 16]:

$$\dot{\psi}(t + \Delta t) = w_1 \cdot \dot{\psi}(t) + w_2 \cdot \ddot{\psi}(t) + w_3 \cdot \ddot{\psi}(t + \Delta t) \quad (22)$$

$$\psi(t + \Delta t) = \psi(t) + w_4 \cdot \dot{\psi}(t) + w_5 \cdot \ddot{\psi}(t) + w_6 \cdot \ddot{\psi}(t + \Delta t) \quad (23)$$

otrzymujemy algebraiczny, nieliniowy układ N_i równań, w którym niewiadomymi (w bieżącym kroku) są jedynie uogólnione przyspieszenia. Równanie nr i tego układu można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} - \sum_{j=1}^{N_i} \alpha_{ij}(t) \cdot \ddot{\psi}_j^2(t + \Delta t) + \\ - \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{l=j+1}^{N_i} (\beta_{ijl}(t) \cdot \dot{\psi}_j(t + \Delta t) \cdot \dot{\psi}_l(t + \Delta t) + \beta_{ijl}(t) \cdot \dot{\psi}_l(t + \Delta t) \cdot \dot{\psi}_j(t + \Delta t)) + \\ + (M_i + C_i \cdot w_3 + K_i \cdot w_6) \cdot \ddot{\psi}_i(t + \Delta t) - \sum_{j=1}^{N_i} \chi_{ij}(t) \cdot \ddot{\psi}_j(t + \Delta t) = F_i(t) + \gamma_i(t) \end{aligned} \quad (24)$$

3.6. Wyznaczenie odpowiedzi konstrukcji

Znając wartości współrzędnych uogólnionych $\psi_i(t)$ w poszczególnych chwilach czasu t , można określić przebiegi przemieszczeń uogólnionych konstrukcji $\mathbf{q}(t)$ na bazie reprezentatywnych postaci drgań własnych $\hat{\Phi}$. Składowa dynamiczna tych przemieszczeń może zostać wyrażona jako:

$$\mathbf{q}'(t) = \mathbf{q}^{dyn}(t) = \sum_{i=1}^{N_i} \Phi_i \cdot \dot{\psi}_i(t) = \sum_{i=1}^{N_i} \mathbf{q}_i(t) \quad (25)$$

Przemieszczenia całkowite zaś określa wzór:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}^{calc}(t) = \mathbf{q}^{st}(t) + \mathbf{q}^{dyn}(t) = \bar{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{q}'(t) \quad (26)$$

gdzie przemieszczenia $\mathbf{q}^{st}(t)$ ($\bar{\mathbf{q}}(t)$) wynikają ze statyki nieliniowej.

Każdemu składowemu uogólnionemu przemieszczeniu $\mathbf{q}_i(t)$ można przypisać uogólnione siły bezwładności:

$$\mathbf{b}_i(t) = \omega_i \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi_i \cdot \psi_i = \mathbf{b}_i \cdot \psi_i \quad (27)$$

które, przyłożone do układu jako obciążenie działające statycznie, wywołują właśnie uogólnione przemieszczenia $\mathbf{q}_i(t)$.

Jeżeli zatem w dowolnym elemencie konstrukcyjnym m układu byłaby znana uogólniona siła wewnętrzna N_{mi} (np. siła przekrojowa, naprężenie) związana z uogólnionymi przemieszczeniami $\mathbf{q}_i(t)$ (lub z uogólnionymi siłami bezwładności $\mathbf{b}_i = \omega_i \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi_i$ traktowanymi jako obciążenia działające statycznie), wówczas całkowitą wartość tej siły $N_m(t)$ obliczyć można ze wzoru:

$$N_m(t) = N_m^{calc}(t) = \bar{N}_m + N'_m(t) \quad (28)$$

gdzie \bar{N}_m jest siłą wewnętrzną w elemencie m wynikającą ze statycznych obliczeń nieliniowych konstrukcji pod działaniem obciążeń stałych i średniego obciążenia wiatrem, zaś składowa dynamiczna siły wewnętrznej $N'_m(t)$ w elemencie m może zostać określona za pomocą formuły:

$$N'_m(t) = \sum_{i=1}^{N_i} N_{mi} \cdot \psi_i(t) \quad (29)$$

4. Obliczenia masztów z odcciągami

W celu określenia efektów działania wiatru na maszty z odcciągami wykonano szereg obliczeń konstrukcji przy uwzględnieniu różnych reprezentatywnych postaci drgań własnych.

We wszystkich analizowanych przypadkach przyjęto następujące parametry:

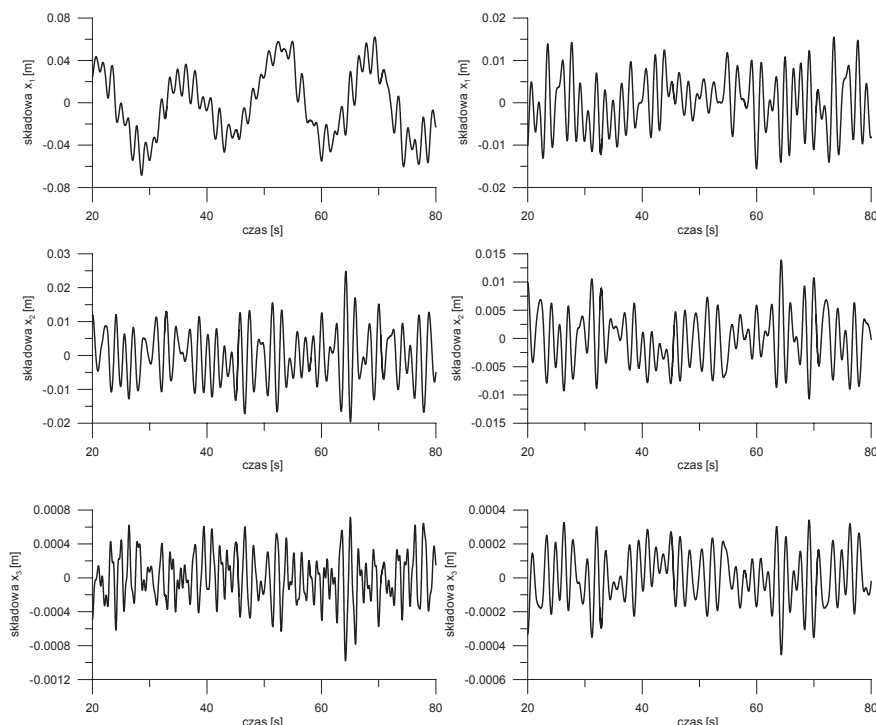
- prędkość średnia wiatru: 20 m/s;
- potęgowy profil wiatru;
- krok czasowy: 0,01 s;
- rozwiązanie układu równań ruchu metodą Newmarka (średnie przyspieszenie).

Obliczenia przeprowadzono w odniesieniu do masztu testowego o wysokości 100 m i dwóch poziomach odcciągów w następujących sytuacjach obliczeniowych:

- teren płaski, rolniczy ($\alpha = 0,16$; $z_g = 270$ m);
- teren nierówny, zadrzewiony ($\alpha = 0,28$; $z_g = 390$ m);
- teren płaski, rolniczy ($\alpha = 0,16$; $z_g = 270$ m), maszt oblodzony (charakterystyczna grubość oblodzenia 1,2 cm), obniżenie temperatury o 10 K w stosunku do temperatury montażu.

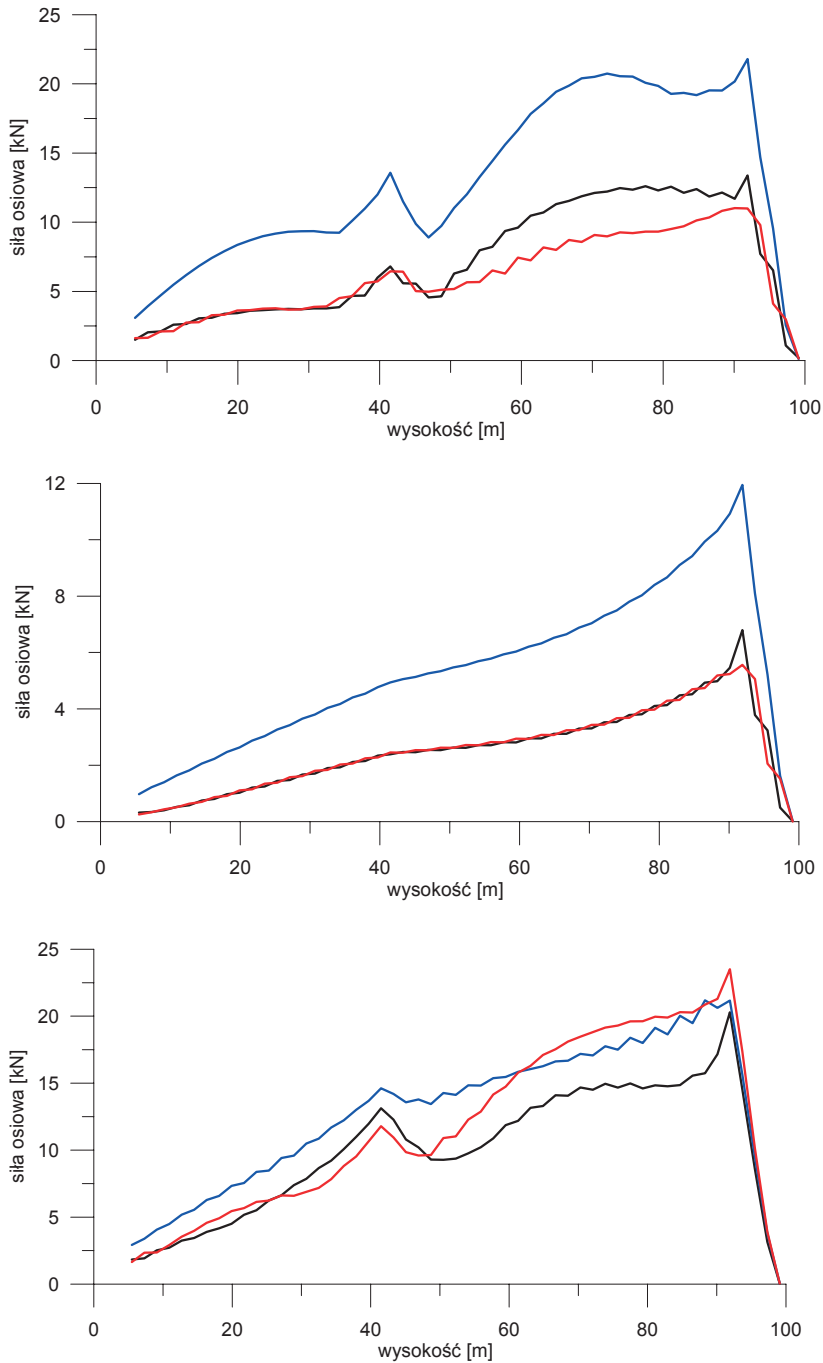
W przypadku dwóch pozostałych masztów (w Piaskach – 342 m wysokości, 5 poziomów odcciągów – i w Giedlarowej – 130 m, 2 poziomy) obliczenia zostały przeprowadzone przy założeniu lokalizacji masztów w terenie gładkim, rolniczym, bez uwzględnienia innych wpływów środowiskowych niż działanie wiatru.

Na kolejnych rysunkach przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń w przy uwzględnieniu różnej liczby (od 3 do 27) reprezentatywnych postaci drgań własnych. Na rys. 5 zamieszczone zostały wykresy przemieszczeń jednego z węzłów na szczycie masztu testowego, które pozwalają zauważyć, że sposób doboru postaci reprezentatywnych może w istotny sposób wpływać na odpowiedź masztu w przemieszczeniach. Następne rysunki ilustrują przebieg sił osiowych w krawężnikach masztów przy różnych kombinacjach reprezentatywnych postaci drgań własnych. Na rys. 6 przedstawiono wykresy sił osiowych w maszcie testowym, zaś na rys. 7 – w maszcie w Piaskach. Przykłady pozwalają stwierdzić, że odpowiedź masztu w siłach wewnętrznych istotnie zależy od doboru postaci drgań własnych.



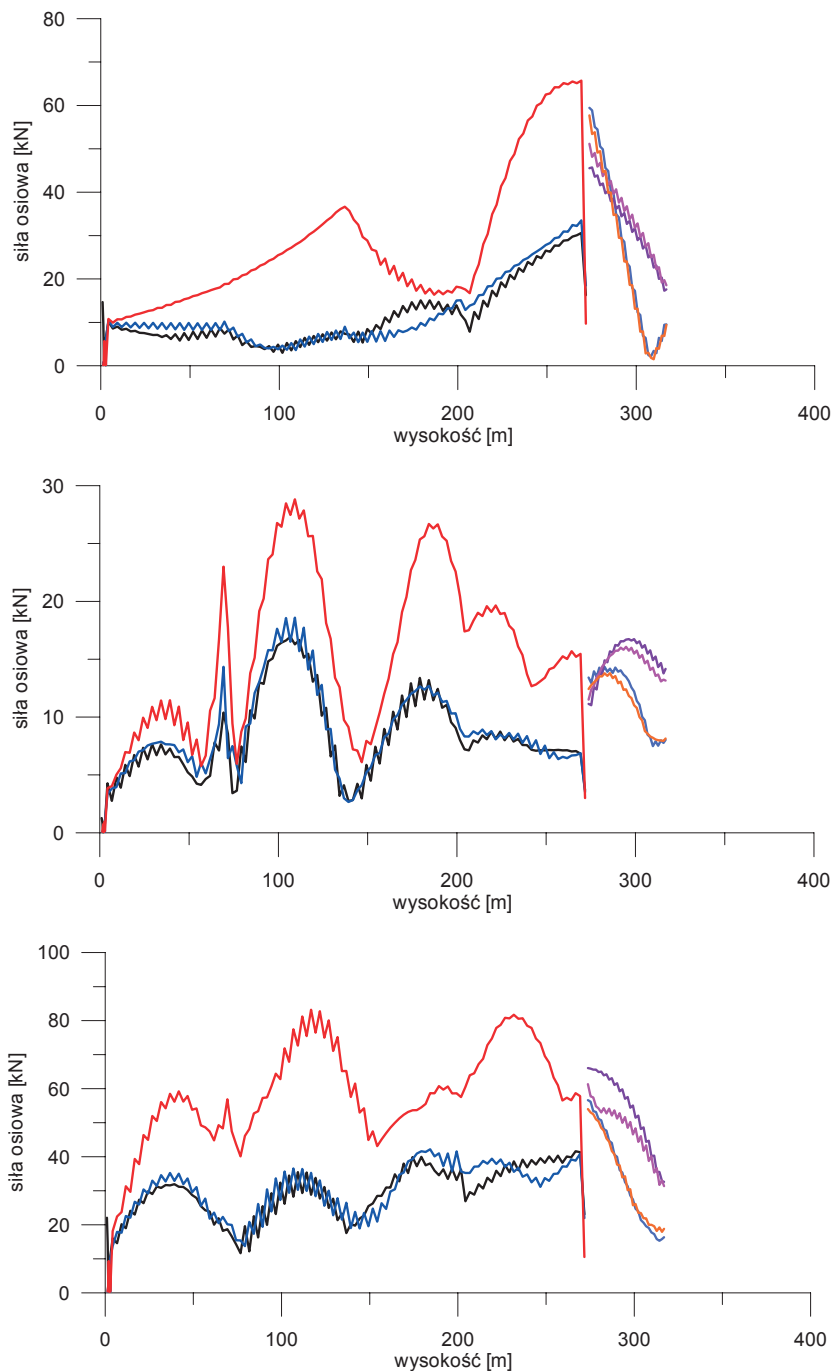
Rys. 5. Przemieszczenia węzła na poziomie +100,0 m n.p.t. w dwóch przypadkach doboru postaci reprezentatywnych.

Fig. 5. Displacements of the node at the +100,0 m level in two cases of representative mode shapes selection.



Rys. 6. Maksymalne siły osiowe wywołane dynamicznym działaniem wiatru w krawężnikach konstrukcji trzonu masztu testowego w trzech przypadkach doboru postaci reprezentatywnych.

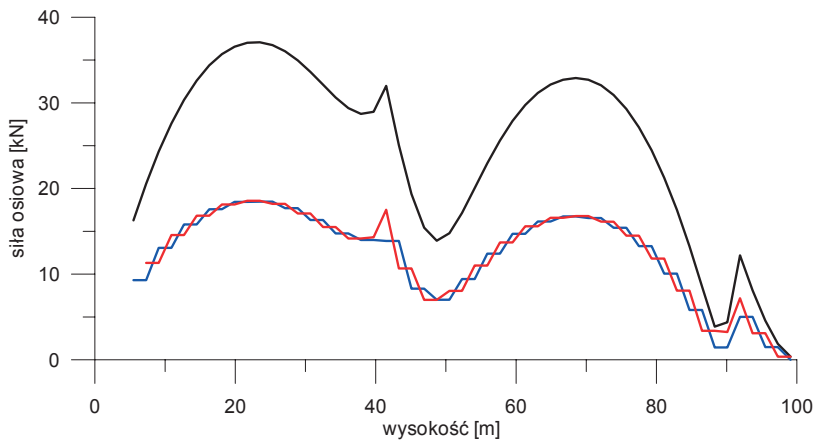
Fig. 6. Maximum axial forces in shaft legs generated with dynamic wind action in three cases of representative mode shapes selection for test mast.



Rys. 7. Maksymalne siły osiowe wywołane dynamicznym działaniem wiatru w krawężnikach konstrukcji trzonu masztu w Piaskach w trzech przypadkach doboru postaci reprezentatywnych.

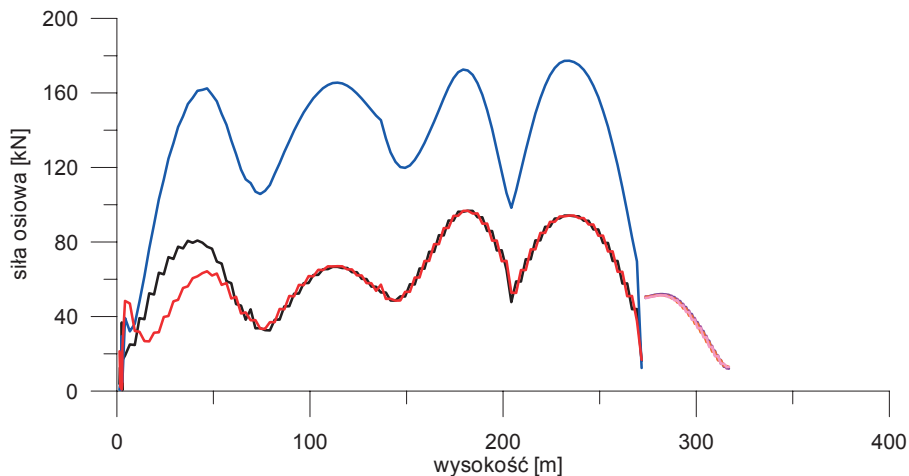
Fig. 7. Maximum axial forces in shaft legs generated with dynamic wind action in three cases of representative mode shapes selection for Piaski mast.

W celu porównania wyników obliczeń aerodynamicznych, dokonano analizy wybranych masztów za pomocą równoważnej metody statycznej wg Eurocode 3 [9]. Odpowiedź konstrukcji w siłach wewnętrznych w poszczególnych prętach konstrukcji trzonu została określona przez przyłożenie obciążeń odcinkowych i obliczenie sił powodowanych przez dynamiczne działanie wiatru. W analizie tej zastosowano takie same sytuacje obliczeniowe i parametry wiatru jak we wcześniejszych analizach aerodynamicznych. Obliczenia zostały wykonane za pomocą własnego programu komputerowego, którego jeden z modułów umożliwia taką analizę porównawczą. Przykładowe wyniki obliczeń wykonanych dla masztu testowego zaprezentowano na rys. 8 zaś dla masztu w Piaskach na rys 9.



Rys. 8. Maksymalne siły osiowe wywoływane dynamicznym działaniem wiatru w krawężnikach konstrukcji trzonu masztu testowego wg Eurocode 3.

Fig. 8. Maximum axial forces in shaft legs generated with dynamic wind action in three cases of representative mode shapes selection for test mast according to Eurocode 3.



Rys. 9. Maksymalne siły osiowe wywoływane dynamicznym działaniem wiatru w krawężnikach konstrukcji trzonu masztu w Piaskach wg Eurocode 3.

Fig. 9. Maximum axial forces in shaft legs generated with dynamic wind action in three cases of representative mode shapes selection for Piaski mast according to Eurocode 3.

5. Wnioski

W celu określenia wpływu doboru reprezentatywnych postaci drgań własnych na odpowiedź masztów z odciągami wykonano szereg obliczeń z różnymi kombinacjami uwzględnianych postaci z wykorzystaniem własnego programu komputerowego. Na ich podstawie można wysnuć generalny wniosek, że dobór reprezentatywnych form drgań uwzględnianych w analizie aerodynamicznej ma bardzo istotny wpływ na otrzymaną odpowiedź konstrukcji.

Przyjęcie zbyt małej ilości postaci reprezentatywnych w przypadku tak skomplikowanej konstrukcji, jaką jest maszt z odciągami powoduje znaczne niedoszacowanie sił w elementach konstrukcji masztu. Uwzględnienie tylko trzech podstawowych postaci drgań własnych, tj. giętnych w dwóch kierunkach i skrętnej, nie sprawdza się w przypadku konstrukcji tego typu. Wynika to z faktu, że spektrum częstości własnych masztu z odciągami jest bardzo zagęszczone i wiele z nich położonych jest blisko siebie. Trudno tu też określić podstawowe postacie drgań własnych.

Jednak nie ilość częstości reprezentatywnych, a głównie ich dobór decyduje o otrzymanych wynikach. Wybór pierwszych postaci drgań własnych bez uwzględnienia charakteru drgań, tzn. określenia, czy drgania dotyczą trzonu masztu, czy odciągów, nie pozwala na uzyskanie zadowalających wyników. Wielkość sił w stosunku do tych, które można otrzymać przy uwzględnieniu optymalnej kombinacji postaci reprezentatywnych, jest zależna od tego, czy i ile istotnych postaci znajduje się w uwzględnionym zakresie.

Przyjęcie częstości tylko z niewielkiego zakresu spektrum częstości drgań własnych powoduje mało satysfakcjonującą odpowiedź masztu w przemieszczeniach. W przebiegach przemieszczeń pojawiają się te częstości, które uwzględniono w analizie, pozostałe natomiast podlegają filtracji. W związku z tym można wnioskować, że aby uzyskać właściwą odpowiedź masztu w przemieszczeniach, należy wśród częstości reprezentatywnych uwzględnić zarówno te z początku pasma, jak i te z innych części spektrum częstotliwościowego.

Przeprowadzone analizy wykazały istnienie około dwukrotnego zapasu bezpieczeństwa w obliczeniach masztów z odciągami wg normy europejskiej Euro-Code. Oszacowany współczynnik bezpieczeństwa wydaje się być uzasadniony, a w związku z tym zasadne jest obliczanie konstrukcji z odciągami wg tych przepisów. Obliczenia przy pomocy metody normowej w stosunkowo prosty sposób pozwalają na uzyskanie zadowalających rezultatów z niezbędnym zapasem bezpieczeństwa.

Literatura

- [1]. Bathe K.-J., *Finite Element Procedures*, Prentice Hall Inc., 1996.
- [2]. Bęc, J.; Flaga, A., *Analiza wpływu działań środowiskowych na częstości drgań własnych masztu z odciągami*, Materiały 46. Konferencji Naukowo-Technicznej, Wrocław-Krynica 2000, str. 27-34.
- [3]. Bęc, J.; Flaga, A., *Ice Loading of Guyed Masts*, Proceedings of the 2nd Conference Problems of Technical Meteorology, Lviv 2002.
- [4]. Bęc, J.; Flaga, A., *Vortex Excitation Modeling for Mast Guys*, International Journal On Fluid Mechanics, 2002.
- [5]. Bęc, J.; Flaga, A., *Vortex Excitation Modeling for Mast Guys*, Proceedings of the 3EECWE, Kiev 2002.

- [6]. Bęc, J.; Flaga, A., *Wind and Other Environmental Actions Influence on Static and Dynamic Characteristics of Guyed Masts*, Proceedings of the 3rd European and African Conference on Wind Engineering, Eindhoven 2001.
- [7]. Chmielewski T., *Podstawy dynamiki budowli*, Wydawnictwo ARKADY 1996
- [8]. Davenport A.G., *The Spectrum of Horizontal Gustiness Near the Ground in High Winds*, Quaterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol.87, 1961.
- [9]. ENV 1993-3-1, *Eurocode 3. Design of steel structures. Towers and masts*, CEN 1997
- [10]. ESDU 81028: *Lattice structures. Part 2: Mean fluid forces on tower-like space frames*, November 1981.
- [11]. Flaga A., *Quasisteady models of wind load on slender structures. Part 1. Case of a motionless structure*, Archives of Civil Engineering, XL, 1, 1994, str. 3-28.
- [12]. Flaga A., *Quasisteady models of wind load on slender structures. Part II. Case of a moving structure*, Archives of Civil Engineering, XL, 1, 1994, 29-41.
- [13]. Flaga A., *Quasisteady models of wind load on slender structures. Part III. Applications of quasisteady theory in aerodynamics of slender structures*, Archives of Civil Engineering, XLI, 3, 1995, 343-376.
- [14]. Flaga A., *Quasisteady Theory in Aerodynamics of Slender Structures*, Sonderforschungsbereich Tragwerksdynamik, Ruhr Universitat Bochum.
- [15]. Simiu E., *Wind Spectra and Dynamic along Wind Response*, Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, St9, 1974.
- [16]. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., *The Finite Element Method*, Mc Graw-Hill Book Company, 1997.

Aerodynamics of guyed masts

Jarosław Bęc

*Lublin University of Technology, Faculty of Civil and Sanitary Engineering,
Department of Structural Mechanics, e-mail: j.bec@pollub.pl*

Abstract: Guyed masts response to wind action, ice load and thermal action has been analysed in this paper. Computational model of wind action based on quasi-steady theory has been applied. It has been assumed that nodal displacements may be expressed as a linear combination of representative mode shapes. Special computer program has been made to allow analysis of such structures. It has been found that the selection of representative mode shapes is very influential on the calculations outcome. The obtained results have been compared with the ones calculated according to patch loads method presented in Eurocode 3. The dynamic part of forces calculated with own method are about half of the ones coming from the standard.

Key words: Guyed masts, wind action, environmental actions, quasi-steady theory.