# Wzbudzenie wirowe budowli wieżowych o kołowych przekrojach poprzecznych

Tomasz Lipecki

Politechnika Lubelska, Wydział Inżynierii Budowlanej i Sanitarnej, Katedra Mechaniki Budowli, e-mail: t.lipecki@pollub.pl

Streszczenie: Głównym tematem, poruszonym w niniejszej pracy jest opisanie zjawiska wzbudzenia wirowego występującego na konstrukcjach o przekrojach kołowych, z pominieciem innego rodzaju obciażeń poprzecznych (powodowanych fluktuacjami kierunku wiatru czy interferencją aerodynamiczną). W pracy przedstawiono teoretyczne podstawy nowego modelu matematycznego krytycznego wzbudzenia wirowego konstrukcji o przekrojach kołowych. Wszystkie obliczenia zostały przeprowadzone przy użyciu własnego programu komputerowego stanowiacego implementację numeryczna modelu. Stworzony program pozwolił na symulację zarówno obciążenia poprzecznego powodowanego wirami jak i odpowiedzi konstrukcji (wyrażonej za pomocą przemieszczeń) na to obciążenie. Symulacja wzbudzenia wirowego odbywa się w czasie rzeczywistym na podstawie otrzymanych przemieszczeń poprzecznych konstrukcji. Na uzyskanych wynikach przeprowadzono analizę wrażliwości pozwalającą określić znaczenie poszczególnych parametrów modelu matematycznego dla odpowiedzi konstrukcji. Końcowe wyniki, dotyczące maksymalnych, poprzecznych przemieszczeń konstrukcji, otrzymane z obliczeń według własnego modelu zostały zweryfikowane na podstawie dostępnych w literaturze rezultatów badań eksperymentalnych w skali naturalnej przeprowadzonych na kominach stalowych i żelbetowych. Dokonano również porównania otrzymanych przemieszczeń z rezultatami obliczeń przeprowadzonych według obecnie obowiązujących procedur normowych. Przedstawiono także dodatkowe aspekty wzbudzenia wirowego, takie jak: wpływ korozji płaszcza komina stalowego oraz sprzężeń zwrotnych między odrywającymi się wirami a drganiami poprzecznymi na odpowiedź poprzeczną analizowanych konstrukcji.

Słowa kluczowe: wzbudzenie wirowe, obciążenie porzeczne, kominy stalowe, kominy żelbetowe.

# 1. Wprowadzenie

Wolnostojące kominy przemysłowe (stalowe i żelbetowe) oraz wolnostojące wieże o kołowych przekrojach poprzecznych stanowią dużą grupę konstrukcji inżynierskich. Występują na nich specyficzne dla konstrukcji o przekroju kołowym zjawiska aerodynamiczne, których wpływ na odpowiedź konstrukcji jest wciąż nie do końca zbadany, a metody pozwalające na obliczenie obciążenia powodowanego wzbudzeniem wirowym nie są wciąż doskonałe.

Na podstawie obszernego przeglądu literatury z zakresu badań dotyczących modeli walców kołowych (badania w tunelach aerodynamicznych) oraz badań "in

situ" przeprowadzonych na rzeczywistych konstrukcjach o przekrojach kołowych, ze szczególnym zwróceniem uwagi na parametry opisujące wzbudzenie wirowe oraz analizy istniejących teoretycznych i praktycznych (mających zastosowanie w normach) modeli matematycznych wzbudzenia wirowego, stwierdzono, że najpełniej opisujący zjawisko wzbudzenia wirowego jest półempiryczny model autorstwa A. Flagi. W niniejszej pracy rozwinięto teoretyczne założenia modelu oraz ekstrapolowano równania nim rządzące do zastosowań dla konstrukcji rzeczywistych o stałym, lekko zmiennym (zbieżnym) i silnie zmiennym wzdłuż wysokości kołowym przekroju poprzecznym.

Na podstawie zebranych wyników badań tunelowych i w skali naturalnej, dokonano analizy pięciu parametrów eksperymentalnych opisujących model  $(\sigma_w, B, k, \alpha, L_w)$  i dobrano procedury pozwalające na obliczenie tych parametrów.

Stworzono program komputerowy: "Vortex Load" stanowiący implementację numeryczną modelu matematycznego, którego celem jest generowanie obciążenia wzbudzeniem wirowym w czasie rzeczywistym, to znaczy, że na każdym kroku czasowym "w przód" symulacja odbywa się na podstawie informacji o odpowiedzi konstrukcji wyrażonej za pomocą przemieszczeń "wstecz". Do generowania procesu losowego jakim jest wzbudzenie wirowe wykorzystano dwie metody symulacji: WAWS (Weighted Amplitude Wave Superposition) oraz AR (Auto-Regressive).

W punkcie środkowym obszaru występowania wzbudzenia wirowego  $z_0$  dokonano oceny estymatorów obciążenia, za które przyjęto:  $\sigma_\eta$  – odchylenie standardowe przemieszczeń,  $\eta_{max}$  – maksymalne przemieszczenie, g – współczynnik wartości szczytowej. Przeprowadzono analizę wrażliwości zmian wyniku (jednego z estymatorów) na zadaną zmianę wartości jednego z parametrów eksperymentalnych opisujących model. Za cel postawiono sobie określenie – na podstawie przeprowadzonej analizy wrażliwości – które z parametrów eksperymentalnych opisujących model mają duży wpływ na otrzymywane wyniki, a które znikomy.

Otrzymane wyniki dotyczące maksymalnych, poprzecznych przemieszczeń całej konstrukcji (wierzchołka), zostały porównane z dostępnymi badaniami "in situ" w celu weryfikacji stworzonego modelu.

W pracy poruszono zagadnienie sprzężenia zwrotnego między drganiami konstrukcji, a odrywającymi się wirami, a w zakresie analizy kominów stalowych zbadano również wpływ korozji płaszcza na otrzymane wyniki (przemieszczenia).

Wyniki uzyskane według proponowanego modelu matematycznego, przy wykorzystaniu własnego programu "Vortex Load" porównano z obliczeniami według procedur zawartych w normach (Eurocode – procedura Ruscheweyh'a i procedura Vickery'ego zmodyfikowana przez Hansena [25, 26] oraz ESDU – Engineering Sciences Data Unit [15]).

# 2. Model wzbudzenia wirowego

# 2.1. Model sekcyjny

Podstawy teoretyczne modelu A. Flagi szczegółowo opisane w pracach Flagi [1, 2, 3, 4], zostały stworzone dla modelu sekcyjnego konstrukcji i dla różnych wariantów napływu powietrza i drgań poprzecznych, mianowicie: (1) napływu ustalonego i konstrukcji nieruchomej; (2) Napływu ustalonego i konstrukcji drgającej poprzecznie do napływu; (3) Napływu nieustalonego i konstrukcji nieruchomej; (4) Napływu nieustalonego i konstrukcji drgającej poprzecznie do napływu.

#### 2.2. Konstrukcja rzeczywista

Zależności otrzymane dla modelu sekcyjnego konstrukcji, w różnych wymienionych powyżej przypadkach napływu i drgań poprzecznych zostały ekstrapolowane do opisu wzbudzenia wirowego na rzeczywistej konstrukcji o kołowym przekroju poprzecznym. Model matematyczny, składający się z trzech równań dotyczy rzeczywistej sytuacji, a więc nieustalonego napływu powietrza i budowli drgającej poprzecznie do kierunku napływu. Wspomniane równania zależą od pięciu parametrów eksperymentalnych, których wartości należy przyjmować na podstawie wyników badań. Obciążenie poprzeczne powodowane wzbudzeniem wirowym jest przykładane do konstrukcji w określonym obszarze, stanowiącym tylko część całej wysokości (lub rozpiętości) konstrukcji. Opisy różnych aspektów modelu zostały zawarty w pracach Flagi i Lipeckiego [5-14]

#### 2.2.1. Opis matematyczny

Ekwiwalentne, krytyczne wzbudzenie wirowe można z dobrym przybliżeniem opisać równaniem:

$$w_{y}(t) = \left[q_{c} \cdot D \cdot (1 + \alpha \cdot \sigma_{\hat{\eta}})^{3} \cdot \hat{w}_{y}(t)\right]\Big|_{z=z_{0}} \cdot Y(z)$$

$$\tag{1}$$

w którym: z – współrzędna (wysokość), t – czas,  $q_c$  – ciśnienie krytycznej prędkości wiatru  $V_c$ , D – wymiar charakterystyczny przekroju poprzecznego (średnica),  $\sigma_{\hat{\eta}}$  – odchylenie standardowe przemieszczeń konstrukcji,  $\alpha$  – parametr opisujący wzrost wymiaru charakterystycznego przekroju poprzecznego w trakcie drgań (wartość eksperymentalna),  $(1 + \alpha \cdot \sigma_{\hat{\eta}})^3$  – czynnik zwiększający obciążenie w związku ze zmianą ekwiwalentnego wymiaru charakterystycznego, Y(z) – funkcja deterministyczna określająca odcinek występowania wzbudzenia wirowego wzdłuż wysokości (rozpiętości) konstrukcji,  $\hat{w}_y(z,t)$  – obciążenie bezwymiarowe wyrażone w sposób następujący:

$$\hat{w}_{y}(t) = \left[ \left[ \frac{V_{m}(t)}{V_{c}} \right]^{2} C_{y}(t) \cdot \sin\left(2\pi f_{i}t + \varphi\right) \right]_{z=z_{0}}$$

$$\tag{2}$$

gdzie:  $V_m(t)$  – uśredniona przestrzennie prędkość wiatru;  $C_y(t)$  – współczynnik aerodynamiczny;  $f_i - i$ -ta częstotliwość drgań własnych;  $\varphi$  – kąt przesunięcia fazowego.

Obciążenie bezwymiarowe jest przeważnie wąskopasmowym procesem stochastycznym o charakterze harmonicznym lub Gaussa i może być opisane za pomocą funkcji gęstości widmowej mocy:

$$\frac{f \cdot G_{\hat{w}_y}(f)}{\sigma_{\hat{w}}^2} = \frac{k}{\sqrt{\pi B}} \frac{f}{f_i} \exp\left[-\left(\frac{1 - f / f_i}{B}\right)^2\right]$$
(3)

w której: f – częstotliwość,  $\sigma_{\hat{w}}$  – odchylenie standardowe procesu obciążenia powodowanego wzbudzeniem wirowym (wartość eksperymentalna), k – współczynnik o wartości mniejszej niż 1.0 (wartość eksperymentalna), B – bezwymiarowy parametr szerokości pasma procesu (wartość eksperymentalna).

#### 2.2.2. Opis eksperymentalny

Jak wynika z równań 1-3 model matematyczny zjawiska zależy od czterech parametrów eksperymentalnych:  $\alpha$ ,  $\sigma_w$ , k, B, które z kolei zależą od szeregu parametrów: (1) opisujących geometrię konstrukcji, takich, jak: K – kształt przekroju poprzecznego,  $k_L$  – smukłość konstrukcji,  $k_B$  – smukłość przekroju,  $k_s$  – parametr chropowatości powierzchni oraz (2) napływającego powietrza takich, jak:  $I_u$  – intensywność turbulencji,  $L_u$  – skala turbulencji, Re – liczba Reynoldsa, St – liczba Strouhala,  $\alpha_w$  – średni kąt natarcia wiatru. Wartości tych parametrów można przyjmować na podstawie między innymi: ESDU [15, 16, 17], prac Novaka i Tanaki [18], Howella i Novaka [19], Vickery'ego i Basu [20], Vickery'ego [21, 22].

#### 2.2.3. Opis deterministyczny

Obciążenie wyrażone wzorami (1-2) i jako proces losowy opisane przez funkcję gęstości widmowej mocy (3), powinno być przykładane do konstrukcji w obszarze wyznaczonym przez zero-jedynkową funkcję deterministyczną Y(z) (por. równ. 1), która określa obszar  $\Delta L$  wzdłuż wysokości (rozpiętości) konstrukcji,w którym wzbudzenie wirowe może wystąpić oraz jego punkt charakterystyczny  $z_0$ .

W celu wyznaczenia funkcji Y(z), wprowadzono trzy deterministyczne funkcje zero-jedynkowe: (1)  $\Theta_1(z)$  – funkcję uwzględniającą zaburzenia brzegowe i znaczne zmiany przekroju poprzecznego wzdłuż wysokości (rozpiętości) konstrukcji – rys. 1, (2)  $\Theta_2(z)$  – funkcję określającą obszar zgodności wartości otrzymanej z profilu średniej prędkości wiatru  $V_m(z)$  z wartościami otrzymanymi z profilu krytycznej prędkości wiatru  $V_c(z)$ . W modelu przyjęto:  $0.9V_c(z) \le V_m(z) \le 1.3V_c(z)$  – rys. 2, (3)  $\Theta_3(z)$ – funkcję określającą wpływ postaci drgań na obszar wzbudzenia wirowego i determinującą kierunek działania siły powodowanej wzbudzeniem – rys. 3.

Iloczyn powyższych trzech funkcji:  $\prod_{i=1}^{3} \Theta_i(z)$  daje w wyniku obszar wspólny

o długości  $L_1$ , w którym wzbudzenie wirowe może wystąpić. Wyznaczona funkcja wynikowa jest modyfikowana, ze względu na zmienność amplitudy drgań wzdłuż wysokości konstrukcji do funkcji  $\Theta(z)$ , a obszar o długości  $L_1$  do obszaru o długości  $L_2$  (rys. 4), zgodnie z następującymi zasadami: (1) Pole pod krzywą postaci drgań  $\Phi_i(z)$  w obszarze o długości  $L_1$  jest równe polu zero-jedynkowej funkcji  $\Theta(z)$  w nowym obszarze o długości  $L_2$ ; (2) Obszar o długości  $L_2$  jest dowiązany do największych rzędnych postaci drgań w obszarze o długości  $L_1$ .



- Rys. 1. Funkcja  $\Theta_l(z)$  dla różnych rodzajów przekrojów poprzecznych konstrukcji: (a) średnica stała lub zbieżna, (b) średnica silnie zmienna wzdłuż wysokości.
- Fig. 1. Function  $\Theta_i(z)$  for various kinds of structures cross-section shapes: (a) constant or tapered diameter, (b) heavy varying diameter.



Rys. 2. Funkcja  $\Theta_2(z)$  dla różnych rodzajów konstrukcji o przekroju: (a) zbieżnym, (b) stałym. Fig. 2. Function  $\Theta_2(z)$  for various structures cross-section shapes: (a) tapered, (b) constant.



Rys. 3. Funkcja  $\Theta_3(z)$  dla konstrukcji wspornikowej, dla kolejnych postaci drgań. Fig. 3. Function  $\Theta_3(z)$  in the case of cantilevered structure, in different mode shapes.



Rys. 4. Określenie funkcji  $\Theta(z)$  i odpowiadającego jej obszaru wzbudzenia wirowego  $L_2$ . Fig. 4. Determination of the function  $\Theta(z)$ , and related vortex excitation domain  $L_2$ .

Krytyczne wzbudzenie wirowe jest procesem losowym zarówno w czasie jak i w przestrzeni, dlatego też, aby go w pełni scharakteryzować należy określić jego korelację przestrzenno-czasową. W celu uproszczenia modelu do zastosowań inżynierskich można stwierdzić, że rozpatrywane obciążenie jest procesem losowym, zmiennym w czasie, ale równomiernie rozłożonym w pewnym obszarze konstrukcji  $L_2$  wyznaczonym przez funkcję  $\Theta(z)$  (tzn. proces jest w pełni skorelowany wzdłuż wysokości lub rozpiętości konstrukcji, w obszarze wzbudzenia wirowego). Wobec tego, wprowadzono kolejną deterministyczną, zero-jedynkową funkcję  $\Gamma(z)$ , powiązaną z unormowaną funkcją korelacji przestrzennej (rys. 5), określającą obszar o długości  $L_3$ , w którym obciążenie jest w pełni skorelowane. Zastosowanie takiego zabiegu pozwala na zastąpienie rzeczywistego krytycznego wzbudzenia wirowego obciążeniem ekwiwalentnym rzeczywistemu, o prostym rozkładzie prostokątnym. Można przyjąć, że obszar o długości  $L_3$  wyznaczany przez funkcję  $\Gamma(z)$  jest równy  $2L_w$ , gdzie  $L_w$  jest bezwymiarową skalą długości korelacji (kolejny, piąty parametr eksperymentalny) i zależy od  $\sigma_n$  (odchylenia standardowego przemieszczeń), bądź od  $\eta$  (amplitudy przemieszczeń). Wartość tego parametru może być określana na podstawie ESDU [15], Ruscheweyh [23, 24] oraz norm DIN [25], ENV [26]. Obszar wspólny (iloczyn) funkcji  $\Theta(z)$  i  $\Gamma(z)$  określa końcową funkcję Y(z), przedział  $\Delta L$ , w którym wzbudzenie wirowe może wystąpić oraz punkt środkowy (charakterystyczny)  $z_0$  tego przedziału (rys. 6).



Rys 5. Funkcja deterministyczna  $\Gamma(z)$ . Fig. 5. Deterministic function  $\Gamma(z)$ .



Rys. 6. Funkcja zero-jedynkowa Y(z), obszar  $\Delta L$  i punkt charakterystyczny  $z_0$  dla konstrukcji wspornikowej, w dwóch przypadkach:  $\Theta(z) < \Gamma(z)$  oraz  $\Theta(z) > \Gamma(z)$ .

Fig. 6. Zero-one function Y(z), domain  $\Delta L$  with central point  $z_0$  for a cantilever structure, in two cases:  $\Theta(z) < \Gamma(z)$  and  $\Theta(z) > \Gamma(z)$ .

Reasumując, proponowany model składa się z dwóch części: opisu matematycznego zawartego w równaniach 1-3, oraz opisu deterministycznego określającego obszar (obszary) wzdłuż wysokości (rozpiętości) konstrukcji, w którym wzbudzenie wirowe może wystąpić. Jest to model pół-empiryczny zależny od pięciu parametrów:  $\alpha$ ,  $\sigma_{w}$ , *k*, *B*,  $L_{w}$ , których wartości powinny być określone na podstawie badań.

# 3. Implementacja numeryczna modelu

W oparciu o model matematyczny opracowano własny program komputerowy, któremu nadano nazwę "VORTEX LOAD", służący do obliczania zarówno obciążenia powodowanego wzbudzeniem wirowym jak i odpowiedzi konstrukcji wyrażonej za pomocą przemieszczeń. Stworzony program bazujący na systemie MES – ALGOR, pozwala na symulację obciążenia i odpowiedzi konstrukcji wyrażonej za pomocą przemieszczeń w czasie rzeczywistym, to znaczy, że na podstawie obliczonego w punkcie charakterystycznym  $z_0$  przebiegu czasowego przemieszczeń  $\eta$  generowane są dalsze kroki czasowe obciążenia. Do symulacji wzbudzenia wirowego użyto dwóch metod służących do generowania procesów losowych – WAWS i AR.

#### 3.1. Metody symulacji procesów losowych

#### 3.1.1. Metoda WAWS – Weighted Amplitude Wave Superposition method

Rodzina *M* skorelowanych procesów losowych  $p_i(t)$  (w *M* dowolnych punktach) może być wygenerowana zgodnie z układem równań:

$$p_{i}(t) = \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=1}^{i} H_{ij}(f_{k}) \cos\left(2\pi \left(f_{k} + \delta f_{k}\right)\left(t + t_{ij}\right) + \Phi_{k}\right)$$
(4)

w którym:  $t_{ij}$  – czas przepływu między dwoma punktami, N – ilość przedziałów widma, t – czas;  $f_k$  (k=1,2....N) – centralna (środkowa) częstotliwość w przedziałach  $\Delta f$ , na które zakres częstotliwości został podzielony,  $\delta f_k$  – przesunięcie losowe (zaburzenie) częstotliwości centralnej,  $H_{ij}(f_k)$  (k=1,2...N) – zestaw N dolno-trójkątnych macierzy o wymiarze MxM,  $\Phi_k$  – zestaw N losowych wartości kątów przesunięć fazowych, zawartych w przedziałe od 0 do  $2\pi$ . Przy generowaniu procesu w jednym punkcie wzór 4 zostaje uproszczony i przyjmuje następującą postać:

$$p(t) = \sum_{k=1}^{N} \sqrt{2G_i\left(f_k\right)\Delta f_k} \cos\left(2\pi f_k t + \Phi_k\right)$$
(5)

gdzie:  $G_i(f_k)$  – gęstość widmowa mocy. Metoda WAWS została szczegółowo opisana w pracach: Shinozuka [27], Shinozuka i Jan [28], Borri [29], Borri i in. [30].

#### 3.1.2. Metoda AR – Autoregressive method

Równanie służące do symulowania procesu losowego w jednym punkcie można zapisać w następującej postaci:

$$p\left(t\right) = \sum_{k=1}^{R} \Psi_{k} p\left(t - k\Delta t\right) + N\left(t\right)$$
(6)

gdzie: t - czas,  $\psi_k - współczynniki autoregresji (wagi)$ , R - rząd metody, N(t) - proces losowy ze średnią zero i wariancją jeden. Metoda AR polega na wyznaczeniu wartości procesu na danym kroku jako sumy ważonej <math>R kroków wstecz tego samego procesu plus wartość losowa. W równaniu 6 niewiadomymi wartościami jest R współczynników autoregresji:  $\psi_1, \psi_2, ..., \psi_R$  oraz wartość N(t), które należy wyznaczać na podstawie funkcji korelacji. Metoda został dokładnie scharakteryzowana między innymi w pracach: Borri [29], Borri i in. [30].

#### 3.2. Tok obliczeń

1. Opracowanie modelu dyskretnego danej konstrukcji i przeprowadzenie przy użyciu systemu ALGOR (procesor Ssap1) analizy dynamicznej. Jako wynik otrzymywane są charakterystyki dynamiczne: częstotliwości i postaci drgań własnych.

2. Przyjęcie parametrów przepływu: intensywności turbulencji –  $I_u$ , skali turbulencji –  $L_u$ , profilu wiatru V(z), a na ich podstawie parametrów eksperymentalnych opisujących obciążenie oraz gęstość widmową mocy –  $\alpha$ ,  $\sigma_{\dot{w}}$ , *k*, *B*. W modelu wykorzystano procedury przyjmowania tych parametrów podawane w ESDU [15]. 3. Określenie funkcji deterministycznych opisujących obszar wzbudzenia  $\Theta_i(z)$  oraz funkcji  $\Gamma(z)$  powiązanej z korelacją przestrzenną obciążenia, a na ich podstawie wyznaczenie funkcji końcowej Y(z) i obszaru  $\Delta L$  gdzie wzbudzenie wirowe może nastąpić oraz charakterystycznego punktu  $z_{\alpha}$ , będącego środkiem tego obszaru.

4. Wygenerowanie w punkcie  $z_0$  procesu losowego zmiennego w czasie. Jako, że obciążenie jest w pełni skorelowane w obszarze wyznaczonym przez funkcję  $\Gamma(z)$ , wartość obciążenia otrzymaną w punkcie środkowym  $z_0$  można przyjąć za stałą dla całego przedziału  $\Delta L$ . Do symulacji wykorzystano alternatywnie dwie metody służące do generowania procesów losowych oparte na znajomości funkcji gęstości widmowej mocy: WAWS i AR.

Na rys. 7 pokazano przykładowe przebiegi czasowe obciążenia wygenerowane na podstawie wzorów 1-3, przy założeniu początkowym, ze odchylenie standardowe przemieszczeń  $\sigma_{ij}$  jest równe 0 i przy użyciu metod WAWS i AR. W podpisach pod rys. 7 i następnych wprowadzono następujące oznaczenia opisujące symulację:  $\Delta f$  – krok częstotliwościowy,  $N_f$  – ilość przedziałów widma,  $\Delta t$  – krok czasowy,  $N_t$  – ilość kroków czasowych,  $T_0$ = $\Delta t N_t$  – czas, w którym generowane jest obciążenie.



Rys. 7. Przykład procesu obciążenia  $w_y(z,t)$  symulowanego przy  $\sigma_{\hat{\eta}} = 0$  metodą: (a) WAWS,  $N_t = 10000, \ \Delta t = 0.01, \ N_f = 600, \ \Delta f = 0.01, \ T_0 = 100s$ , (b) AR,  $N_t = 1200, \ \Delta t = 0.4, \ N_f = 2000, \ \Delta f = 0.002, \ T_0 = 480s$ , rząd AR – 10.

Fig. 7. Load process  $w_y(z,t)$  generated with  $\sigma_{\hat{\eta}} = 0$  according to (a) WAWS,  $N_t = 10000$ ,  $\Delta t = 0.01$ ,  $N_f = 600$ ,  $\Delta f = 0.01$ ,  $T_0 = 100$ s, (b) AR,  $N_t = 1200$ ,  $\Delta t = 0.4$ ,  $N_f = 2000$ ,  $\Delta f = 0.002$ ,  $T_0 = 480$ s, AR order – 10.

5. Sprawdzenie poprawności symulacji polegające na wygenerowaniu kilkudziesięciu procesów czasowych obciążenia z użyciem tych samych parametrów, zastosowaniu na nich szybkiej transformaty Fouriera (FFT), uśrednieniu wyników i porównaniu ich z zakładaną gęstością widmową mocy (rys. 8). W wyniku tej analizy okazało się, że do symulacji wzbudzenia wirowego można wykorzystywać metodą WAWS, natomiast metoda AR do tych celów się nie nadaje (rys. 8b).

6. Wygenerowane w punkcie  $z_0$ , na każdym kroku czasowym  $\Delta t$  w czasie  $T_0$  obciążenie, jest przykładane do konstrukcji w obszarze  $\Delta L$  przy wykorzystaniu systemu ALGOR i modułu TIMELOAD. Przy użyciu metody całkowania bezpośredniego jako wynik działania obciążenia otrzymywany jest przebieg czasowy przemieszczeń punktu  $z_0$  w przedziale czasu  $T_0$  na każdym kroku czasowym  $\Delta t$  (SSAP4, ALGOR) – rys. 9.



Rys. 8. Funkcja gęstości widmowej mocy i jej przybliżenia po uśrednieniu 10, 20, 30, 40 procesów, (a)WAWS, σ<sub>ĝ</sub> =0, N<sub>t</sub>=10000, Δt=0.01, N<sub>f</sub> =600, Δf=0.01, T<sub>o</sub>=100s, (b)AR, σ<sub>ĝ</sub> =0, N<sub>t</sub>=1200, Δt=0.4, N<sub>t</sub>=2000, Δf=0.002, T<sub>o</sub>=480s, rząd AR -10.

Fig. 8. Power spectral density functions: assumed and its estimators from 10, 20, 30, 40 processes, (a) WAWS, σ<sub>ŷ</sub> =0, N<sub>t</sub>=10000, Δt=0.01, N<sub>f</sub>=600, Δf=0.01, T<sub>0</sub>=100s, (b) AR, σ<sub>ŷ</sub> =0, N<sub>t</sub>=1200, Δt=0.4, N<sub>f</sub>=2000, Δf=0.002, T<sub>0</sub>=480s, AR order -10.



Rys. 9. Przykładowa historia czasowa przemieszczeń,  $\sigma_{\hat{\eta}} = 0, N_t = 1000, \Delta t = 0.1$ s. Fig. 9. Time history of displacements,  $\sigma_{\hat{\eta}} = 0, N_t = 1000, \Delta t = 0.1$ s.

7. Na podstawie otrzymanego przebiegu czasowego przemieszczeń można obliczyć odchylenie standardowe przemieszczeń  $\sigma_{\hat{\eta}}$  – w żądanym przedziale czasu działania obciążenia przed chwilą obecną  $\chi T_i$ , gdzie  $\chi$  – parametr >1.0,  $T_i$  – podstawowy okres drgań własnych konstrukcji. Na podstawie nowej wartości  $\sigma_{\hat{\eta}}$  – funkcja Y(z), obszar  $\Delta L$ , położenie punktu  $z_0$  oraz równania (1) i (2) są aktualizowane i generowane są nowe wartości obciążenia w przedziale czasu ( $T_0$ ,  $T_0+\Delta \tau$ ), przy czym  $\Delta \tau$  zawiera dowolną ilość kroków czasowych  $\Delta t$ .

8. Krok 7, przy równoczesnej aktualizacji obszaru  $\Delta L$  i równań opisujących obciążenie powtarzany jest dowolną liczbę razy. Ilość powtórzeń oraz ilość generowanych "w przód" kroków czasowych  $\Delta t$  jest ustalana w stworzonym programie komputerowym. Na kolejnych rysunkach przedstawiono graficznie tok postępowania opisany w krokach 7 i 8 (rys. 10-12) oraz przykładową historię czasową przemieszczeń dla pojedynczego procesu otrzymanego w przedziale czasu *T*, dla  $\sigma_{\hat{\eta}} \neq 0$  (rys. 13).



Rys. 10. Symulacja obciążenia w punkcie  $z_0$  na podstawie funkcji gęstości widmowej mocy. Fig. 10. Load simulation in point  $z_0$  on the basis of PSD function.



- Rys. 11. Symulacja obciążenia na podstawie przebiegu czasowego przemieszczeń w przedziale czasu  $\chi_I T_I$ .
- Fig. 11. Load simulation on the basis of time history of displacement in time interval  $\chi_1 T_1$ .



- Rys. 12. Przebiegi czasowe obciążenia i przemieszczenia symulowanych w czasie rzeczywistym, w przedziale czasu *T*.
- Fig. 12. Time histories of load and displacement simulated in real time, in time interval T.



- Rys. 13. Przebieg czasowy przemieszczeń ( $\sigma_{\hat{\eta}} \neq 0$ ) obliczony dla: *T*=100s, *N*<sub>t</sub>=1000,  $\Delta t$ =0.1s,  $\chi$ =3,  $\Delta \tau$ = $\Delta t$ , 1000 powtórzeń.
- Fig. 13. Time history of displacements ( $\sigma_{\hat{\eta}} \neq 0$ ) calculated for T=100s,  $N_t$ =1000,  $\Delta t$ =0.1s,  $\chi$ =3,  $\Delta \tau = \Delta t$ , repeated 1000 times.

9. Mając do czynienia z procesami losowymi, w celu otrzymania miarodajnych wyników należy całość obliczeń (kroki 1-8) powtórzyć zakładaną ilość razy (N realizacji), a otrzymane wyniki uśrednić. Otrzymane przemieszczenia w przedziale czasowym T, a więc przedziale odnoszącym się do obciążenia przewidywanego, symulowanego przy  $\sigma_{\hat{\eta}} \neq 0$  (por. rys. 12), dla N realizacji obciążenia mogą służyć do oceny estymatorów: średniej wielkości przemieszczeń  $\bar{\eta}$ , odchylenia standardowego przemieszczeń  $\sigma\eta$ , przemieszczenia maksymalnego  $\eta^{max}$ . Wielkości te odnoszą się do punktu  $z_0$  – środka obszaru wzbudzenia wirowego.

Wprowadzając następujące oznaczenia:

- *j* numer realizacji procesu, *j*=1,2,...,N,
- *i* numer przewidywanego kroku czasowego  $t_i=i\Delta t$  w czasie T, *i*=1,2,...,M,

 $\eta_{ii} = \eta_i(t_i)$  – wartości przemieszczeń *j*-tego procesu w czasie  $t_i$ ,

można obliczyć trzy wspomniane wartości:

średnią wielkość przemieszczeń π
<sub>j</sub> w czasie T, w jednym procesie oraz estymator z N procesów π
 :

$$\overline{\eta}_{j} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \eta_{j}\left(t\right) dt = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \eta_{ji}$$

$$\tag{7}$$

$$\overline{\eta} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \overline{\eta}_j \tag{8}$$

odchylenie standardowe przemieszczeń ση<sub>j</sub> w czasie *T*, w jednym procesie oraz estymator z *N* procesów ση:

$$\sigma\eta_{j} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} \left(\eta_{j}\left(t\right) - \overline{\eta}_{j}\right)^{2} dt} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \left(\eta_{ji} - \overline{\eta}_{j}\right)^{2}}$$
(9)

$$\sigma\eta = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \sigma\eta_j \tag{10}$$

• maksymalną wartość przemieszczenia  $\eta_j^{\max}$  w czasie *T*, w jednym procesie oraz estymator z *N* procesów  $\eta^{max}$ :

$$\eta_j^{\max} = \max\left\{\eta_{j,i}\right\} \tag{11}$$

$$\eta^{\max} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \eta_j^{\max}$$
(12)

Średnia wartość przemieszczeń powinna spełniać warunek:

$$\overline{\eta} \approx 0$$
 (13)

Związek między wartością maksymalną a odchyleniem standardowym można wyrazić za pomocą wzoru:

$$\eta^{\max} = g \cdot \sigma \eta \tag{14}$$

w którym: g – współczynnik wartości szczytowej. Tak więc, znając wartości  $\eta^{max}$  i  $\sigma\eta$  można oszacować współczynnik wartości szczytowej g.

Przykładowe zmiany wartości odchylenia standardowego  $\sigma_{\hat{\eta}}$  otrzymanego z różnej liczby kroków czasowych "wstecz" –  $\chi T_{1}$ , dla *N*=10 pokazano na rys. 14.





Fig. 14. Variations of the value  $\sigma_{\hat{\eta}}$  for 10 processes, (a)  $N_t=1000$ ,  $\Delta t=0.1$ s,  $\chi=1$ ,  $\Delta \tau=\Delta t$ , 1000, repeated 1000 times, (b)  $N_t=1000$ ,  $\Delta t=0.1$ s,  $\chi=5$ ,  $\Delta \tau=2\Delta t$ , repeated 500 times.

Za podsumowanie przedstawionej procedury obliczeniowej może posłużyć schemat zawierający kolejność wykonywanych obliczeń (rys. 15).



Rys. 15. Algorytm obliczeń.

Fig. 15. Algorithm of calculations.

#### 3.3. Określenie parametrów metody symulacji

Stwierdzono, że metoda AR nie nadaje się do generowania obciążenia poprzecznego z powodu konieczności przyjmowania zbyt długiego kroku czasowego – rzędu 1-4 sekundy – w porównaniu do podstawowego okresu drgań własnych budowli rzędu 0.7-5 sekund. W dalszych rozważaniach wykorzystano metodę WAWS.

Na podstawie obszernej analizy stwierdzono, że ze względu na poprawność dopasowania przybliżeń gęstości widmowej mocy do zakładanej funkcji oraz w miarę krótki czas trwania obliczeń, sensowne wydaje się przyjmować:  $\Delta f$ =0.01 i  $N_j$ =500, co pozwala na generowanie obciążenia w czasie  $1/\Delta f$ =100s. W związku z tym, w dalszych obliczeniach przyjęto taki podział widma. Długość kroków czasowych obciążenia przyjęto na poziomie  $\Delta t$ =0.1s, a ich ilość  $N_t$ =1000 dla podstawowych częstości drgań własnych oraz  $\Delta t$ =0.05 i  $N_z$ =2000 dla wyższych częstości drgań własnych.

#### 3.4. Określenie parametrów symulacji obciążenia

W obliczeniach przyjęto dwa kroki czasowe  $\Delta t$  "w przód" symulowane na podstawie odchylenia standardowego przemieszczeń otrzymanego z 1 okresu drgań własnych konstrukcji "wstecz". W przypadku tym, widać wzrost maksymalnej wartości przemieszczeń  $\eta_{max}$  (estymatora z 10 procesów w punkcie  $z_0$ ) spowodowany sprzężeniem zwrotnym pomiędzy odrywającymi się wirami i drgającą konstrukcją (fakt ten najlepiej ilustruje symulacja dwóch kroków czasowych) – rys. 16. Należy zaznaczyć, że pominięto przypadek symulowania jednego kroku czasowego z powodu ograniczeń w tym względzie procesora Ssap4 systemu Algor. Wybrana ilość symulowanych kroków czasowych obciążenia na poziomie 2 została również uwarunkowana czasem obliczania przez komputer.



Rys. 16. Różne przedziały czasu przemieszczeń użyte w symulacji 2 kroków czasowych obciążenia. Fig. 16. Different time intervals of displacements used in simulation of 2 time steps of load.

# 4. Przegląd analizowanych konstrukcji

Analizie obliczeniowej poddano: 6 kominów stalowych, 6 kominów żelbetowych oraz dwie wieże żelbetowe: Ostankino w Moskwie i Hornisgrinde w Niemczech. Podstawowe dane dotyczące tych konstrukcji zestawiono w tabelach 1-3.

Komin	<i>H</i> [m]	<i>D</i> [m]	<i>g</i> [mm]	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	Δ	λ	Sc	
Ks 1	32.146	1.25	5-7	1.2767	7.4324	0.02	25.717	3.684	
Ks 2	38.174	1.4	5-7	0.8445	5.4065	0.02	27.267	4.37	
Ks 3	40	0.56-2	6-7	0.6495	2.4726	0.02	51.282	4.538	
Ks 4	60	1-4	10-16	0.5804	2.5983	0.02	32.952	5.699	
Ks 5	60	2.2	8-12	0.6412	3.5806	0.02	27.273	3.762	
Ks 6	83.5	3.06	6-40	0.4952	2.2204	0.026	27.288	2.947	

Tabela 1.Podstawowe dane analizowanych kominów stalowych.Table 1.Basic parameters of analysed steel chimneys.

Tabela 2.Podstawowe dane analizowanych kominów żelbetowych.Table 2.Basic parameters of analysed concrete chimneys.

Komin	<i>H</i> [m]	$D_b$ [m]	$D_t$ [m]	<i>g</i> [mm]	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	Δ	λ	Sc
Kz 1	120	11.56	6.76	0.2-0.4	0.5366	2.4934	0.15	13.100	52.358
Kz 2	150	7.2	4.2	0.3-0.44	0.1957	0.9151	0.15	26.316	127.564
Kz 3	200	15	5	0.2-0.38	0.2921	1.0904	0.15	20.000	41.812
Kz 4	250	24	24	0.25-0.65 0.3-0.7*	0.2161	1.0927	0.15	10.417	49.187
Kz 5	260	15.8	7.7	0.15-0.7	0.2131	0.6887	0.15	22.128	46.382
Kz 6	300	27.8	21	0.25-0.9	0.3003	3.8758	0.15	12.295	24.717

\* komin kz4 posiada dwa trzony żelbetowe: wewnętrzny i zewnętrzny.

Tabela 3. Podstawowe dane analizowanych wieży żelbetowych.

Table 3. Basic parameters of analysed concrete towers.

Wieża	<i>H</i> [m]	<i>D</i> [m]	<i>g</i> [mm]	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	Δ
Ostankino	533.3	D i g zmienne		0.0876	0.2714	0.15
Hornisgrinde	210m			0.3741	0.8874	0.18

# 5. Analiza odpowiedzi konstrukcji

#### 5.1. Analiza wrażliwości

W celu określenia znaczenia poszczególnych parametrów eksperymentalnych opisujących model matematyczny wzbudzenia wirowego dla poprzecznej odpowiedzi konstrukcji przeprowadzono analizę wrażliwości zmian wyników na zmiany wartości parametrów. Obliczenia przeprowadzono dla różnych wartości parametrów opisujących model, zmieniając jeden z nich, a pozostałe pozostawiając na ustalonym poziomie. Na otrzymanych wynikach (przemieszczeniach) w punkcie  $z_0$  (estymatory  $\eta_{max}$ ,  $\sigma\eta$ ) wykonano analizę wrażliwości i ustalono, które parametry silnie, a które słabo wpływają na zmianę odpowiedzi konstrukcji. Stwierdzono, że parametr  $\alpha$  nie powoduje znacznych zmian estymatorów. Nie zbadano bezpośrednio wpływu parametru  $\sigma_w$  zależnego od określonych wartości efektywnej liczby Reynoldsa i ekwiwalentnej chropowatości powierzchni k/D. Określono natomiast wpływ kna wyniki, który okazał się dość znaczny, ale ten parametr dla danej konstrukcji nie ulega zmianom. Można więc stwierdzić, że dla danej konstrukcji zmiany  $\sigma_{\rm w}$ są małe i zgodne z  $k_c$ . W przypadku parametrów k i B, których wpływ okazał się znaczny otrzymano powierzchnię wyników, które w każdym przekroju (dla stałego k i stałego B) aproksymowano krzywymi. Wpływu intensywności turbulencji  $I_{\mu}$  na wyniki nie określono w sposób jawny, jednak jest on identyczny do wpływu parametru B, zgodnie ze wzorem Vickery'ego:  $B=2I_{+}+0.1$ 

Aby wyrazić w sposób liczbowy wrażliwość estymatorów na zmiany parametrów "wejściowych" obliczono współczynniki wrażliwości wg wzoru:

132

$$\omega = \Delta w / \Delta p_i \tag{15}$$

gdzie:  $\Delta w$  – zmiana wyniku,  $\Delta p_i$  – zmiana *i*-tego parametru.

Przykładowe wyniki dotyczące analizy zmian parametrów  $\alpha$ , B i k przedstawiono na przykładzie komina stalowego o wysokości 83.5m (ks6). Wartości  $\eta_{max}$ w funkcji parametru  $\alpha$  oraz odpowiednie współczynniki wrażliwości przedstawiono na rys. 17a-b. Powierzchnie  $\eta_{max}$  i  $\omega(\eta_{max})$  dla różnych wartości B i k oraz przykładowe przekroje przez powierzchnię wyników wraz z funkcjami aproksymującymi wartości dyskretne pokazano odpowiednio na rysunkach 18-20. Obliczenia przeprowadzone dla innych kominów stalowych i żelbetowych oraz wieży potwierdziły otrzymane wyniki.



Rys. 17. Wartości: (a)  $\eta_{max}$  w funkcji  $\alpha$ , (b)  $\omega(\eta_{max})$  w funkcji  $\alpha$ . Fig. 17. Values of: (a)  $\eta_{max}$  against  $\alpha$ , (b)  $\omega(\eta_{max})$  against  $\alpha$ .



Rys. 18. Rozkład powierzchniowy  $\eta_{max}$  dla różnych *B* i *k*.

- Fig. 18. Spatial distribution of  $\eta_{max}$  for various values of *B* and *k*.
- Rys. 19. Rozkład powierzchniowy współczynników wrażliwości  $\omega(\eta_{max})$  dla różnych *B* i *k*.
- Fig. 19. Spatial distribution of sensitivity coefficients  $\omega(\eta_{max})$  for various values of *B* and *k*.



- Rys. 20. Funkcje aproksymujące w jednym z przekrojów przez powierzchnię  $\eta_{max}$ , (a) dla stałego k=0.8, (b) dla stałego B=0.1.
- Fig. 20. Approximation functions in one of the cross-sections of the  $\eta_{max}$  surface, (a) for constant k=0.8, (b) for constant B=0.1.

#### 5.2. Analiza maksymalnej odpowiedzi konstrukcji

W każdym przypadku obliczeniowym obszar obciążenia poprzecznego powodowanego wirami jest ograniczony tylko do część konstrukcji, małej w porównaniu do całej wysokości (rys. 21). Ograniczony zasięg wzbudzenia wirowego powoduje powstawanie stosunkowo niewielkich obciążeń i w związku z tym niskich wartości odpowiedzi kominów. Należy zaznaczyć, że w przypadku kominów stalowych ograniczenie  $\Delta L$  wynika głównie z małej średnicy tych konstrukcji, a więc również niskiej wartości parametru  $L_w$ . Gdy chodzi o kominy żelbetowe i analizowane wieże, to w przyjętym modelu ograniczenie  $\Delta L$  związane jest z małą wartością obliczonego pola postaci drgań własnych, pod krzywą postaci drgań  $\Phi_i(z)$ , przy przyjmowaniu funkcji  $\theta(z)$  (por. rys. 4). Ponadto należy stwierdzić, że zaprojektowanie i wykonanie wieży Ostankino i Hornisgrinde w zasadzie uniemożliwia znaczące wzbudzenie wirowe.





Fig. 21. Domains  $\Delta L$  of vortex excitation: (a) steel chimneys (cases 5, 6, 8, 9 – 2<sup>nd</sup> mode shape), (b) concrete chimneys, (c) concrete towers.

We wszystkich wariantach przeprowadzonych obliczeń wyznaczono wartości maksymalnego przemieszczenia konstrukcji (wierzchołka). Przykładowe wyniki dotyczące maksymalnego przemieszczenia wierzchołka w funkcji *B* i *k* pokazano na przykładzie komina stalowego (rys. 22a) i żelbetowego (rys. 22b). Maksymalne przemieszczenia występują w przypadku, gdy wzbudzenie wirowe ma charakter niemalże harmoniczny ( $B \rightarrow 0$ ) i jest decydującym obciążeniem poprzecznym ( $k \rightarrow 1.0$ ). Na rys. 23 zestawiono otrzymane w obliczeniach największe wartości odpowiedzi kominów stalowych i żelbetowych w zależności od parametrów bezwymiarowych takich jak smukłość  $\lambda$  i liczba Scrutona *Sc*. Uogólniając, można stwierdzić, że większe wartości  $\eta_{war}$  osiągnięte zostały przy niższej liczbie *Sc*, a także niższej smukłości  $\lambda$ .



Rys. 22. Wartość  $\eta_{max}$ : (a) komin stalowy (H=38.174m, D=1.4m - ks2), (b) komin żelbetowy (H=260m,  $D_i$ =7.7m - kz5).

Fig. 22. Value of  $\eta_{max}$ : (a) steel chimney (H=38.174m, D=1.4m - ks2), (b) concrete chimney (H=260m,  $D_t$ =7.7m - kz5). a)



Rys. 23. Maksymalne przemieszczenie  $\eta_{max}$  w funkcji smukłości  $\lambda$  i liczby Scrutona *Sc*: (a) kominy stalowe, (b) kominy żelbetowe.

Fig. 23. Maximum top displacements  $\eta_{max}$  against slenderness ratio  $\lambda$  and Scruton Nuber *Sc*: (a) steel chimneys, (b) concrete chimneys.

# 5.3. Porównanie z wynikami badań in situ

Otrzymane za pomocą obliczeń według proponowanego modelu wyniki, w większości przypadków odpowiadają rezultatom pomiarów przeprowadzonych na rzeczywistych obiektach. Na rys. 24 przedstawiono porównanie obliczeń odpowiedzi kominów stalowych na wzbudzenie wirowe z wynikami badań "in situ" zebranymi przez Ruscheweyh'a [31], Ruscheweyh'a i Galemanna [32]).



Rys. 24. Porównanie otrzymanych wyników obliczeń dla kominów stalowych z pomiarami w skali naturalnej.

Fig. 24. Comparison of calculations for steel chimneys with full-scale measurements.

Podobne porównania przeprowadzono również w odniesieniu do kominów żelbetowych, ale w tym przypadku występuje zdecydowany niedostatek danych dotyczących badań na konstrukcjach rzeczywistych.

Otrzymane rezultaty obliczeń porównano z następującymi wynikami badań na rzeczywistych konstrukcjach:

1. Komin 265m w Australii (Melbourne i in. [33], Cheng i Kareem [34]). Porównano wartość r.m.s maksymalnego przemieszczenia wierzchołka wyrażoną w [cm], w zależności od wielkości bezwymiarowej (zredukowanej prędkości wiatru), danej wzorem:  $V_H/(fD_H)$ , gdzie  $V_H$  – prędkość wiatru na wierzchołku,  $D_H$  – średnica wierzchołka, f – częstotliwość drgań – rys. 25a.

2. Komin 130m w Danii (Christensen i Askegaard [35], Cheng i Kareem [34]). Porównano bezwymiarową amplitudę przemieszczeń wyrażoną w procentach w zależności od  $V_{\mu}/(fD_{\mu})$  – rys. 25b.

3. Cztery kominy: 245m, 200m, 274m, 180m (ESDU 85038 [15]), komin 200m w Japonii (Sanada i in. [36]), komin 300m w RPA (Waldeck [37]). Z powodu braku wystarczających danych porównano maksymalne przemieszczenie wyrażone w [cm], w zależności od wysokości komina (rys. 25c) i smukłości (rys. 25d).



Fig. 25. Porównanie wyników z pomiarami w skali naturalnej dla kominów żelbetowych. Fig. 25. Comparison of calculations for concrete chimneys with full-scale data.

# 5.4. Wpływ korozji komina stalowego na jego odpowiedź

W przypadku kominów stalowych znaczący wpływ na przemieszczenia ma stopień skorodowania wewnętrznej powierzchni płaszcza stalowego. Należy zaznaczyć, że podawane w literaturze wyniki pomiarów lub obliczeń nie precyzują stadium w jakim znajduje się komin. Przykładowy wpływ korozji na odpowiedź pokazano na rys. 26.

#### 5.5. Wpływ sprzężeń zwrotnych na odpowiedź konstrukcji

W przeprowadzonych obliczeniach rozważono aspekt sprzężenia zwrotnego pomiędzy odrywającymi się wirami, a drgającą konstrukcją. Dla danej konfiguracji parametrów opisujących model, wykonano obliczenia w sposób do tej pory opisywany, a następnie przyjmując przy generowaniu każdego kroku czasowego obciążenia "w przód", odchylenie standardowe przemieszczeń  $\sigma\eta$  równe 0 (a więc wyłączając sprzężenia). Poniżej zamieszczono wykresy pokazujące różnice uzyskane w wynikach dla kominów stalowych (rys. 27a) i żelbetowych (rys. 27b). W celu lepszego ich zobrazowania zamieszczono także wykresy zmian procentowych obliczonych ze stosunku wartości maksymalnego przmieszczenia wyznaczonego przy założeniu sprzężeń zwrotnych do analogicznej wartości wyznaczonej bez sprzężeń. Wydaje się, że sprzężenie zwrotne ma niewielkie znaczenie dla analizowanych konstrukcji. Prawdopodobnie dlatego, że wartości przemieszczeń są niewielkie.



- Rys. 26. Maksymalne przemieszczenie wierzchołka komina stalowego  $\eta_{max}$  [m] w zależności od stopnia korozji wewnętrznej strony przewodu komina  $\Delta g$  [mm]: (a) komin ks2, H=38.174m i D=1.4m, (b) komin ks5 H=60m i D=2.2m.
- Fig. 26. Maximum top displacement of steel chimney η<sub>max</sub> [m] in relation to corrosion degree of inner side of steel pipe Δg [mm]: (a) chimney ks2, H=38.174m i D=1.4m, (b) chimney ks5, H=60m i D=2.2m.



- Rys. 27. Zmiany maksymalnego przemieszczenia przy obliczeniach ze sprzężeniami i bez: (a) kominy stalowe, (b) kominy żelbetowe. Niektóre kominy stalowe zostały obliczone również w drugiej postaci drgań, mianowicie: przypadek 1 ks1, 2 ks2, 3 ks3, 4 ks3, druga postać, 5 ks4, 6 ks4, druga postać, 7 ks5, 8 ks6.
- Fig. 27. Differences in lateral top response of analysed structures computed with and without feedbacks: (a) steel chimneys, (b) concrete chimneys. Some steel chimneys have been also computed in the second mode shape, in particular: case 1 ks1, 2 ks2, 3 ks3, 4 ks3, second mode, 5 ks4, 6 ks4, second mode, 7 ks5, 8 ks6.

#### 5.6. Porównanie wyników z obliczeniami normowymi

Otrzymane wartości maksymalnych przemieszczeń, porównano z obliczeniami wykonanymi zgodnie z Eurocode – prEN [26] i ESDU [15]. Jeśli chodzi o normę Eurocode, to użyto w obliczeniach dwóch modeli: Ruscheweyh'a, obowiązującego także w starszych wersjach Eurokodu i w DIN [25] oraz zmodyfikowanego przez Hansena modelu Vickery'ego. Na kolejnych rysunkach zestawiono wartości maksymalnych przemieszczeń wierzchołków  $\eta_{max}$  dla kominów stalowych (rys. 28a) i żelbetowych (rys. 28b). Na podstawie prezentowanych wykresów można stwierdzić, że wyniki otrzymane zgodnie z przedstawionym modelem znajdują się pomiędzy wynikami otrzymanymi według innych podejść normowych. Wydaję się, że procedury zawarte w Eurocode przeszacowują wartości maksymalnych przemieszczeń. Wyniki obliczeń według proponowanego modelu są zbliżone do wartości uzyskanych na podstawie procedur ESDU.



Rys. 28. Porównanie wyników obliczeń wykonanych według proponowanego modelu i innych modeli normowych wzbudzenia wirowego: (a) kominy stalowe, (b) kominy żelbetowe.
 Fig. 28. Comparison of displacements obtained according to proposed model with other models.

Fig. 28. Comparison of displacements obtained according to proposed model with other models of vortex excitation: (a) steel chimneys, (b) concrete chimneys.

# 6. Wnioski końcowe

Przeprowadzone analizy pozwalają sformułować następujące wnioski:

1. Do symulacji zjawiska wzbudzenia wirowego użyto dwóch metod: WAWS i AR. Na podstawie porównania estymatorów gęstości widmowej mocy z zakładaną funkcją gęstości stwierdzono, że:

- WAWS nadaje się do generowania wzbudzenia wirowego zgodność estymatorów funkcji gęstości widmowej mocy z funkcją zakładaną.
- AR nie nadaje się do generowania wzbudzenia wirowego brak zgodności estymatorów funkcji gęstości widmowej mocy z funkcją zakładaną. Jest to spowodowane używaniem w obliczeniach zbyt długiego kroku czasowego.
- Należy zaznaczyć, że w niniejszej pracy przedstawiono nowy sposób wykorzystania metod symulacji procesów losowych. Do tej pory w zagadnieniach aerodynamiki stosowane były one do symulacji pola prędkości wiatru, tutaj zaś użyto ich do bezpośredniego generowania obciążenia wirowego.

2. Jako wyniki przeprowadzonych obliczeń – według proponowanego modelu matematycznego wzbudzenia wirowego, przy użyciu stworzonego programu komputerowego "Vortex Load" – przyjęto estymatory odpowiedzi konstrukcji w punkcie  $z_0$ , stanowiącym środek obszaru występowania wzbudzenia. W punkcie  $z_0$  obliczano jako średnie z 10 cykli obliczeniowych następujące wielkości:  $\sigma\eta$ ,  $\eta_{max}$ , g. Analizowano liczne przypadki obciążenia wzbudzeniem i odpowiedzi konstrukcji, przy zmianach parametrów "wejściowych" opisujących model. Na otrzymanych wynikach przeprowadzono analizę wrażliwości na podstawie, której stwierdzono:

- Prezentowana wersja analizy wrażliwości może służyć do oceny wpływu parametrów opisujących model na wyniki (obciążenie i odpowiedź).
- Otrzymane wyniki dość silnie zależą od parametrów k i B.
- Parametr  $\alpha$  ma niewielki wpływ na odpowiedź.
- Parametr chropowatości k ma znaczny wpływ na odpowiedź, ale jego wartość jest ustalana dla danego rodzaju konstrukcji.
- Wartości maksymalne przemieszczeń otrzymane zostały dla  $B \rightarrow 0$  i  $k \rightarrow 1$ .

3. Stworzony program komputerowy "Vortex Load" może stanowić przydatne narzędzie wspomagające obliczenia obciążenia poprzecznego powodowanego wzbudzeniem wirowym konstrukcji smukłych o kołowych przekrojach poprzecznych, jak również szacowania odpowiedzi konstrukcji na to działanie. W każdym cyklu obliczeniowym wyznaczano oprócz estymatorów w punkcie  $z_0$  również przemieszczenie maksymalne budowli (wierzchołka), które porównano z wynikami badań "in situ". Można stwierdzić, że obliczenia wykonane za pomocą programu "Vortex Load" dają wystarczającą zgodność z wynikami eksperymentalnymi uzyskanymi na rzeczywistych konstrukcjach.

4. Wydaje się, że powszechnie używane podejścia normowe (Eurocode, DIN) podają wielkość obciążenia poprzecznego powodowanego wzbudzeniem wirowym, a więc również odpowiedzi konstrukcji na zawyżonym poziomie. W większości modeli normowych założone jest wystąpienie harmonicznego modelu wzbudzenia, w zasadzie niemożliwego w warunkach rzeczywistych. Wyniki obliczeń według modelu są zbliżone do wyników otrzymanych według procedur ESDU.

5. Ubytek korozyjny w płaszczu stalowym, który założono przy obliczeniach kominów stalowych może istotnie wpływać na ich odpowiedź. Należy zaznaczyć,

że w podawanych w literaturze wynikach badań w skali naturalnej przeważnie nie określa się warunków eksploatacji komina, przy jakich dokonano tych pomiarów.

6. Na podstawie obliczeń przeprowadzonych z założeniem sprzężeń zwrotnych między odrywającymi się wirami a drgającą konstrukcją ( $\sigma_{\hat{\eta}} \neq 0$ ) oraz bez nich ( $\sigma_{\hat{\eta}} = 0$ ), można stwierdzić, że sprzężenia mają w analizowanych przypadkach kominów stalowych i żelbetowych oraz wieży znaczenie drugorzędne.

7. Obliczone odpowiedzi analizowanych konstrukcji są na stosunkowo niskim poziomie – wydaje się więc, że znaczenie obciążenia wirowego nie jest dla nich znaczące. Aby całkowicie zniwelować wpływ wzbudzenia wirowego należy:

- Zaprojektować i wykonać konstrukcję w sposób uniemożliwiający odrywanie się wirów – dotyczy to głównie wieży o zmiennym wzdłuż wysokości przekroju poprzecznym. Należy podkreślić, że obie analizowane wieże zostały zaprojektowane i wykonane tak, że wystąpienie wzbudzenia wirowego na znacznym odcinku wzdłuż wysokości jest w zasadzie niemożliwe.
- Założyć tłumiki aerodynamiczne dotyczy to głównie kominów.

#### Literatura

- [1] Flaga A., *Nieliniowy, amplitudowo zależny, samoograniczony model zjawiska synchronizacji częstotliwości przy wzbudzeniu wirowym*, Księga Jubileuszowa Profesora Z. Kączkowskiego, Warszawa, 1996, pp.: 141-149 (in Polish).
- [2] Flaga A., Wind vortex-induced excitation and vibration of slender structures. Single structure of circular cross-section normal to flow, Monograph 202, Cracow, Poland, 1996.
- [3] Flaga A., *Nonlinear amplitude dependent self-limiting model of lock-in phenomenon at vortex excitation*, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., 69-71 (1997) 331-340.
- [4] Flaga A., Universal formulae for power spectral density of vortex-induced excitation of elastically supported circular cylinder, 4th BBAA, Bochum, Germany, 2000, pp.: 625-629.
- [5] Lipecki T., Vortex excitation of tower-like structures of circular cross-sections, Thesis, Lublin, Poland, 2006 (in Polish).
- [6] Flaga A., Lipecki T., *Comparative study of vortex excitation for various tower-like structures*, Proc. 10th ICWE, Copenhagen, Dania, 1999, pp.: 423-430.
- [7] Flaga A., Lipecki T., *Simulation of across-wind action caused by vortex excitation*, Proc. 4th EACWE, Praha, Czech Republik, 2005, pp.:112-113.
- [8] Flaga A., Lipecki T., *Implementacja numeryczna własnego modelu wzbudzenia wirowego*, Inżynieria i Budownictwo 8 (2005) 428-431 (in Polish).
- [9] Flaga A., Lipecki T., *Wzbudzenie wirowe konstrukcji wieżowych o przekroju kołowym zmiennym wzdłuż wysokości*, Proc. 3rd Symp. Env. Effects on Building and People, Zwierzyniec, Poland, 2001, pp.: 45-54.
- [10] Flaga A., Lipecki T., Generation of vortex excitation of slender structures. Proc. 4th Symp. Env. Effects on Building and People, Susiec, Poland, 2004, pp.: 15-18.
- [11] Lipecki T., Flaga A., *Influence of corrosion of steel chimneys on its response under vortex excitation*, Proc. 12th ICWE, Cairns, Australia, 2007, pp.: 983-990.
- [12] Flaga A., Błazik-Borowa E., Podgórski J., *Aerodynamics of slender structures and bar-cable structures*, Monograph, Lublin Technical University, 2004 (in Polish).
- [13] Flaga A, Lipecki T., Special aspects of slender structures vortex excitation, in Monograph: Environmental effects on building, structures, materials and people, Lublin, 2007, 291-302.
- [14] Lipecki T., *The Use of Sensitivity Analysis in Identification of Vortex Excitation Parameters*, in Monograph: *Environmental effects on building, structures, materials and people*, Lublin, 2007, pp.: 11-22.

142	Tomasz Lipecki
[15]	ESDU 85038, <i>Circular-cylindrical structures: dynamic response to vortex shedding</i> , <i>Part I: calculation procedures and derivation</i> , London, ESDU Int. Ltd, 1990.
[16]	ESDU 80025, Mean forces, pressures and flow field velocities for circular cylindrical struc- tures: single cylinder with two-dimensional flow, London, ESDU Int. Ltd, 1986.
[17]	ESDU 82026, <i>Strong winds in the atmospheric boundary layer</i> , <i>Part 1: mean – hourly wind speed</i> , London, ESDU Int. Ltd, 1982.
[18]	Novak M., Tanaka H., <i>Pressure correlations on a vibrating cylinder</i> , Proc. 4th Int. Conf. Wind Effects on Building and Structures, Heathrow 1975, Cambridge University Press, London, 1977, pp.: 227-232.
[19]	Howell J.F., Novak M., <i>Vortex shedding from circular cylinders in turbulent flow</i> , Proc. 5th ICWE, USA 1979, Pergamon, Oxford, 1980, pp.: 619-629.
[20]	Vickery B.J., Basu R.J., <i>Simplified approaches to the evaluation of the across-wind response of chimneys</i> , Proc. of the 6th ICWE., Gold Coast, Australia, J. Ind. Aerodyn., 14 (1983) 153-166.
[21]	Vickery B.J., <i>Wind loads on towers and chimneys</i> , Proc. of Int. Symp.: Experimental determination of wind loads on civil engineering structures, 1990, New Delhi, pp.: 87-99.
[22]	Vickery B.J., <i>The response of chimneys and tower like structures to wind loading. A state of the art in wind engineering</i> , Wiley Eastern Limited, 1995, pp.: 205-233.
[23]	Ruscheweyh H., <i>Codification of vortex excited vibrations, Recent advances in wind engi- neering</i> , Proc. of the 2nd Asia-Pacific Symp. on Wind Eng., Beijing, China, Int. Acad. Publ., Pergamon Press, 1, 1989, pp.: 362-372.
[24]	Ruscheweyh H., Windlastannahmen für turmartige Bauwerke, DIN-Mitt 71, 11 (1992) 644-647, Berlin.
[25]	DIN 1055, Lastannahmen für Bauten, Windwirkungen auf Bauwerke, 1989.
[26]	PrEN 1991-1-4.6 (Draft), 2003: Eurocode 1: Actions on structures – Part 1-4: General actions – Wind actions.
[27]	Shinozuka M., <i>Stochastic Mechanics</i> , v. 1, Depart. of Civil Eng. & Eng. Mech, Columbia Univ, 1987, NY, USA.
[28]	Shinozuka M., Jan C.M., Digital simulation of random processes and its application, J. Sound Vib., 25(1) (1972) 111-128.
[29]	Borri C., Generation procedures of stationary random processes simulating wind time series, Sezione Strutture 11 (1988), Univ. di Firenze.
[30]	Borri C, Crocchini F., Facchini L., Spinelli P., <i>Numerical simulation of stationary and non-stationary sto-chastic processes: a comparative analysis for turbulent wind fields</i> , Proc. 9th ICWE, New Delhi, India, 1995, pp. 47-55.
[31]	Ruscheweyh H., <i>Practical experiences with wind-induced vibrations</i> , J. Ind. Aerodyn, 33 (1990) 211-218.
[32]	Ruscheweyh H., Galemann T., Full-scale measurements of wind-induced oscillations of chimneys, J. Ind. Aerodyn., 65 (1990) 55-62.
[33]	Melbourne W.H., Cheung J.C.K., Goddard C.R., <i>Response to Wind Action of 265-m Mount Isa Stack</i> , J. Struct. Eng. Div., ASCE, 109(11) (1983) 2561-2577.
[34]	Cheng C.M., Kareem A., <i>Acrosswind Response of Reinforced Concrete Chimneys</i> , J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., 41-42 (1992) 2141-2152.
[35]	Christensen O., Askegaard V., <i>Wind Forces on and Excitation of a 130m Concrete Chim-</i> <i>ney</i> , J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., 3(1) (1978) 61-77.
[36]	Sanada S., Suzuki M., Matsumoto H., Full scale measurements of wind force acting on a 200m concrete chimney and the chimney response, J. Ind. Aerodyn., 43 (1992) 2165-2176.
[37]	Waldeck J.L., <i>The measured and predicted response of a 300m concrete chimney</i> , J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., 4 (1992) 229-240.

# Vortex excitation of tower-like structures of circular cross-sections

### Tomasz Lipecki

Lublin University of Technology, Faculty of Civil and Sanitary Engineering, Department of Structural Mechanics, e-mail: t.lipecki@pollub.pl

Abstract: The paper deals with the description of vortex excitation phenomenon in cases of structures of circular cross-sections. Other sources of across-wind load (fluctuations of wind direction or aerodynamic interference) are neglected in this paper. The main aim of this paper is presentation of a theoretical background of a new mathematical model of critical vortex excitation of slender structures of circular cross-sections. All calculations have been performed using own computer programme according to numerical implementation of mathematical model. That programme allows to simulate across-wind action caused by vortices as well as a lateral response of the analysed structure. Simulations of vortex excitation are performed in real time on the basis of lateral displacements. Sensitivity analysis of results has been carried out for the purpose of determination of the importance of particular parameters describing mathematical model for lateral displacement of analysed structures. Final results concerning maximum lateral top displacements of the structures obtained according to the new model have been compared with available full-scale data for steel and concrete chimneys. Maximum lateral top displacements have been also compared with results obtained according to procedures included in codes and standards. Moreover, additional aspects of vortex excitation are presented: the influence of corrosion of steel chimneys and the influence of feedbacks between vortex shedding and lateral vibrations on lateral response of analysed structures.

Key words: Vortex excitation, across-wind load, steel chimneys, concrete chimneys.