

# **Wpływ tarciovych oporów ruchu na zasięg tłoczenia dyspersji cementowej**

**Jerzy Szerafin**

*Politechnika Lubelska, Wydział Inżynierii Budowlanej i Sanitarnej,  
ul. Nadbystrzycka 40, 20-618 Lublin, e-mail: j.szerafin@pollub.pl*

**Streszczenie:** Dyspersyjny charakter cementowych mieszanek iniekcyjnych sprawia wiele trudności w praktycznych realizacjach procesu iniekcji ciśnieniowej, jak również w próbach teoretycznego ujęcia tego zagadnienia. Istniejące modele reologiczne zaczynów cementowych traktują je jako układy ciągłe. W artykule podjęto próbę wprowadzenia do modelu reologicznego ciała Binghamu członu reprezentującego opory natury tarciowej, powstające na stykach ziaren cementu. Ujęta w ten sposób ziarnistość mieszanki cementowej pozwala w konsekwencji na analityczne wyprowadzenie nowych równań przepływu zaprezentowanych w pracy. Podano sposób wyprowadzenia równań przepływu oraz możliwości analitycznego szacowania wielkości związanych z oporami tarciovymi. Analiza wyników obliczeń wskazuje na pojawiające się znaczne rozbieżności w porównaniu z już istniejącymi rozwiązaniami. Nowe równania lepiej przewidują efekty uzyskiwane w praktycznych realizacjach procesu iniekcji.

**Słowa kluczowe:** iniekcja, dyspersja cementowa, równania przepływu.

## **1. Wprowadzenie**

Metody iniekcyjnego wypełniania pustek w strukturze materiału przy użyciu mieszanek cementowych znajdują wiele praktycznych zastosowań, jak iniekcje kanałów w elementach kablobetonowych, naprawy konstrukcji murowych i betonowych, iniekcje wzmacniające w gruntach i wiele innych mniej typowych. Tego typu prace inżynierskie wymagają już na etapie ich projektowania dobrego rozeznania na temat możliwych do osiągnięcia efektów. Dlatego też podejmowane są próby ujęcia zagadnienia przepływu cieczy iniekcyjnej, zarówno analityczne, np.: (Mierzwa [3]), jak i coraz szerzej wykorzystujące metody numeryczne, opisywane przez (Chin [2], Warner [8]). Rozwiązania analityczne w zdecydowanej większości pomijają dyspersyjny charakter mieszanki cementowej, co zdaniem autora prowadzi do powstawania znacznych rozbieżności wyników obliczeń z rzeczywistymi efektami procesu iniekcji. W dalszej części niniejszej pracy przedstawiono propozycję rozwiązania równań przepływu, uwzględniającą dyspersyjny charakter iniektu cementowego poprzez wprowadzenie dodatkowych oporów tarciovych powstających na styku ziaren cementu.

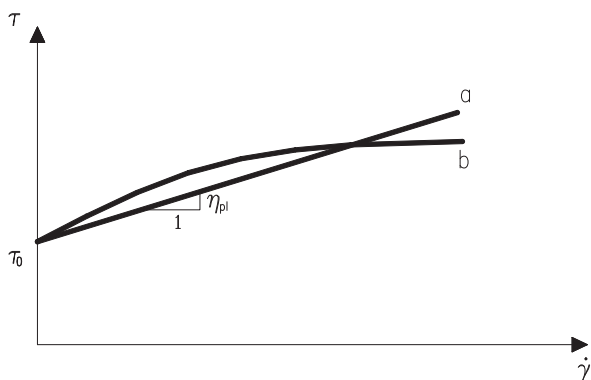
## 2. Podstawy teoretyczne opisu przepływu dyspersji cementowej

Wyprowadzenie równań opisujących przepływ iniektu wiąże się z koniecznością ujęcia w formie matematycznej dwóch zagadnień cząstkowych:

- charakterystyki reologicznej mieszanki iniekcijnej,
- geometrii układu pustek iniektowanej struktury.

W dalszej części artykułu pierwsze z tych zagadnień będzie rozpatrzone bliżej.

Znanych jest szereg modeli reologicznych zaczynów cementowych (Mierzwa [3], Struble [5], Szwabowski [7]), od stosunkowo prostego modelu ciała Bingham'a, po bardziej skomplikowane, ujmujące nieliniowość zależności naprężeń ścinających i prędkości ścinania.



Rys. 1. Przykładowe krzywe płynięcia zaczynu cementowego, a) model ciała Bingham'a  $\tau = \tau_0 + \eta_{pl} \cdot \dot{\gamma}$ , b) model Herschella-Bulkleya  $\tau = \tau_0 + m \cdot \dot{\gamma}^n$ .

Fig. 1. Types of flow behavior of cement paste, a) Bingham model  $\tau = \tau_0 + \eta_{pl} \cdot \dot{\gamma}$ , b) Herschel-la-Bulkley model  $\tau = \tau_0 + m \cdot \dot{\gamma}^n$ .

### 2.2. Określenie oporów tarcowych

Opisane modele zawierają dwa podstawowe parametry reologiczne: granicę płynięcia  $\tau_0$ , oznaczającą wielkość naprężeń, po przekroczeniu których rozpoczyna się przepływ, oraz lepkość plastyczną  $\eta_{pl}$ , stanowiącą o wielkości oporów wewnętrznych powstających podczas przepływu. Granica płynięcia  $\tau_0$ , przyjmowana w konstruowanych modelach reologicznych jako element St. Venanta, jest wielkością stałą.

Tymczasem, jak zauważa (Szwabowski [7]), w układach ziarnistych wielkość granicznych naprężeń, po przekroczeniu których rozpoczyna się przepływ musi zależeć od wielkości naprężeń normalnych  $\sigma$ , zgodnie z równaniem Coulomba:

$$\tau_0 = c + \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi \quad (1)$$

gdzie:  $c$  – spójność,  $\operatorname{tg} \varphi$  – współczynnik tarcia wewnętrznego powstającego pomiędzy poszczególnymi ziarnami fazy stałej przy ich wzajemnym przemieszczaniu się.

Uwzględnienie powyższych uwag wiąże się z koniecznością modyfikacji modeli reologicznych mieszanki cementowej o czynnik tarczy. Po uwzględnieniu

niu postulatu (1) i dokonaniu niezbędnych przekształceń, liniowy model Bingham'a przyjmuje postać:

$$\tau = (\tau_0 + k \cdot p) + \eta_{pl} \cdot \dot{\gamma} \quad (2)$$

gdzie:  $p$  oznacza ciśnienie tłoczne w danym punkcie,  $k$  jest parametrem określającym opory tarciove.

Parametr  $k$  jest określony jako iloczyn trzech czynników:

$$k = \text{tg}\varphi \cdot \lambda \cdot m \quad (3)$$

gdzie:  $\text{tg}\varphi$  – współczynnik tarcia wewnętrzznego,  $\lambda$  – współczynnika rozplywu bocznego,  $m$  – względnej wielkości powierzchni styku ziaren cementu w płaszczyźnie ścinania.

## 2.2. Wyprowadzenie równania przepływu z uwzględnieniem oporów tarciovych

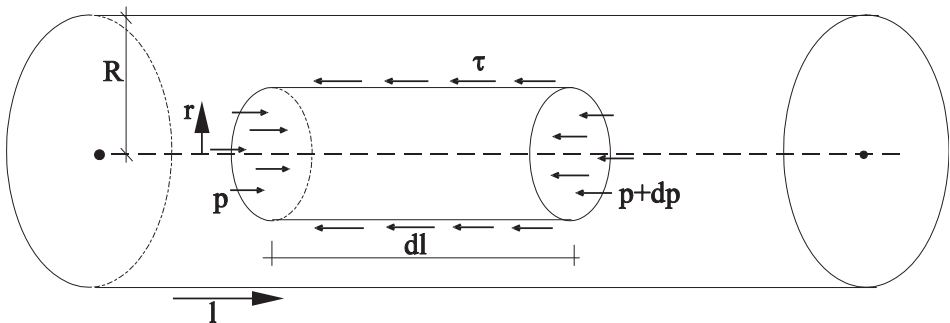
Przyjęty matematyczny opis właściwości reologicznych dyspersji iniekcijnej należy powiązać z matematycznym opisem układu nieciągłości iniektowanej struktury. Ze względu na dużą różnorodność zastosowań metody iniekcji, istnieje wiele modeli oddających geometrię pustek, w których przebiega proces iniekcji. W niniejszej publikacji zostanie przedstawiona metoda uzyskania równania przepływu w stosunkowo prostym geometrycznie układzie prostoliniowych kanałów tłocznych o stałej średnicy, dokładniej opisana w pracy (Szerafin [6]).

Rozkład naprężeń w przekroju kanału kołowego wyznacza się rozpatrując walcowy fragment cieczy w przewodzie tłocznym zgodnie z rys. 2 oraz ustalając warunki równowagi (4):

$$p \cdot \pi r^2 = (p + dp) \cdot \pi r^2 + \tau \cdot 2\pi r \cdot dl \quad (4)$$

a po uproszczeniach:

$$\tau = -\frac{dp}{dl} \cdot \frac{r}{2} \quad (5)$$



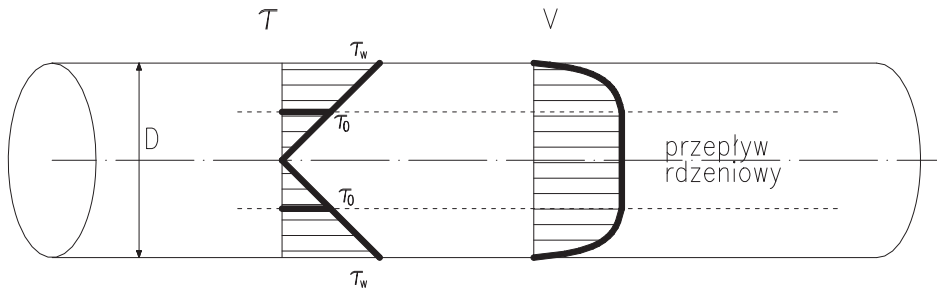
Rys. 2. Schemat elementu do wyznaczania rozkładu naprężeń stycznych w przekroju kołowym.  
Fig. 2. A pattern assumed to determine shear stress in annular pipe.

Wobec tego, że ciśnienie w przekroju kapilary jest stałe, zatem naprężenia ścinające w przekroju zmieniają się liniowo wzdłuż jej promienia i wzrastają od

zera w osi przewodu do wartości  $\tau_w$  przy ścianie (p. rys. 3), gdzie osiągną wielkość maksymalną:

$$\tau_w = -\frac{dp}{dl} \cdot \frac{R}{2} \quad (6)$$

Znak „minus” w powyższych równaniach oznacza, że w kanale zachodzi spadek ciśnienia, a więc gradient  $dp/dl$  jest ujemny.



Rys. 3. Rozkład naprężeń  $\tau$  i profil prędkości przepływu  $v$  w przekroju przewodu tłocznego.  
Fig. 3. Shear stresses and flow velocity in annular pipe.

Natężenie przepływu w kanale kołowym jest dane wzorem:

$$Q = \int_0^Q dQ = 2\pi \int_0^R v \cdot r \cdot dr \quad (7)$$

który można doprowadzić do równania:

$$Q = \frac{\pi \cdot D^3}{8\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} f(\tau) \cdot \tau^2 \cdot d\tau \quad (8)$$

nazywanym w literaturze ogólnym równaniem przepływu cieczy w przewodzie kołowym”. Na podstawie równania (8) można wyznaczyć wydatek objętościowy  $Q$ . Postać funkcji podcałkowej  $f(\tau)$  jest określona przez przyjęty model reologiczny cieczy. Dla liniowego modelu Bingham  $f(\tau) = \frac{\tau - \tau_0}{\eta_{pl}}$ , zaś po uwzględnieniu oporów tarciovych:

$$f(\tau) = \frac{\tau - \tau_0 - k \cdot p}{\eta_{pl}} = \frac{\tau - \tau_1}{\eta_{pl}} \quad (9)$$

Po podstawieniu (9) do (8) uzyskuje się:

$$Q = \frac{\pi \cdot D^3}{8\eta_{pl} \cdot \tau_w^3} \cdot \int_{\tau_1}^{\tau_w} (\tau^3 - \tau_1 \cdot \tau^2) \cdot d\tau \quad (10)$$

Zmiana dolnej granicy całkowania z „0” na „ $\tau_1$ ” wynika z założenia, że przepływ cieczy zachodzi tylko wówczas, gdy  $\tau > \tau_1$ .

Po scałkowaniu równania (10) uzyskuje się zależność:

$$Q = \frac{\pi \cdot D^3}{8\eta_{pl}} \left( \frac{\tau_w}{4} - \frac{\tau_1}{3} + \frac{\tau_1^4}{12\tau_w^3} \right) \quad (11)$$

Z przeprowadzonych analiz numerycznych wynika, że ostatni człon w nawiasie równania (11) można pominąć z niewielkim błędem dla poprawności rozwiązania. Podstawiając ponadto:

$$Q = v_{sr} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad (12)$$

oraz zależność (6), można równanie (11) przekształcić do postaci:

$$v_{sr} = -\frac{D}{2\eta_{pl}} \left( \frac{D}{16} \cdot \frac{dp}{dl} + \frac{\tau_1}{3} \right) \quad (13)$$

Dokonując uporządkowania względem  $p$ , oraz uwzględniając na podstawie (9), że  $\tau_1 = \tau_0 + k \cdot p$  otrzymuje się równanie różniczkowe niejednorodne:

$$\frac{dp}{dl} + \frac{16(6v_{sr} \cdot \eta_{pl} + D \cdot \tau_0)}{3D^2} + \frac{16k}{3D} p = 0 \quad (14)$$

Równanie tego typu rozwiązuje się przez sprowadzenie do równania jednorodnego a następnie uziemiennienie pojawiającej się stałej całkowania. Po wykonaniu niezbędnych przekształceń można uzyskać wyrażenie w postaci:

$$p = -\frac{6\eta_{pl} \cdot v_{sr} + \tau_0 \cdot D}{D \cdot k} + c \cdot e^{-\frac{16k}{3D}l} \quad (15)$$

Stałą całkowania  $c$  można wyznaczyć wykorzystując warunek, że na wyjściu pompy tłoczącej panuje ciśnienie początkowe  $P_0$  ( $l=0, p=P_0$ ). Można więc uzyskać równanie:

$$p = \frac{6\eta_{pl} \cdot v_{sr} + \tau_0 \cdot D}{D \cdot k} \cdot \left( e^{-\frac{16k}{3D}l} - 1 \right) + P_0 \cdot e^{-\frac{16k}{3D}l} \quad (16)$$

wiążące parametry technologiczne instalacji ciśnieniowej (ciśnienie na wyjściu pompy  $P_0$ , średnią prędkość przepływu w przekroju przewodu tłocznego  $v_{sr}$ ), parametry geometryczne (średnica przewodu tłocznego  $D$ ) oraz parametry reologiczne ( $\tau_0, \eta_{pl}, k$ ). Pozwala ono na wyznaczenie wartości ciśnienia tłocznego  $p$ , panującego w dowolnym punkcie kanału tłocznego, określonym przez jego odległość od punktu początkowego  $l$ .

Z praktycznego punktu widzenia najbardziej istotne jest określenie zasięgu iniekcji  $L$  w danych warunkach. Na podstawie równania (16), przy przyjęciu dodatkowego założenia całkowitej odporności mieszanki iniekcyjnej na segregację składników, można uzyskać równanie na zasięg iniekcji w prostoliniowych, cylindrycznych przewodach tłocznych o stałej średnicy. Należy w tym celu rozpatrzyć stan równowagi strumienia cieczy iniekcyjnej w chwili zastopowania przepływu wskutek narastających wzdłuż osi kanału strat ciśnienia. Na długości nieruchomego (zastopowanego) strumienia ciśnienie spada od wartości początkowej  $P_0$  do wartości końcowej  $P_k$  na

tyłe małej, że nie wystarcza do pokonania granicy ścinania mieszanki iniekcyjnej. Przyjęto w przybliżeniu, że ciśnienie tłoczne spada do zera w odległości  $L$  oznaczającej zasięg tłoczenia. Stąd wynika warunek brzegowy:  $p=0, l=L$ . Prędkość przepływu w chwili jego zablokowania  $v=0$ . Po uwzględnieniu tych warunków, zasięg tłoczenia wyniesie:

$$L = \frac{3D}{16k} \cdot \ln \left( \frac{P_0 \cdot k}{\tau_0} + 1 \right) \quad (17)$$

### 3. Wyznaczanie parametru tarcowego $k$

Na podstawie analizy zawartej w pracy (Szwabowski [7]) przyjęto sposób obliczania parametru  $k$  (w dalszej części pracy nazywanego parametrem tarcowym) jako iloczynu trzech wielkości podstawowych, zgodnie ze wzorem (3). Wielkości te mają sprecyzowane fizyczne interpretacje, a w poniższych podpunktach przedstawiono propozycje ich analitycznego określania.

#### 3.1. Współczynnik tarcia wewnętrznego $\text{tg}\varphi$

Współczynnik tarcia wewnętrznego dla zaczynów cementowych bez dodatków można obliczać z przytaczanych w pracy (Bleszczyk [1]) półempirycznych wzorów, cechujących się wysoką zgodnością z danymi doświadczalnymi:

$$\text{tg}\phi = \text{tg}\phi_{bl} \cdot \text{tg}\phi_{rel} + \frac{0,27(r+a) - 1,73\delta}{r + \delta + a} \quad (18)$$

gdzie:  $\text{tg}\phi_{bl}$  oznacza współczynnik tarcia wewnętrznego zaadsorbowanej wody błonkowej,

$$\text{gdym: } 0,05 \leq \frac{w}{c \cdot \omega_n} < 0,7, \quad \text{tg}\phi_{bl} = 0,38 \quad (19)$$

ponadto:

$$\text{gdym: } \frac{w}{c \cdot \omega_n} \geq 0,7, \quad \text{tg}\phi_{bl} = \frac{0,1}{\left[ 2,5 \left( \frac{w}{c \cdot \omega_n} - 0,7 \right)^2 + 0,515 \right]^2} \quad (20)$$

Wielkość  $\text{tg}\phi_{rel}$  jest względnym współczynnikiem tarcia wewnętrznego,

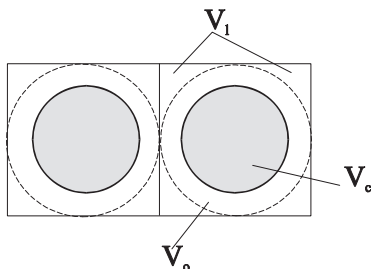
$$\text{gdym: } \frac{w}{c \cdot \omega_n} \geq 0,9, \quad \text{tg}\phi_{rel} = 1 + \sin \alpha_z \left( 0,15 \frac{r+a}{\delta} - 1 \right) \quad (21)$$

Wielkości pomocnicze w powyższych wzorach:

$$\alpha_z = \arccos \left( 0,865 \frac{r+a+\delta}{r+a} \right) \quad (22)$$

$\omega_n$  – oznacza współczynnik wodno-cementowy normowej konsystencji zaczynu.

Wielkości geometryczne, charakteryzujące strukturę zaczynu cementowego są następujące:  $r$  (średni promień ziarna cementu,  $a$  (grubość wody błonkowej),  $\delta$  (odległość pomiędzy ziarnami cementu pomniejszona o dwie grubości zaadsorbowanej wody błonkowej). Wielkości te wyznaczono rozpatrując zależności geometryczne w niewielkim fragmencie zaczynu, zaś uzyskane wzory mają charakter ogólny.



Rys. 4. Geometria układu ziaren cementu w zaczynie.  
Fig. 4. Cement grain geometry in cement paste.

Przyjęto następujące oznaczenia:  $V_c$  – objętość ziaren cementu (założono ich kulisty kształt),  $V_w$  – objętość całkowita wody,  $V_o$  – objętość kulistej otoczki wodnej, rozdzielającej poszczególne ziarna cementu,  $V_l$  – objętość pozostałej części wody, w lukach (przestrzeniach międzyziarnowych),  $V_k$  – objętość kuli – suma objętości ziarna cementu i kulistej otoczki wodnej,  $V_{catk}$  – objętość całkowita układu,  $S$  – szczelność upakowania kul w układzie:

$$S = \frac{V_k}{V_{cauk}} = \frac{V_k}{V_k + V_l} \quad (23)$$

Przy założeniu całkowitego wypełnienia stosu wodą mamy:

$$V_w = V_o + V_l \text{ oraz } V_c = V_k - V_o \text{ skąd wynika: } V_c = V_k + V_l - V_w.$$

Ponieważ  $V_l = V_k \cdot (1-S)/S$ , więc  $V_c = V_k/S - V_w$ . Z kolei podstawiając  $V_w = \rho_c \cdot V_c \cdot (w/c)$ , otrzymuje się:  $V_c = V_k/S - \rho_c \cdot V_c \cdot (w/c)$ . Stosunek objętości kul jest równy stosunkowi sześcianów ich promieni  $V_k/V_c = (r_k/r_c)^3$ , a więc można zapisać:

$$r_k = r_c \cdot \sqrt[3]{S \left( 1 + \rho_c \frac{w}{c} \right)} \quad (24)$$

Odległość pomiędzy ziarnami cementu  $\Delta = 2(r_k - r_c)$ . Ostatecznie więc:

$$\Delta = 2r_c \cdot \left( \sqrt[3]{S \left( 1 + \rho_c \frac{w}{c} \right)} - 1 \right) \quad (25)$$

Średni promień ziaren cementu wyznaczany jest z warunku zachowania powierzchni właściwej:

$$r_c = \frac{3}{F_B \cdot \rho_c} \quad (26)$$

Grubość warstwy błonek wodnych na ziarnach cementu przyjęto stałą,  $\delta = 0,05 \mu\text{m}$ .

Szczelność przyjęto za (Mikoś [4])  $S = 0,5236$  jak dla kul w węzłach sześciątów, co przy ustalonym  $w/c$  daje najmniejsze odległości pomiędzy ziarnami cementu. Wyniki obliczeń współczynnika tarcia wewnętrznego  $\text{tg}\varphi$  dla przykładowych współczynników  $w/c$  oraz powierzchni właściwych cementu zestawiono w Tab. 1.

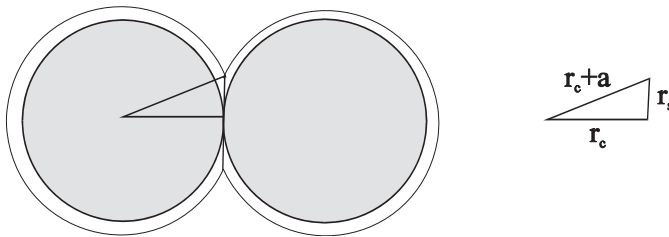
Tabela 1. Wyniki obliczeń współczynnika tarcia wewnętrznego  $\text{tg}\varphi$  zaczynów cementowych, przeprowadzone na podstawie teoretyczno-eksperymentalnych wzorów Bleszczyka.

Table 1. Calculation results of internal friction coefficient of cement pastes  $\text{tg}\varphi$ , on the basis of Bleszczyk formulas.

$w/c$	Powierzchnia właściwa cementu, $\text{cm}^2/\text{g}$				
	4000	5000	6000	7000	12000
0.4	0.21	0.24	0.27	0.3	~1
0.45	0.086	0.104	0.12	0.14	0.26
0.5	0.013	0.030	0.047	0.064	0.150

### 3.2. Względna wielkość powierzchni kontaktu ziaren cementu w płaszczyźnie ścinania

Na podstawie przyjętych założeń powierzchnię styku dwóch ziaren w otoczkach wodnych wyznacza się wychodząc z warunku całkowitego spłaszczenia błonki wodnej w miejscu zetknięcia się ziaren (Rys. 5.).



Rys. 5. Rysunek pomocniczy do obliczeń powierzchni styku ziaren.

Fig. 5. Schematic drawing showing the way of contact surface calculations.

Z warunków geometrycznych układu wynika, że:

$$r_s = \sqrt{(r_c + a)^2 - r_c^2} = \sqrt{a(a + 2r_c)} \quad (27)$$

Współczynnik  $m$  obliczać można z zależności:

$$m = \frac{F_s}{F} = \frac{\pi \cdot r_s^2}{\pi \cdot \left(r_c + \frac{\Delta}{2}\right)^2} \quad (28)$$

Oznaczenia w powyższych wzorach jak w p. 3.1.

Wyniki obliczeń współczynnika  $m$  dla warunków analogicznych jak określone w p. 3.1. zestawiono w Tab. 2.



Tabela 2. Wyniki obliczeń współczynnika  $m$ .  
Table 2. Calculation results of coefficient  $m$ .

$w/c$	Powierzchnia właściwa cementu, $\text{cm}^2/\text{g}$				
	4000	5000	6000	7000	12000
0.4	0.038	0.047	0.057	0.066	0.115
0.45	0.036	0.045	0.054	0.063	0.110
0.5	0.035	0.043	0.052	0.061	0.106

### 3.3. Współczynnik rozporu bocznego $\lambda$

Wykorzystując analogię z ośrodkiem gruntowym, współczynnik rozporu bocznego  $\lambda$  wyznaczać się będzie ze wzoru znanego w mechanice gruntów:

$$\lambda = tg^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \quad (29)$$

Kąt tarcia wewnętrzznego  $\phi$  określony zostanie na podstawie obliczeń współczynnika tarcia wewnętrzznego według danych zawartych w Tab. 1. Wyniki obliczeń współczynnika rozporu bocznego zestawiono w Tab. 3.

Tabela 3. Wyniki obliczeń współczynnika rozporu bocznego  $\lambda$ .  
Table 3. Calculation results of coefficient  $\lambda$ .

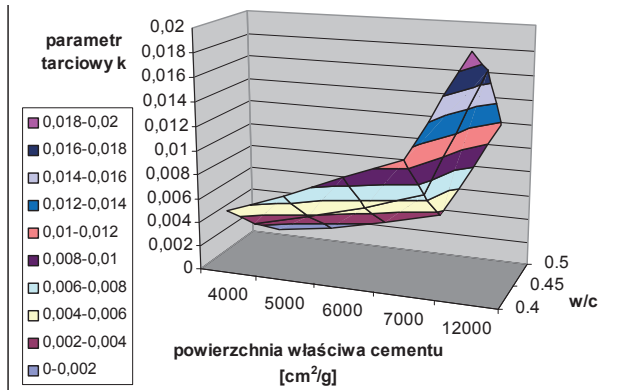
$w/c$	Powierzchnia właściwa cementu, $\text{cm}^2/\text{g}$				
	4000	5000	6000	7000	12000
0.4	0.66	0.62	0.59	0.55	0.17
0.45	0.84	0.81	0.79	0.76	0.60
0.5	0.97	0.94	0.91	0.88	0.74

### 3.4. Wartości parametru tarciovego $k$

Wyniki obliczeń zawarte w tabelach 3.1 – 3.3 stanowią podstawę od wyznaczenia parametru tarciovego, którego wartości obliczone dla zaczynów cementowych bez domieszek zawarto w Tab. 4 i zobrazowano na Rys. 6.

Tabela 4. Wyniki obliczeń parametru tarciovego  $k$ .  
Table 4. Calculation results of friction parameter  $k$ .

$w/c$	Powierzchnia właściwa cementu, $\text{cm}^2/\text{g}$				
	4000	5000	6000	7000	12000
0.4	0,00527	0,00699	0,00908	0,01089	0,01955
0.45	0,00260	0,00379	0,00512	0,00670	0,01716
0.5	0,00044	0,00121	0,00222	0,00344	0,01177



Rys. 6. Wartości parametru tarciovy  $k$  obliczone dla zaczynów cementowych bez domieszek.  
Fig. 6. Friction parameter  $k$  calculated for cement pastes without any admixtures.

#### 4. Analiza wpływu oporów tarciovych na parametry technologiczne procesu iniekcji

Klasykne równanie Buckinghamha-Reinera, które nie uwzględnia oporów tarciovych, pozwala obliczyć wielkość ciśnienia tłocznego  $p_{(B-R)}$  w odległości  $l$  z zależności:

$$p_{(B-R)} = P_0 - \left( \frac{32\eta_{pl} \cdot v_{\dot{a}r}}{D^2} + \frac{16\tau_0}{3D} \right) \cdot l \quad (30)$$

natomiast zasięgu tłoczenia  $L_{(B-R)}$ :

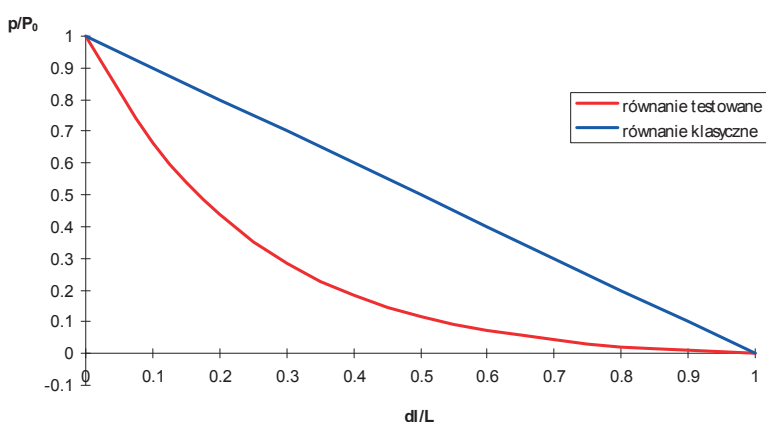
$$L_{(B-R)} = \frac{3 \cdot P_0 \cdot D}{16\tau_0} \quad (31)$$

Jak wynika z postaci równania (30) spadek ciśnienia na długości przewodu tłocznego jest tu liniowy. Uwzględnienie w równaniach przepływu oporów tarciovych skutkuje pojawieniem się jakościowych zmian w rozkładzie ciśnienia. Również najbardziej istotny z praktycznego punktu widzenia parametr technologiczny – zasięgu tłoczenia – zależy nieliniowo od parametrów reologicznych mieszanki iniekccyjnej oraz od ciśnienia tłocznego (por. równanie (17)). W celu zbadania wpływu oporów tarciovych na efekty procesu iniekcji porównano wyniki obliczeń uzyskane na podstawie równań klasycznych (30) i (31) z nowymi równaniami, wzbogaconymi o człon tarciovy (16) i (17).

##### 4.1. Spadek ciśnienia tłocznego

Opory przepływu, wyrażone są poprzez jednostkowy spadek ciśnienia  $dp/dl$ . Wielkość oporów tarciovych wzdłuż przewodu tłocznego jest zmienna, co wynika z faktu zmniejszania się ciśnienia wzdłuż kanału tłocznego, a tym samym i oporów natury tarciovy, które zależą wprost proporcjonalnie od wielkości ciśnienia panującego w danym punkcie kanału. Natomiast opory ruchu, wynikające z rozwiązania klasycznego są stałe i stosunkowo niewielkie w porównaniu z oporami wynikającymi z nowych równań przepływu.

Rozkład ciśnienia tłocznego wzdłuż kanału uzyskany na podstawie równań (16) i (30) przedstawiono na rys. 7.

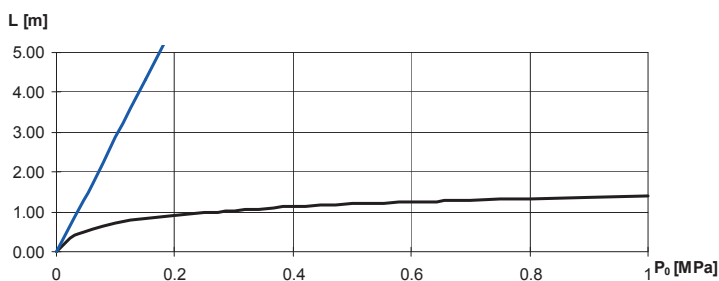


Rys. 7. Rozkład ciśnienia na długości kanału tłocznego. Równanie klasyczne (30) – linia górna; równanie uwzględniające opory tarciove (16) – linia dolna.

Fig. 7. Injection pressure along the pipe. Classical equation – upper line, equation including friction resistances – lower line.

### 4.2. Zasięg tłoczenia

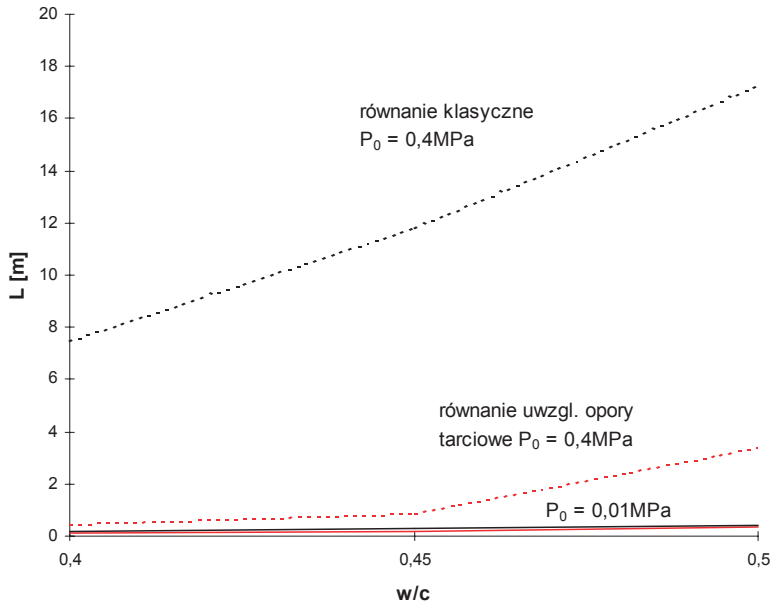
Zależność wielkości oporów tarciovych od ciśnienia tłocznego ma bardzo istotny wpływ na uzyskiwany efekt procesu iniekcji mierzony zasięgiem tłoczenia. Jak wynika z wykresu przedstawionego na rys. 8, wzrost wartości ciśnienia tłocznego na pompie iniekccyjnej powyżej pewnej wartości nie daje zadowalających efektów w postaci zwiększenia zasięgu tłoczenia (czarna linia). Jest to zjawisko obserwowane w praktyce iniekccyjnej, kiedy pomimo wzrostu wartości ciśnienia nie udaje się pokonać wzrastających oporów tłoczenia cieczy dyspersyjnej. Natomiast nieuwzględnienie oporów tarciovych (niebieska linia) i liniowa zależność zasięgu i ciśnienia, wynikająca z postaci równania (31) powoduje znaczne przeszacowanie obliczanych odległości tłoczenia.



Rys. 8. Porównanie wpływu ciśnienia początkowego na zasięg tłoczenia według równań: nie uwzględniających oporów tarciovych (31) – górna linia; z oporami tarciovymi (17) – dolna linia.

Fig. 8. The influence of the initial pressure on the injection range. Classical equation – upper line, equation including friction resistances – lower line.

Parametry reologiczne:  $\tau_0$  i  $k$  nie są zmiennymi niezależnymi, lecz zmiany ich wartości występują łącznie. Dlatego też wpływ stopnia upłynnienia dyspersji przedstawiony na rys. 9 ujęto obliczając wartości parametrów reologicznych dla wybranych wskaźników  $w/c$ .



Rys. 9. Porównanie wpływu stopnia upłynnienia dyspersji cementowej na zasięg tłoczenia. Równanie klasyczne (30) – linia górna; równanie uwzględniające opory tarciove (16) – linia dolna.

Fig. 9. The influence of cement grout flow ability on the injection range. Classical equation – upper line, equation including friction resistances – lower line.

Przy niewielkich ciśnieniach tłocznych (w tym przypadku rzędu 0,01MPa), wpływ oporów tarciove jest zaniedbywalny i wyniki obliczeń zasięgów tłoczenia według obu równań są zbliżone. Natomiast przy wzroście wartości ciśnienia tłocznego rośnie znaczenie oporów tarciove, skutkujące coraz większymi rozbieżnościami, niezależnie od wskaźnika  $w/c$ . Jednocześnie zachodzące przy wzroście  $w/c$  zmniejszenie zawartości cząstek stałych w dyspersji, a tym samym zwiększenie średnich odległości pomiędzy nimi powoduje zmniejszenie oporów przepływu i wzrost zasięgu iniekcji. Wzrost ten przebiega nieliniowo w miarę zmniejszania zawartości cząstek stałych i w pewnym momencie (nie opisanym w niniejszych badaniach) cząstki stałe na skutek utraty kontaktu ze sobą, nie generują już oporów tarciove.

## 5. Spostrzeżenia i wnioski

Równanie reologiczne mieszanki cementowej (3) oddaje jej dyspersyjny charakter, zaś uzależnienie naprężeń granicznych od ciśnienia tłocznego przynajmniej częściowo tłumaczy częste trudności występujące podczas tłoczenia cieczy dyspersyjnych, gdy aplikowanie coraz wyższego ciśnienia nie prowadzi do pokonania tworzącego się zatoru.

1. Wyniki analiz równania przepływu dyspersji przedstawione na rysunkach 7-9 wskazują na ogólną poprawność przyjętego rozwiązania.
2. Zwiększanie ciśnienia tłocznego powoduje wzrost zasięgu tłoczenia  $L$ , jednak przyrost ten jest stopniowo coraz mniejszy. Wiąże się to z rosnącą wielkością oporów o charakterze tarciowym, w stykach ziaren cząstek stałych, wraz ze wzrostem ciśnienia tłocznego.

3. Widoczne są na rys. 8 i 9 duże różnice wyników obliczeń zasięgu tłoczenia (do ok. 1 rzędu wielkości), uzyskiwanych na podstawie wzorów (17) i (31). Różnice te świadczą o istotnym udziale oporów tarciovych, w rozpatrywanych, silnie skoncentrowanych zawieszinach ( $w/c$  w przedziale 0,4-0,5).
4. Wyniki obliczeń zasięgu tłoczenia, dla układów dyspersyjnych i niedyspersyjnych zbliżają się do siebie, w miarę zmniejszania się ciśnienia tłocznego i stopnia koncentracji cząstek cementu w zaczynie.

## Literatura

- [1] Bleszczik N. P., *Strukturalno-mechaniceskije swojstwa i reologia bietonnoj smiesi i pres-swakumbietona*, Nauka i Tiejchnika. Mińsk, 1977.
- [2] Chin W.C., *Computational Rheology for Pipeline and Annular Flow*, Gulf Professional Publishing, 2001.
- [3] Mierzwa J., *Właściwości reologiczne zaczynów cementowych stosowanych w wybranych procesach technologicznych budownictwa*, Monografia. Politechnika Krakowska 1988.
- [4] Mikoś J., *Związki fizyczne struktury porowatości z cechami betonu cementowego*, Zeszyty Naukowe. Politechnika Śląska. Gliwice, 1979.
- [5] Struble L. J., Ji X., rozdział *Rheology w: Handbook of Analytical Techniques in Concrete Science and Technology*, pod redakcją Ramachandran V.S., Beaudoin J.J., William Andrew Publishing/Noyes, 2001.
- [6] Szerafin J., *Równania konstytutywne cieczy w zastosowaniu do dyspersji cementowych w procesie iniekcijnego wypełniania pustek w strukturze betonu*, Rozprawa doktorska, Lublin, 1999.
- [7] Szwabowski J., *Urabialność mieszanki betonowej w ujęciu reologicznym*, ZN Politechniki Śląskiej. Gliwice 1987.
- [8] Warner J., *Practical Handbook of Grouting. Soil, Rock and Structures*, Wiley and Sons, New Jersey 2004.

## Influence of the friction factor on the range of cement dispersion flow

Jerzy Szerafin

*Faculty of Civil and Sanitary Engineering, Lublin University of Technology,  
Nadbystrzycka 40, 20-618 Lublin, e-mail: j.szerafin@pollub.pl*

**Abstract:** Dispersial nature of cement grout makes many difficulties in practical applications of the injection process. It is also difficult to describe by theoretical equations. The rheological models treat cement paste as continuous material. In this paper the new flow equation was derived, which contains the factor of the friction between cement grains introduced to the Bingham model. The possibilities of the calculation of this new factor was presented. The analysis of the calculation's results of the classical and new equations shows significant differences. The new equation allows to better predict the effects of the real injection applications.

**Key words:** injection, cement dispersion, flow equations.