

Wyznaczenie naprężeń normalnych w przekrojach komina żelbetowego czteroprzewodowego

Krzysztof Borzęcki¹, Marta Słowik²

¹ Absolwent, Katedra Konstrukcji Budowlanych,
Wydział Inżynierii Budowlanej i Sanitarnej, Politechnika Lubelska,
ul. Nadbystrzycka 40, 20-618 Lublin, e-mail: krzysztofborzecki@wp.pl

² Katedra Konstrukcji Budowlanych, Wydział Inżynierii Budowlanej i Sanitarnej,
Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 40, 20-618 Lublin

Streszczenie: W niniejszej pracy zaprezentowano analityczny sposób wyznaczenia naprężeń w kominie czteroprzewodowym o przekroju złożonym z wycinków pierścieni. Przeanalizowano cztery modele obliczeniowe komina: układ przewodów pełny i z otworami ustawiony na kształt rombu w stosunku do przepływu wiatru oraz układ przewodów pełny i z otworami ustawiony na kształt kwadratu w stosunku do przepływu wiatru. Przy wykonywaniu obliczeń wykorzystano prace M. Lachmana [1] i [2], w których podane są dane wyjściowe do obliczeń kominów wieloprzewodowych.

Słowa kluczowe: naprężenia normalne, komin czteroprzewodowy, przekrój pełny i osłabiony otworami.

1. Wprowadzenie

Obliczenie naprężeń w rozpatrywanym przekroju wykonano zgodnie z następującymi założeniami: 1) w części konstrukcyjnej komina spełniona jest zasada płaskich przekrojów Bernoulliego; 2) beton przenosi tylko naprężenia ściskające; 3) stal przenosi naprężenia rozciągające i ściskające; 4) współpraca betonu i stali wyrażona jest przez stosunek modułów sprężystości betonu i stali zbrojeniowej:

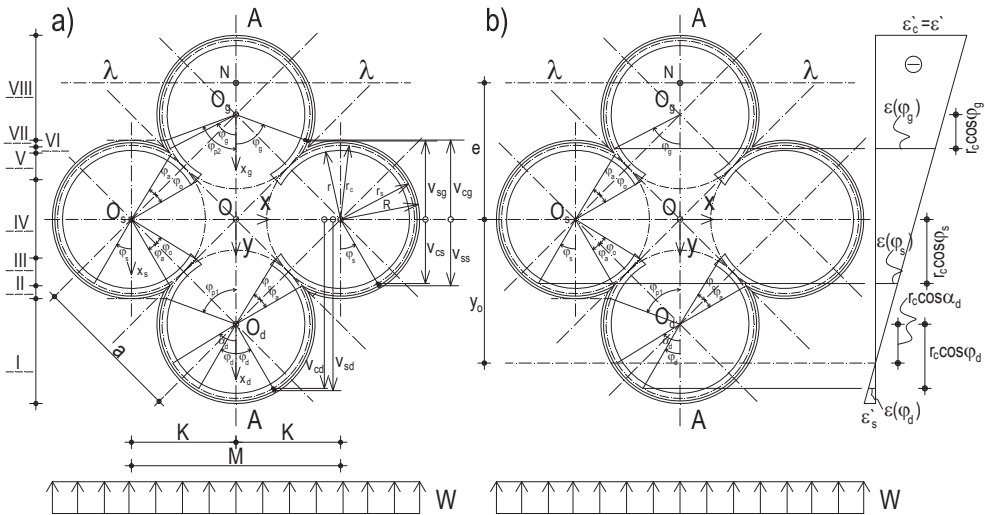
$$n = E_s / E_c \quad (1)$$

gdzie: E_s – moduł sprężystości podłużnej stali zbrojeniowej, E_c – moduł sprężystości podłużnej betonu; 5) obciążenie wiatrem jest symetryczne względem osi A-A; 6) w przypadku przekroju pełnego komina wykorzystano symetrię względem osi A-A, przekrój osłabiony nie jest symetryczny względem osi A-A; 7) przekrój znajduje się w jednoosiowym stanie naprężenia i odkształcenia; 8) grubość przekroju czteropierścieniowego jest o rząd niższa od promienia zewnętrznego. W wyniku tego można przyjąć, że odkształcenie w wycinku pierścieniowym betonu jest stałe i wynosi tyle samo co odkształcenie w środku wycinka.

Wielkości opisujące przekrój komina to: a – odległość między środkami przewodów, M – przekątna kwadratu o boku a , K – połowa przekątnej kwadratu o boku a , r_c – promień okręgu wyznaczający położenie środków ciężkości wycinków pier-

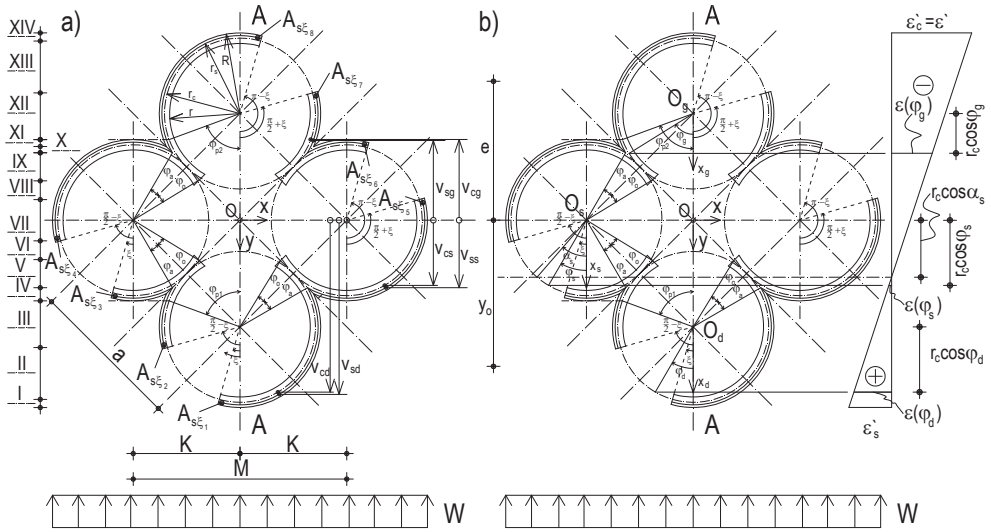
ścieni betonowych, r_s – promień okręgu wyznaczający położenie środków ciężkości zbrojenia, r – wewnętrzny promień wycinków pierścieni, R – zewnętrzny promień wycinków pierścieni, φ_{p1} , φ_{p2} – kąty określające granice przedziałów ważności położenia osi obojętnej, φ_a – kąt środkowy określający przecięcie się okręgów wyznaczających położenie stali zbrojeniowej w przekroju, φ_o – kąt środkowy określający koniec wycinka pierścieniowego betonu i początek przestrzeni między pierścieniowej, ξ – kąt środkowy służący określeniu położenia otworu. Poszczególne kąty opisujące otwory w przypadku komina ustawionego w kształt rombu w stosunku do przepływu wiatru zdefiniowano za pomocą wielkości $\xi_1 = \xi$, $\xi_2 = \frac{\pi}{2} - \xi$, $\xi_3 = \xi$, $\xi_4 = \frac{\pi}{2} - \xi$, $\xi_5 = \frac{\pi}{2} + \xi$, $\xi_6 = \pi - \xi$, $\xi_7 = \frac{\pi}{2} + \xi$, $\xi_8 = \pi - \xi$.

Parametry geometryczne przekrojów komina pełnego i osłabionego otworami przedstawiono na rysunkach 1-4 w dwóch analizowanych przypadkach ustawienia komina w stosunku do kierunku działania wiatru – w . Na podstawie prac [3] i [4] stwierdzono, że najbardziej niekorzystnym dla pracy komina jest ustawienie w kształt rombu do kierunku działania wiatru. Drugi zasadniczy kierunek pracy konstrukcji występuje przy ustawieniu na kształt kwadratu w stosunku do przepływu wiatru. Obie te sytuacje poddano obliczeniu a szczegółowiej opis obliczeń jest zamieszczony w pracy [5]. Geometria przekroju komina została przyjęta zgodnie z pracą [6]. W artykule przedstawiono główne obliczenia dla najbardziej niekorzystnej sytuacji obliczeniowej to jest ustawienia w kształt rombu.



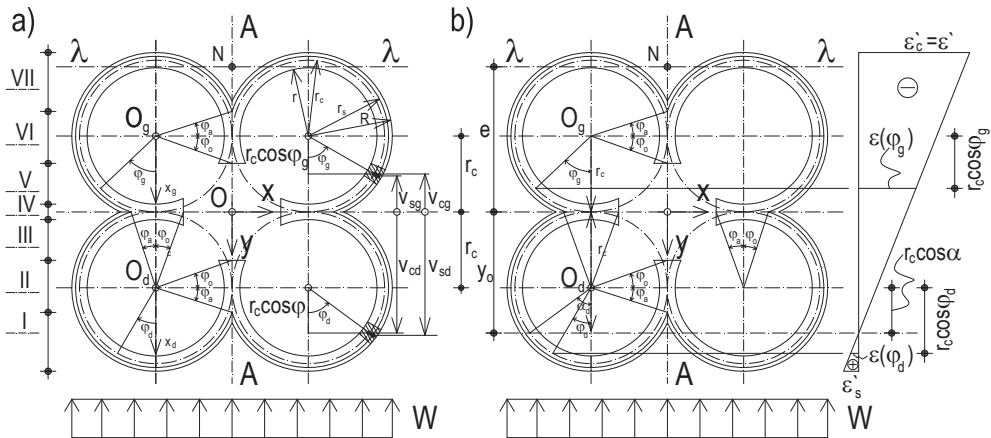
Rys. 1. Przekrój pełny komina czteroprzewodowego: a) parametry geometryczne opisujące przekrój, b) rozkład odkształceń betonu dla położenia osi obojętnej w obszarze pierścieni dolnych.

Fig. 1. The cross-section of a four-flue reinforced concrete chimney: a) geometrical parameters which describe cross-section, b) distribution of strain in concrete for neutral axis located in bottom ring region.



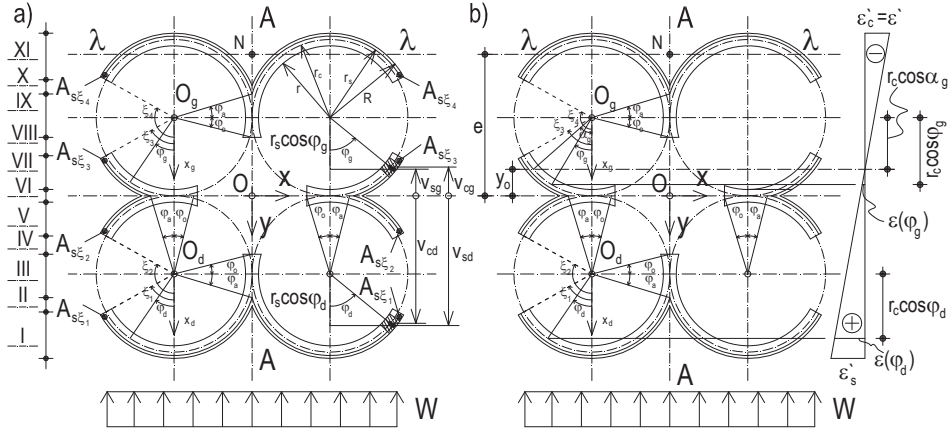
Rys. 2. Przekrój komina czteroprzewodowego osłabiony otworami: a) parametry geometryczne opisujące przekrój, b) rozkład odkształceń betonu dla położenia osi obojętnej w obszarze pierścieni środkowych.

Fig. 2. The cross-section of a four-flue reinforced concrete chimney weakened by openings: a) geometrical parameters which describe cross-section, b) distribution of strain in concrete for neutral axis located in middle ring region.



Rys. 3. Przekrój pełny komina czteroprzewodowego: a) parametry geometryczne opisujące przekrój, b) rozkład odkształceń betonu dla położenia osi obojętnej w obszarze pierścieni dolnych.

Fig. 3. The cross-section of a four-flue reinforced concrete chimney: a) geometrical parameters which describe cross-section, b) distribution of strain in concrete for neutral axis located in bottom ring region.



Rys. 4. Przekrój komina czteroprzewodowego osłabiony otworami: a) parametry geometryczne opisujące przekrój, b) rozkład odkształceń betonu dla położenia osi obojętnej w obszarze pierścieni górnych.

Fig. 4. The cross-section of a four-flue reinforced concrete chimney weakened by openings: a) geometrical parameters which describe cross-section, b) distribution of strain in concrete for neutral axis located in upper ring region.

2. Wyznaczenie położenia osi obojętnej

Analizowany przekrój czteroprzewodowego komina żelbetowego poddany jest działaniu obciążeń zewnętrznych powodujących powstanie sił wewnętrznych: siły podłużnej N i momentu zginającego M . Siła N działa na mimośrodkie e :

$$e = \frac{M}{N} \quad (2)$$

Aby wyznaczyć położenie osi obojętnej skorzystano z warunku równowagi momentów:

$$\sum M_{\lambda-\lambda} = 0 \quad (3)$$

Dla przekroju pełnego równanie (3) zapisano w postaci (4) natomiast dla przekroju osłabionego otworami w postaci (5).

$$\int_{A_c} \sigma_c (e + v_c) dA_c + \int_{A_s} \sigma_s (e + v_s) dA_s = 0 \quad (4)$$

$$\int_{A_c} \sigma_c (e + v_c) dA_c + \int_{A_s} \sigma_s (e + v_s) dA_s + \sum_{i=1}^8 \sigma_{si} (e + v_{s\zeta i}) A_{s\zeta i} = 0 \quad (5)$$

gdzie: e – mimośrodek siły N , v_c – odległość środka ciężkości nieskończenie małego wycinka pierścieniowego przekroju betonu od osi ox , v_s – odległość środka ciężkości nieskończenie małego wycinka przekroju stali od osi ox , σ_c – naprężenie ściskające w betonie przyjęte zgodnie z wzorem $\sigma_s = E_s \varepsilon_s$, ε_s – odkształcenie stali, σ_s – naprężenie w stali przyjęte zgodnie z wzorem $\sigma_c = E_c \varepsilon_c$, ε_c – odkształcenie betonu, dA_c – różniczka pola betonu, dA_s – różniczka pola zbrojenia, A_c – pole powierzchni betonu (dla przekroju pełnego jest to połowa pola powierzchni betonu, dla prze-

roku osłabionego pole całego przekroju betonu), A_s – pole powierzchni zbrojenia (dla przekroju pełnego jest to połowa pola powierzchni stali, dla przekroju osłabionego pole całkowite stali), σ_{si} – naprężenia w zbrojeniu znajdującym się przy krawędzi otworu zgodnie z $\sigma_{si} = E_s \varepsilon_{si}$, ε_{si} – odkształcenie dodatkowego zbrojenia przy krawędzi otworu, $A_{s\dot{\xi}i}$ – pole powierzchni przekroju zbrojenia dodatkowego opisane za pomocą współrzędnej kątowej ξ_{si} , $v_{s\dot{\xi}i}$ – odległość środka ciężkości i -tego przekroju zbrojenia dodatkowego od osi ox .

W celu matematycznego opisu wprowadzono w środku przekroju kartezjański układ współrzędnych Oxy oraz trzy lokalne biegunowe układy współrzędnych Bernoulliego o biegunach O_d, O_s, O_g i osiach biegunowych $O_d x_d, O_s x_s, O_g x_g$. Układ biegunowy o początku w punkcie O_d opisano za pomocą współrzędnej kątowej φ_d , układ o biegunie O_s przy użyciu współrzędnej φ_s , a układ o biegunie O_g wykorzystując współrzędną φ_g . Ponadto w dalszej części pracy zmienną kątową φ należy rozumieć zgodnie z wzorem:

$$\phi = \begin{cases} \varphi_d & \text{dla pierścienia dolnego} \\ \varphi_s & \text{dla pierścieni środkowych} \\ \varphi_g & \text{dla pierścienia górnego} \end{cases} \quad (6)$$

Położenie osi obojętnej jest określone za pomocą kąta α , który należy rozumieć zgodnie z zależnością (7) dla przekroju pełnego, dla przekroju osłabionego zgodnie z (8):

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_g & \text{dla położenia VIII osi obojętnej} \\ \alpha_s & \text{dla położenia II-VII osi obojętnej} \\ \alpha_d & \text{dla położenia I osi obojętnej} \end{cases} \quad (7)$$

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_g & \text{dla położenia XII-XIV osi obojętnej} \\ \alpha_s & \text{dla położenia IV-XI osi obojętnej} \\ \alpha_d & \text{dla położenia I-III osi obojętnej} \end{cases} \quad (8)$$

Określenie obszarów I-VIII dla przekroju pełnego i I-IV dla przekroju osłabionego przedstawiono w załączniku za pomocą odpowiednio wzorów (79)-(83) oraz (118)-(125).

Środki ciężkości infinytezymalnie małych wycinków przekroju betonu są równe (odpowiednio dla pierścienia górnego, pierścieni środkowych i pierścienia dolnego):

$$v_{cg} = -(K - r_c \cos \varphi_g) = r_c (\cos \varphi_g - \rho_K) \quad (9)$$

$$v_{cs} = r_c \cos \varphi_s \quad (10)$$

$$v_{cd} = K + r_c \cos \varphi_d = r_c (\rho_K + \cos \varphi_d) \quad (11)$$

gdzie: r_c – promień okręgu wyznaczający położenie środków ciężkości wycinków pierścieni betonowych, $\rho_K = K/r_c$.

Definiując wzór (12) zapisano $v_c = r_c \cdot v_c'$ (odpowiednio dla pierścienia górnego, pierścieni środkowych i pierścienia dolnego):

$$v_c' = \begin{cases} v_{cg}' = \cos \varphi_g - \rho_K \\ v_{cs}' = \cos \varphi_s \\ v_{cd}' = \rho_K + \cos \varphi_d \end{cases} \quad (12)$$

Dla stali po wykorzystaniu wielkości η wyrażającej stosunek promieni nieskończenie małych wycinków przekroju stali i betonu zgodnie z $\eta = r_s/r_c$ oraz wzorem (13) wyprowadzono związek wyrażający środki ciężkości nieskończenie małych wycinków przekroju stali analogiczne jak dla betonu $v_s = r_c \cdot v_s'$ (odpowiednio dla pierścienia górnego, pierścieni środkowych i pierścienia dolnego):

$$v_s' = \begin{cases} v_{sg}' = \eta \cos \varphi_g - \rho_K \\ v_{ss}' = \eta \cos \varphi_s \\ v_{sd}' = \rho_K + \eta \cos \varphi_d \end{cases} \quad (13)$$

Dla przypadku przekroju osłabionego otworami odnośnie zbrojenia dodatkowego zapisano $v_{s\xi_i} = r_c \cdot v_{s\xi_i}'$ (odpowiednio dla pierścienia górnego, pierścieni środkowych i pierścienia dolnego):

$$v_{s\xi_i}' = \begin{cases} v_{s\xi_{ig}}' = \eta \cos \xi_i - \rho_K \\ v_{s\xi_{is}}' = \eta \cos \xi_i \\ v_{s\xi_{id}}' = \rho_K + \eta \cos \xi_i \end{cases} \quad (14)$$

Po wykorzystaniu wyżej wyprowadzonych zależności oraz po odpowiednich przekształceniach równań (4) i (5) zapisano je w postaci (15) i (16):

$$\frac{e}{r_c} = \frac{\int_{A_c} \varepsilon_c \cdot v_c' dA_c + n \int_{A_s} \varepsilon_s \cdot v_s' dA_s}{-\int_{A_c} \varepsilon_c dA_c - n \int_{A_s} \varepsilon_s dA_s} \quad (15)$$

$$\frac{e}{r_c} = \frac{\int_{A_c} \varepsilon_c \cdot v_c' dA_c + \int_{A_s} \varepsilon_s \cdot v_s' dA_s + \sum_{i=1}^8 \varepsilon_{si} \cdot v_{s\xi_i}' A_{s\xi_i}}{-\int_{A_c} \varepsilon_c dA_c - \int_{A_s} \varepsilon_s dA_s - \sum_{i=1}^8 \varepsilon_{si} A_{s\xi_i}} \quad (16)$$

Stopnie zbrojenia przewodu żelbetowego, zbrojenia dodatkowego oraz różniczki pola betonu i stali zdefiniowano jako:

$$\rho = \frac{dA_s}{dA}, \quad \rho_{\xi_i} = \frac{A_{s\xi_i}}{r_c \cdot b_c} \quad (17)$$

$$dA = r_c \cdot b_c d\varphi, \quad dA_s = \rho \cdot dA = \rho \cdot r_c \cdot b_c d\varphi,$$

$$dA_c = (1 - \rho)dA = (1 - \rho) \cdot r_c \cdot b_c d\varphi \quad (18)$$

gdzie: b_c – grubość betonu w przekroju.

Odkształcenia betonu i stali dla przekroju pełnego.

Poniżej zaprezentowano sposób wyznaczania odkształceń dla betonu i stali w wybranych przedziałach, dla przekroju pełnego. Korzystając z podobieństwa trójkątów i Rys. 1 dla pierścienia dolnego ułożono proporcje:

$$\frac{\varepsilon(\varphi_d)}{\varepsilon'} = \frac{r_c \cos \varphi_d - r_c \cos \alpha_d}{R + 2 \cdot K + r_c \cos \alpha_d} \quad (19)$$

$$\varepsilon(\varphi_d) = \varepsilon' \frac{r_c}{R + 2 \cdot K + r_c \cos \alpha_d} (\cos \varphi_d - \cos \alpha_d) \quad (20)$$

W dalszej części pracy każdorazowo w analogiczny sposób wyznaczono wzory wyrażające odkształcenia po czym wyselekcjonowano wartość bezwymiarowych odkształceń (w przypadku równania (20) wynoszą one $\cos \varphi_d - \cos \alpha_d$). Poniżej przedstawiono wartości bezwymiarowych odkształceń dla poszczególnych położeni osi obojętnej:

$$\varepsilon_{c,I} = \begin{cases} \varepsilon_{c,I.g} = 2\rho_K - \cos \varphi_g + \cos \alpha_d & \text{dla pierścienia dolnego} \\ \varepsilon_{c,I.s} = \rho_K - \cos \varphi_s + \cos \alpha_d & \text{dla pierścieni środkowych} \\ \varepsilon_{c,I.d} = \cos \varphi_d - \cos \alpha_d & \text{dla pierścienia górnego} \end{cases} \quad (21)$$

$$\varepsilon_{c,II-VII} = \begin{cases} \varepsilon_{c,II-VII.g} = \rho_K - \cos \varphi_g + \cos \alpha_s & \text{dla pierścienia dolnego} \\ \varepsilon_{c,II-VII.s} = \cos \varphi_s - \cos \alpha_s & \text{dla pierścieni środkowych} \\ \varepsilon_{c,II-VII.d} = \cos \varphi_d + \rho_K - \cos \alpha_s & \text{dla pierścienia górnego} \end{cases} \quad (22)$$

$$\varepsilon_{c,VIII} = \varepsilon_{c,VIII.g} = \cos \varphi_g - \cos \alpha_g \quad \text{dla pierścieni górnych} \quad (23)$$

$$\varepsilon_{cc} = \begin{cases} \varepsilon_{c,VIII} & \text{dla położenia VIII osi obojętnej} \\ \varepsilon_{c,II-VII} & \text{dla położenia II-VII osi obojętnej} \\ \varepsilon_{c,I} & \text{dla położenia I osi obojętnej} \end{cases} \quad (24)$$

Odkształcenia betonu można zapisać jako:

$$\varepsilon_c = \varepsilon(\varphi) = \begin{cases} \varepsilon' \frac{r_c}{R + r_c \cos \alpha_g} \cdot \varepsilon_{c,VIII} \\ \varepsilon' \frac{r_c}{R + K + r_c \cos \alpha_s} \cdot \varepsilon_{c,II-VII} \\ \varepsilon' \frac{r_c}{R + 2 \cdot K + r_c \cos \alpha_d} \cdot \varepsilon_{c,I} \end{cases} \quad (25)$$

Analogicznie jak dla betonu zdefiniowano związki pomocnicze wyrażające bezwymiarowe wartości odkształceń dla stali (odpowiednio dla pierścienia górnego, pierścieni środkowych i pierścienia dolnego):

$$\varepsilon_{s,I} = \begin{cases} \varepsilon_{s,I.g} = 2\rho_K - \eta \cos \varphi_g + \cos \alpha_d \\ \varepsilon_{s,I.s} = \rho_K - \eta \cos \varphi_s + \cos \alpha_d \\ \varepsilon_{s,I.d} = \eta \cos \varphi_d - \cos \alpha_d \end{cases} \quad (26)$$

$$\varepsilon_{s,II-VII} = \begin{cases} \varepsilon_{s,II-VII.g} = \rho_K - \eta \cos \varphi_g + \cos \alpha_s \\ \varepsilon_{s,II-VII.s} = \eta \cos \varphi_s - \cos \alpha_s \\ \varepsilon_{s,II-VII.d} = \eta \cos \varphi_d + \rho_K - \cos \alpha_s \end{cases} \quad (27)$$

$$\varepsilon_{s,VIII} = \begin{cases} \varepsilon_{s,VIII.g} = \eta \cos \varphi_g - \cos \alpha_g \\ \varepsilon_{s,VIII.s} = \eta \cos \varphi_s + \rho_K - \cos \alpha_g \\ \varepsilon_{s,VIII.d} = \eta \cos \varphi_d + 2\rho_K - \cos \alpha_g \end{cases} \quad (28)$$

$$\varepsilon_{ss} = \begin{cases} \varepsilon_{s,VIII} & \text{dla położenia VIII osi obojętnej} \\ \varepsilon_{s,II-VII} & \text{dla położenia II-VII osi obojętnej} \\ \varepsilon_{s,I} & \text{dla położenia I osi obojętnej} \end{cases} \quad (29)$$

Po skorzystaniu z powyższych wzorów odkształcenia stali zapisano jako:

$$\varepsilon_s = \varepsilon(\varphi) = \begin{cases} \varepsilon' \frac{r_c}{R + r_c \cos \alpha_g} \cdot \varepsilon_{s,VIII} \\ \varepsilon' \frac{r_c}{R + K + r_c \cos \alpha_s} \cdot \varepsilon_{s,II-VII} \\ \varepsilon' \frac{r_c}{R + 2 \cdot K + r_c \cos \alpha_d} \cdot \varepsilon_{s,I} \end{cases} \quad (30)$$

Dla przekroju komina osłabionego otworami wzory (21) do (30) pozostają takie same. Zmianie ulegają granice i ilość położenia osi obojętnej. Położeniu I osi obojętnej odpowiadają położenia I-III dla przekroju osłabionego. Położeniom II-VII osi obojętnej odpowiadają położenia IV-XI dla przekroju osłabionego. Położeniu VIII osi obojętnej odpowiadają położenia XII-XIV dla przekroju osłabionego. Poniżej przedstawiono wartości bezwymiarowych odkształceń zbrojenia dodatkowego dla poszczególnych położenia osi obojętnej w przypadku przekroju osłabionego (odpowiednio dla pierścienia górnego, pierścieni środkowych i pierścienia dolnego):

$$\varepsilon_{si,I-III} = \begin{cases} \varepsilon_{si,I-III.g} = 2\rho_K - \eta \cos \xi_i + \cos \alpha_d \\ \varepsilon_{si,I-III.s} = \rho_K - \eta \cos \xi_i + \cos \alpha_d \\ \varepsilon_{si,I-III.d} = \eta \cos \xi_i - \cos \alpha_d \end{cases} \quad (31)$$

$$\varepsilon_{si,IV-XI} = \begin{cases} \varepsilon_{si,IV-XI.g} = \rho_K - \eta \cos \xi_i + \cos \alpha_s \\ \varepsilon_{si,IV-XI.s} = \eta \cos \xi_i - \cos \alpha_s \\ \varepsilon_{si,IV-XI.d} = \eta \cos \xi_i + \rho_K - \cos \alpha_s \end{cases} \quad (32)$$

$$\varepsilon_{si,XII-XIV} = \begin{cases} \varepsilon_{si,XII-XIV.g} = \eta \cos \xi_i - \cos \alpha_g \\ \varepsilon_{si,XII-XIV.s} = \eta \cos \xi_i + \rho_K - \cos \alpha_g \\ \varepsilon_{si,XII-XIV.d} = \eta \cos \xi_i + 2\rho_K - \cos \alpha_g \end{cases} \quad (33)$$

$$\varepsilon_{ssi} = \begin{cases} \varepsilon_{si,XII-XIV} & \text{dla położenia XII-XIV osi obojętnej} \\ \varepsilon_{si,IV-XI} & \text{dla położenia IV-XI osi obojętnej} \\ \varepsilon_{si,I-III} & \text{dla położenia I-III osi obojętnej} \end{cases} \quad (34)$$

Na podstawie powyższych zależności odkształcenia zbrojenia dodatkowego zapisano jako:

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{si}(\xi_i) = \begin{cases} \varepsilon' \frac{r_c}{R + r_c \cos \alpha_g} \cdot \varepsilon_{si,XII-XIV} \\ \varepsilon' \frac{r_c}{R + K + r_c \cos \alpha_s} \cdot \varepsilon_{si,IV-XI} \\ \varepsilon' \frac{r_c}{R + 2 \cdot K + r_c \cos \alpha_d} \cdot \varepsilon_{si,I-III} \end{cases} \quad (35)$$

Wykorzystując związki (17) i (18), wzory wyrażające odkształcenia betonu i stali, dokonując zmiany zmiennych całkowania i rozpatrując równania (15) i (16) oddzielnie w przypadkach gdy oś obojętna znajduje się w obszarze pierścieni dolnych, środkowych i górnych oraz wykonując podstawienia:

$$2 \cdot \int_{\alpha_c} \varepsilon_{cc} \cdot v_c' d\varphi = X_c, \quad 2 \cdot \int_{\alpha_s} \varepsilon_{ss} \cdot v_s' d\varphi = X_s, \quad (36)$$

$$(-1) \cdot \int_{\alpha_c} \varepsilon_{cc} d\varphi = Y_c, \quad (-1) \cdot \int_{\alpha_s} \varepsilon_{ss} d\varphi = Y_s$$

$$2 \cdot \int_{\alpha_s} \varepsilon_{ss} \cdot v_s' d\varphi + \frac{2}{\rho} \cdot \sum_{i=1}^8 \varepsilon_{ssi} \cdot v_{s\xi_i}' \cdot \rho_{\xi_i} = X_s,$$

$$(-1) \cdot \left(\int_{\alpha_s} \varepsilon_{ss} d\varphi + \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^8 \varepsilon_{ssi} \cdot \rho_{\xi_i} \right) = Y_s \quad (37)$$

gdzie: α_c to suma kątów odpowiadająca polu betonu, α_s to suma kątów odpowiadająca polu stali; równania (15) i (16) wyrażono w postaci:

$$\frac{e}{r_c} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1-\rho) \cdot X_c + n \cdot \rho \cdot X_s}{(1-\rho) \cdot Y_c + n \cdot \rho \cdot Y_s} \quad (38)$$

Równanie to służy do wyznaczenia położenia osi obojętnej przekroju.

3. Wyznaczenie wartości współczynników B i C

Maksymalne naprężenie ściskające w betonie obliczono ze wzorów:

$$\sigma'_c = B \cdot \sigma_o \quad (39)$$

$$\sigma_o = \frac{N}{A_c} \quad (40)$$

gdzie: B – to współczynnik określający maksymalne naprężenie ściskające w betonie, σ_o – to naprężenie ściskające w przekroju wywołane siłą osiową N , σ'_c – maksymalne naprężenie ściskające w betonie, A_c – pole powierzchni betonu (dla przekroju pełnego jest to połowa pola powierzchni betonu, dla przekroju osłabionego pole całego przekroju betonu).

Aby obliczyć współczynnik B skorzystano z warunku równowagi sumy rzutów sił na oś Y :

$$\sum Y = 0 \quad (41)$$

$$D + Z - N = 0 \quad (42)$$

gdzie: D – całkowita siła ściskająca w strefie ściskanej betonu, Z – całkowita siła w zbrojeniu, N – siła osiowa.

Równanie w przypadku przekroju pełnego zapisano w postaci (43), w odniesieniu do przekroju osłabionego w postaci (44):

$$\int_{A_c} \sigma_c dA_c + \int_{A_s} \sigma_s dA_s - N = 0 \quad (43)$$

$$\int_{A_c} \sigma_c dA_c + \int_{A_s} \sigma_s dA_s + \sum_{i=1}^8 \sigma_{si} \cdot A_{s\xi_i} - N = 0 \quad (44)$$

W dalszej analizie wyznaczono pola powierzchni przekroju pełnego (45) i osłabionego (46):

$$A_c = (3\pi - 2\varphi_a + 2\varphi_o) r_c \cdot b_c \quad (45)$$

$$A_c = (4\pi - 4\varphi_a + 4\varphi_o + 8\xi) r_c \cdot b_c \quad (46)$$

Aby wyznaczyć współczynniki B w dalszej części należy rozpatrzyć każde z równań (43) i (44) w trzech przypadkach. Pierwszy przypadek występuje gdy oś obojętna znajduje się w obszarze pierścienia dolnego, drugi oś obojętna w obszarze pierścienia środkowych oraz trzeci gdy oś obojętna znajduje się w obszarze pierścienia górnego. Podstawiając związki opisujące odkształcenia betonu, stali i zbrojenia dodatkowego, różniczkę pola betonu i stali, pole zbrojenia dodatkowego, dokonując zmiany zmiennych całkowania po odpowiednich podstawieniach otrzymano współczynnik B dla przekroju pełnego (47) oraz przekroju osłabionego (48):

- dla położenia osi obojętnej odpowiednio VIII, II-VII, I:

$$B = \begin{cases} \frac{(\rho_R + \cos \alpha_g)(3\pi - 2\varphi_a + 2\varphi_o)}{(1 - \rho) \cdot (-1) \cdot Y_{cg} + n \cdot \rho \cdot (-1) \cdot Y_{sg}} \\ \frac{(\rho_R + \rho_K + \cos \alpha_s)(3\pi - 2\varphi_a + 2\varphi_o)}{(1 - \rho) \cdot (-1) \cdot Y_{cs} + n \cdot \rho \cdot (-1) \cdot Y_{ss}} \\ \frac{(\rho_R + 2\rho_K + \cos \alpha_d)(3\pi - 2\varphi_a + 2\varphi_o)}{(1 - \rho) \cdot (-1) \cdot Y_{cd} + n \cdot \rho \cdot (-1) \cdot Y_{sd}} \end{cases} \quad (47)$$

- dla położenia osi obojętnej odpowiednio XII-XIV, IV-XI, I-III:

$$B = \begin{cases} \frac{(\rho_R + \cos \alpha_g)(4\pi - 4\varphi_a + 4\varphi_o + 8\xi)}{(1 - \rho) \cdot (-1) \cdot Y_{cg} + n \cdot \rho \cdot (-1) \cdot Y_{sg}} \\ \frac{(\rho_R + \rho_K + \cos \alpha_s)(4\pi - 4\varphi_a + 4\varphi_o + 8\xi)}{(1 - \rho) \cdot (-1) \cdot Y_{cs} + n \cdot \rho \cdot (-1) \cdot Y_{ss}} \\ \frac{(\rho_R + 2\rho_K + \cos \alpha_d)(4\pi - 4\varphi_a + 4\varphi_o + 8\xi)}{(1 - \rho) \cdot (-1) \cdot Y_{cd} + n \cdot \rho \cdot (-1) \cdot Y_{sd}} \end{cases} \quad (48)$$

Maksymalne naprężenie rozciągające w stali wyznaczono ze wzoru:

$$\sigma'_s = C \cdot \sigma'_c \quad (49)$$

gdzie: C – współczynnik określający największe naprężenia rozciągające w stali, σ'_s – maksymalne naprężenie rozciągające w stali. Aby wyznaczyć współczynnik C należy przekształcić równanie (49) do postaci $C = \frac{\sigma'_s}{\sigma'_c} = \frac{\sigma_s^{\max}}{\sigma_c^{\max}}$, gdzie: σ_c^{\max} – maksymalne naprężenie ściskające w betonie; σ_s^{\max} – maksymalne naprężenie rozciągające w stali. Wzór (50) przedstawia wartość współczynnika C dla przekroju pełnego komina (odpowiednio dla położenia osi obojętnej VIII, II-VII, I):

$$C = \begin{cases} n \cdot \frac{\eta + 2\rho_K - \cos \alpha_g}{\rho_R + \cos \alpha_d} \\ n \cdot \frac{\eta + \rho_K - \cos \alpha_s}{\rho_R + \rho_K + \cos \alpha_d} \\ n \cdot \frac{\eta - \cos \alpha_d}{\rho_R + 2\rho_K + \cos \alpha_d} \end{cases} \quad (50)$$

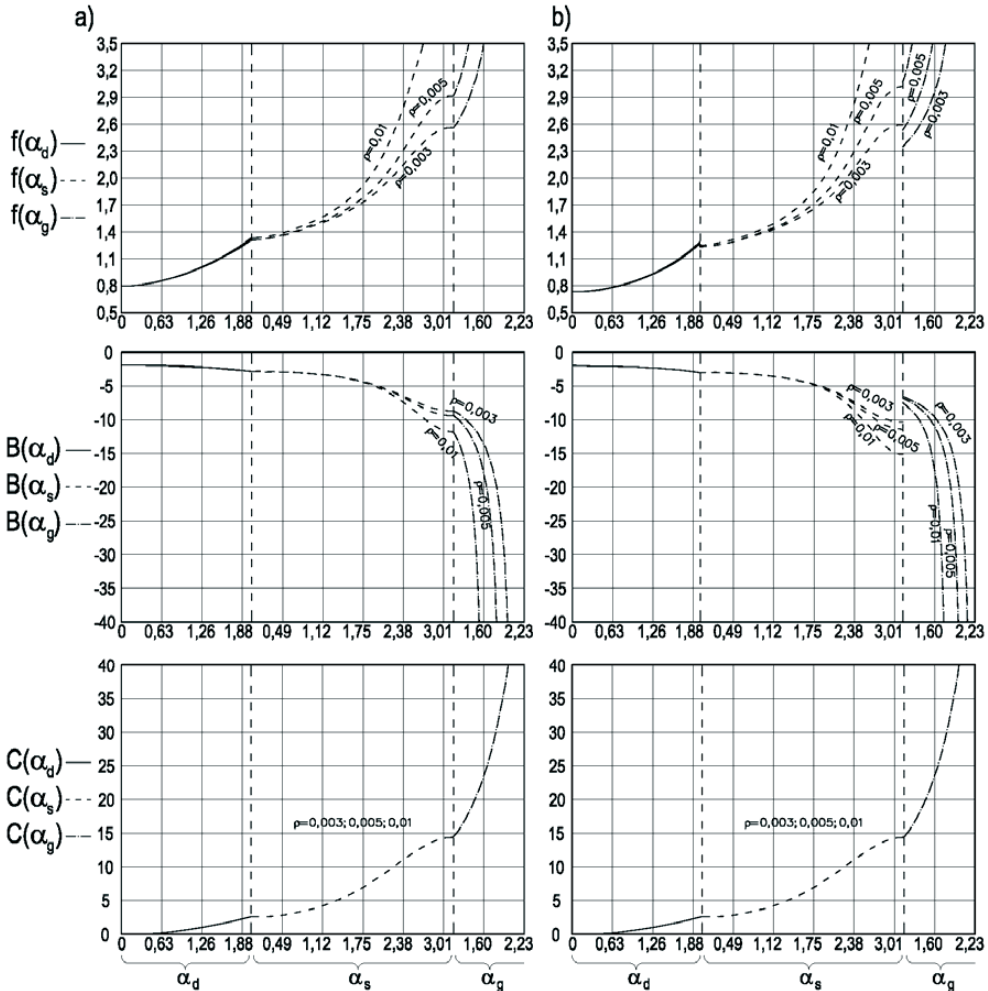
Wartość współczynnika C dla przekroju osłabionego otworami przy przyjętym położeniu otworów jest taka sama jak dla przekroju pełnego. Zmianie ulega jedynie ilość i zakres położenia osi obojętnej.

4. Zestawienie współczynników funkcyjnych dla przekroju pełnego i osłabionego

Finalne wartości współczynników funkcyjnych w poszczególnych przedziałach położenia osi obojętnej dla przekroju pełnego i osłabionego zestawiono odpowiednio w załącznikach A i B.

5. Wartości współczynników B i C dla układu przewodów ustawionych na kształt rombu w stosunku do przepływu wiatru

Na Rys. 5 zaprezentowano wykresy funkcji: $f(\alpha) = e/r_c$, $B(\alpha)$, $C(\alpha)$ dla: $\varphi_a = 15^\circ$, $\varphi_o = 15^\circ$, $\eta = 1$, $n = 7.407$, $\rho_R = 1$, $\rho_K = 1.439$, $\rho = \{0,003; 0,005; 0,01\}$. Można zauważyć, że przyjęcie wartości ρ_R z przedziału $(0,8; 1)$ ma znikomy wpływ na końcowe rozwiązanie w stosunku do przyjętego $\rho_R = 1$. W przypadku przekroju osłabionego wykresy na Rys 5b wykonano w sytuacji granicznej, gdy pole zbrojenia dodatkowego wynosi 0 oraz dla kąta $\xi = 16^\circ$.



Rys. 5. Wykresy funkcji $f(\alpha) = e/r_c$, $B(\alpha)$, $C(\alpha)$ dla przekroju: a) pełnego, b) osłabionego.

Fig. 5. Graphs of functions $f(\alpha) = e/r_c$, $B(\alpha)$, $C(\alpha)$ for: a) full cross – section, b) cross – section weakened by openings.

W tabelach 1 i 2 zestawiono wartości współczynników B i C obliczone dla przekroju pełnego komina. Obliczenia wykonano dla następujących danych: $\varphi_a = 15^\circ$, $\varphi_o = 15^\circ$, $\eta = 1$, $n = 7.407$, $\rho_R = 1$, $\rho_K = 1.439$.

Tabela 1. Wartości współczynnika B dla przekroju pełnego przy obciążeniu wiatrem jak na rys. 1.
Table 1. Coefficient B for full cross – section at wind load as in the fig. 1

| | | Wartości współczynnika B | | | | | | | |
|-------------------------|--|----------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $e/r_c \backslash \rho$ | | 0,003 | 0,004 | 0,005 | 0,006 | 0,007 | 0,008 | 0,009 | 0,01 |
| 0,8 | | 1,991 | 1,981 | 1,971 | 1,961 | 1,951 | 1,941 | 1,931 | 1,922 |
| 1 | | 2,302 | 2,29 | 2,278 | 2,265 | 2,253 | 2,241 | 2,23 | 2,218 |
| 1,25 | | 2,774 | 2,757 | 2,74 | 2,723 | 2,706 | 2,69 | 2,674 | 2,658 |
| 1,5 | | 3,443 | 3,402 | 3,365 | 3,33 | 3,297 | 3,266 | 3,237 | 3,209 |
| 2 | | 5,753 | 5,549 | 5,377 | 5,229 | 5,1 | 4,985 | 4,882 | 4,789 |
| 2,5 | | 8,414 | 7,956 | 7,596 | 7,3 | 7,049 | 6,833 | 6,643 | 6,473 |
| 3 | | 11,064 | 10,326 | 9,798 | | | | | |

Tabela 2. Wartości współczynnika C dla przekroju pełnego przy obciążeniu wiatrem jak na rys. 1.
Table 2. Coefficient C for full cross – section at wind load as in the fig. 1

| | | Wartości współczynnika C | | | | | | | |
|-------------------------|--|----------------------------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| $e/r_c \backslash \rho$ | | 0,003 | 0,004 | 0,005 | 0,006 | 0,007 | 0,008 | 0,009 | 0,01 |
| 0,8 | | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 |
| 1 | | 0,995 | 0,991 | 0,988 | 0,985 | 0,982 | 0,979 | 0,976 | 0,973 |
| 1,25 | | 2,282 | 2,27 | 2,257 | 2,245 | 2,233 | 2,222 | 2,211 | 2,2 |
| 1,5 | | 4,183 | 4,08 | 3,988 | 3,906 | 3,833 | 3,767 | 3,707 | 3,652 |
| 2 | | 9,692 | 9,226 | 8,834 | 8,494 | 8,194 | 7,927 | 7,689 | 7,473 |
| 2,5 | | 13,803 | 12,83 | 12,092 | 11,515 | 11,035 | 10,625 | 10,268 | 9,953 |
| 3 | | 19,191 | 16,64 | 14,937 | | | | | |

6. Wartości współczynników B i C dla układu przewodów ustawiony na kształt kwadratu w stosunku do przepływu wiatru

W pracy [5] przeprowadzono również analizę przekrojów pokazanych na Rys. 3 i 4. W tabelach 3 i 4 przedstawiono wartości współczynników B i C dla przekroju pełnego z Rys. 3 dla danych $\varphi_a = 15^\circ$, $\varphi_o = 15^\circ$, $\eta = 1$, $n = 7.407$, $\rho_R = 1$.

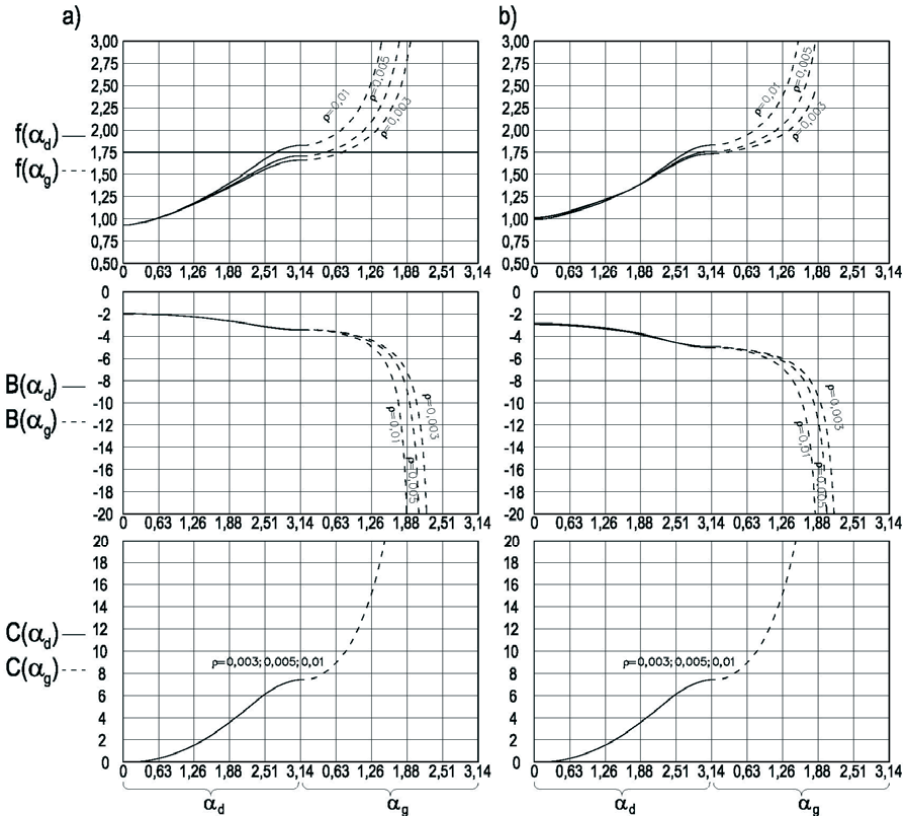
Tabela 3. Wartości współczynnika B dla przekroju pełnego przy obciążeniu wiatrem jak na rys. 3.
Table 3. Coefficient B for full cross – section at wind load as in the fig. 3.

| | | Wartości współczynnika B | | | | | | | |
|-------------------------|--|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $e/r_c \backslash \rho$ | | 0,003 | 0,004 | 0,005 | 0,006 | 0,007 | 0,008 | 0,009 | 0,01 |
| 0,93 | | 1,943 | 1,933 | 1,923 | 1,914 | 1,905 | 1,895 | 1,886 | 1,877 |
| 1 | | 2,026 | 2,016 | 2,006 | 1,996 | 1,986 | 1,976 | 1,966 | 1,956 |
| 1,25 | | 2,44 | 2,423 | 2,407 | 2,392 | 2,377 | 2,362 | 2,347 | 2,333 |
| 1,5 | | 3,027 | 2,993 | 2,961 | 2,931 | 2,902 | 2,875 | 2,848 | 2,823 |
| 2 | | 4,841 | 4,61 | 4,441 | 4,308 | 4,2 | 4,108 | 4,028 | 3,957 |
| 2,5 | | 6,979 | 6,464 | 6,106 | 5,836 | 5,622 | 5,446 | 5,296 | 5,166 |
| 3 | | 8,999 | 8,232 | 7,701 | 7,307 | 6,996 | 6,743 | 6,53 | 6,347 |

Tabela 4. Wartości współczynnika C dla przekroju pełnego przy obciążeniu wiatrem jak na rys. 3.
Table 4. Coefficient C for full cross – section at wind load as on the fig. 3.

| ρ e/r_c | | Wartości współczynnika C | | | | | | | |
|-------------------|--|----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0,003 | 0,004 | 0,005 | 0,006 | 0,007 | 0,008 | 0,009 | 0,01 |
| 0,93 | | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | | 0,303 | 0,301 | 0,3 | 0,298 | 0,297 | 0,295 | 0,294 | 0,293 |
| 1,25 | | 2,062 | 2,033 | 2,005 | 1,978 | 1,953 | 1,929 | 1,906 | 1,885 |
| 1,5 | | 4,565 | 4,448 | 4,341 | 4,242 | 4,151 | 4,066 | 3,988 | 3,914 |
| 2 | | 14,263 | 12,576 | 11,383 | 10,481 | 9,77 | 9,193 | 8,713 | 8,307 |
| 2,5 | | 24,491 | 20,946 | 18,544 | 16,791 | 15,445 | 14,373 | 13,496 | 12,761 |
| 3 | | 31,448 | 26,744 | 23,592 | 21,282 | 19,504 | 18,086 | 16,925 | 15,954 |

Na Rys. 6 przedstawiono wykresy funkcji: $f(\alpha) = e/r_c$, $B(\alpha)$, $C(\alpha)$ dla: $\varphi_a = 15^\circ$, $\varphi_o = 15^\circ$, $\eta = 1$, $n = 7.407$, $\rho_R = 1$, $\rho = \{0,003; 0,005; 0,01\}$ dla układu przewodów ustawionych w kształt kwadratu. Można zauważyć, że przyjęcie wartości ρ_R z przedziału (0,8; 1) nie wpływa na końcowe rozwiązanie w odniesieniu do $\rho_R = 1$. Dla przekroju osłabionego wykresy na Rys. 6b wykonano w sytuacji granicznej, gdy pole zbrojenia dodatkowego wynosi 0 oraz dla kątów $\xi_1 = 61^\circ$, $\xi_2 = 119^\circ$, $\xi_3 = 61^\circ$, $\xi_4 = 119^\circ$.



Rys. 6. Wykresy funkcji $f(\alpha) = e/r_c$, $B(\alpha)$, $C(\alpha)$ dla przekroju: a) pełnego, b) osłabionego.

Fig. 6. Graphs of functions $f(\alpha) = e/r_c$, $B(\alpha)$, $C(\alpha)$ for: a) full cross – section, b) cross – section weakened by openings.

7. Wnioski

Przedstawione w artykule zależności, służące do wyznaczania naprężeń w betonie i stali w przekrojach komina czteroprzewodowego zostały wykorzystane przy projektowaniu takiego obiektu przemysłowego. Projekt konstrukcyjny żelbetowego komina czteroprzewodowego był tematem pracy magisterskiej [5] zrealizowanej na WIBiS pod kierunkiem dr inż. M. Słowik. Wyprowadzone wzory mogą również posłużyć do diagnostyki kominów czteroprzewodowych o przekroju czterolistnej koniczynki (kminy EC Gdynia III, EC I i ECII Huty Katowice, Huty Miedzi Głogów II, EC Lublin – Wrotków) oraz szwajcarskiego komina Zuerich Aubrugg Heizkraftwerk o konstrukcji silosowej zbliżonej do zaprezentowanej w artykule.

Załącznik A

Finalne wartości współczynników funkcyjnych w poszczególnych przedziałach położenia osi obojętnej dla przekroju pełnego przedstawiono w kilku przypadkach na przykładzie wzorów (51) – (83).

$$X_{cl} = X_{cl}(\alpha_d) = 2 \cdot \left[\int_{\alpha_d}^{\frac{3}{4}\pi - \varphi_a} \varepsilon_{c,I,d} \cdot v_{cd}' d\varphi_d - \left[2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{4} + \varphi_o} \varepsilon_{c,I,s} \cdot v_{cs}' d\varphi_s + \int_{\frac{\pi}{4} + \varphi_o}^{\frac{3}{4}\pi - \varphi_o} \varepsilon_{c,I,s} \cdot v_{cs}' d\varphi_s + 2 \cdot \int_{\frac{3}{4}\pi - \varphi_o}^{\pi} \varepsilon_{c,I,s} \cdot v_{cs}' d\varphi_s - \int_{\frac{\pi}{4} + \varphi_a}^{\pi} \varepsilon_{c,I,g} \cdot v_{cg}' d\varphi_g \right] \right] \quad (51)$$

$$X_{cII} = X_{cII}(\alpha_s) = 2 \cdot \left[\int_{\pi - \arccos(\rho_K - \cos \alpha_s)}^{\frac{3}{4}\pi - \varphi_a} \varepsilon_{c,II-VII,d} \cdot v_{cd}' d\varphi_d + 2 \cdot \int_{\alpha_s}^{\frac{\pi}{4} + \varphi_o} \varepsilon_{c,II-VII,s} \cdot v_{cs}' d\varphi_s + \int_{\frac{\pi}{4} + \varphi_o}^{\frac{3}{4}\pi - \varphi_o} \varepsilon_{c,II-VII,s} \cdot v_{cs}' d\varphi_s + 2 \cdot \int_{\frac{3}{4}\pi - \varphi_o}^{\pi} \varepsilon_{c,II-VII,s} \cdot v_{cs}' d\varphi_s - \int_{\frac{\pi}{4} + \varphi_a}^{\pi} \varepsilon_{c,II-VII,g} \cdot v_{cg}' d\varphi_g \right] \quad (52)$$

$$Y_{sg} = Y_{sVIII} = Y_{sg}(\alpha_g) = (-1) \cdot \left[\int_0^{\frac{3}{4}\pi - \varphi_a} \varepsilon_{s,VIII,d} d\varphi_d + 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{4} + \varphi_o} \varepsilon_{s,VIII,s} d\varphi_s + \int_{\frac{\pi}{4} + \varphi_o}^{\frac{3}{4}\pi - \varphi_o} \varepsilon_{s,VIII,s} d\varphi_s + 2 \cdot \int_{\frac{3}{4}\pi - \varphi_o}^{\pi} \varepsilon_{s,VIII,s} d\varphi_s + \int_{\frac{\pi}{4} + \varphi_a}^{\pi} \varepsilon_{s,VIII,g} d\varphi_g \right] \quad (53)$$

$$X_{cl}(\alpha_d) = 3\pi - 2\varphi_a - \alpha_d + 2\varphi_o + (2\rho_K \alpha_d + \sin \alpha_d) \cos \alpha_d + (\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 + \rho_K^2 (3\pi - 4\varphi_a) + 2\rho_K (2\sqrt{2} \sin \varphi_a + 2\sqrt{2} \cos \varphi_a - \sin \alpha_d) \quad (54)$$

$$Y_{cl}(\alpha_d) = \rho_K (3\pi + 2\varphi_o - 2\varphi_a) + \sin \alpha_d + (3\pi - 2\varphi_a - \alpha_d + 2\varphi_o) \cos \alpha_d \quad (55)$$

$$X_{sd}(\alpha_d) = \rho_K^2 (3\pi - 4\varphi_a) + 4\sqrt{2} \cdot \eta \cdot \rho_K (\sin \varphi_a + \cos \varphi_a) + \\ + \eta^2 \left[2\phi_o - 2\phi_a + 3\pi + (\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 \right] \quad (56)$$

$$Y_{sd}(\alpha_d) = \rho_K (3\pi + 2\varphi_o - 2\varphi_a) + (3\pi - 2\varphi_a + 2\varphi_o) \cos \alpha_d \quad (57)$$

Wykonując obliczenia formuł X_{cII} , Y_{cII} założono że w strefie ściskanej będą pracowały pierścienie środkowe oraz pierścień dolny w zakresie kątowym od $\pi - \alpha_{p1}$ do $3\pi/4 - \varphi_a$. Wyprowadzenie wzoru na wiążący kąt $\alpha_{p1} = \arccos(\rho_K - \cos \alpha_s)$ wynika z $r_c \cos(\alpha_s) + r_c \cos(\alpha_{p1}) = K$.

$$X_{cII}(\alpha_s) = 2\pi - 2\alpha_s - 2\varphi_a + 2\varphi_o + 2(\rho_K \pi + \sin \alpha_s) \cos \alpha_s + (\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 + \\ + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 + \rho_K^2 (\pi - 4\varphi_a) + [1 + 2\rho_K^2 - 2\rho_K \cos \alpha_s] \arccos(\rho_K - \cos \alpha_s) + \\ + 4\sqrt{2} \cdot \rho_K (\sin \varphi_a + \cos \varphi_a) + \sqrt{1 - \rho_K^2 + 2\rho_K \cos \alpha_s - (\cos \alpha_s)^2} \cdot [\cos \alpha_s - 3\rho_K] \quad (58)$$

Używając wyrażenia na $\alpha_{p1}(\alpha_s)$ we wzorze (58) otrzymano

$$X_{cII}(\alpha_s) = 2\pi - 2\alpha_s - 2\varphi_a + 2\varphi_o + 2(\rho_K \pi + \sin \alpha_s) \cos \alpha_s + (\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 + \\ + \rho_K^2 (\pi - 4\varphi_a) + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 + 4\sqrt{2} \cdot \rho_K (\sin \varphi_a + \cos \varphi_a) + \\ + (\cos \alpha_{p1} + 2 \cos \alpha_s - 4\rho_K) \sin \alpha_{p1} + \alpha_{p1} (1 + 2\rho_K^2 - 2\rho_K \cos \alpha_s) \quad (59)$$

$$Y_{cII}(\alpha_s) = \rho_K \pi + 2 \sin \alpha_s + 2(\pi - \varphi_a - \alpha_s + \varphi_o) \cos \alpha_s + \\ + \sqrt{1 - \rho_K^2 + 2\rho_K \cos \alpha_s - (\cos \alpha_s)^2} + [\cos \alpha_s - \rho_K] \arccos(\rho_K - \cos \alpha_s) \quad (60)$$

Wykorzystując w powyższym wzorze wyrażenie na $\alpha_{p1}(\alpha_s)$ otrzymano

$$Y_{cII}(\alpha_s) = \rho_K \pi + 2 \sin \alpha_s + 2(\pi - \varphi_a - \alpha_s + \varphi_o) \cos \alpha_s + \sin(\alpha_{p1}) + (\cos \alpha_s - \rho_K) \alpha_{p1} \quad (61)$$

Wartości funkcji X_c , Y_c , X_s , Y_s w przedziałach, w których występują wielkości α_{p1} , α_{p2} , φ_{p1} , φ_{p2} można alternatywnie uprościć korzystając z twierdzeń dotyczących funkcji cyklometrycznych. W niniejszym artykule podano formę bardziej zwięzłą. Wartości α_{p2} , φ_{p1} , φ_{p2} należy obliczać z $\alpha_{p2}(\alpha_s) = \arccos(\rho_K + \cos \alpha_s)$, $\varphi_{p1} = \arccos(\rho_K - 1)$, $\varphi_{p2} = \arccos(\rho_K - 1)$.

Można zauważyć że funkcja $\varepsilon_{s,II-VII.g}(\varphi_g, \alpha_s) = \rho_K - \eta \cos \varphi_g + \cos \alpha_s$ w dziedzinie $D_\varepsilon = \{(\varphi_g, \alpha_s) : \pi/4 + \varphi_a \leq \varphi_g \leq \pi \wedge 0 \leq \alpha_s \leq \pi\}$ przyjmuje wartości dodatnie i ujemne (przyjęto $\eta = 1$). Dla betonu ma miejsce ta sama sytuacja odnośnie $\varepsilon_{c,II-VII.g}(\varphi_g, \alpha_s)$. Ten fakt uwzględniono poprzez wydzielenie VI i VII przedziału położenia osi obojętnej i w toku obliczeń X_{ss} , Y_{ss} , X_{cVI} , Y_{cVI} , X_{cVII} , Y_{cVII} :

$$X_{ss}(\alpha_s) = \eta^2 \left[2\varphi_o + \frac{7}{2}\pi + (\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 \right] + 2 \left[2\rho_K \varphi_a + \frac{1}{2}\rho_K \pi - \eta\sqrt{2} \cos \varphi_a - \eta\sqrt{2} \sin \varphi_a \right] \cos \alpha_s + \\ + 4\rho_K^2 \pi + 2\eta (2 \cos \alpha_s + 4\rho_K - \eta \cos \varphi_{p2}) \sin \varphi_{p2} - 2\varphi_{p2} (\eta^2 + 2\rho_K^2 + 2\rho_K \cos \alpha_s) \quad (62)$$

$$Y_{ss}(\alpha_s) = \rho_K \left(\frac{\pi}{2} + 2\varphi_a \right) + \left(\frac{7}{2}\pi + 2\varphi_o \right) \cos \alpha_s - \eta\sqrt{2}(\sin \varphi_a + \cos \varphi_a) + 2\eta \sin \varphi_{p2} - 2\varphi_{p2}(\cos \alpha_s + \rho_K) \quad (63)$$

$$X_{cII}(\alpha_s) = \frac{9}{4}\pi - 2\alpha_s - \varphi_a + 2\varphi_o + 2\sqrt{2} \cdot \rho_K (\sin \varphi_a + \cos \varphi_a) + \cos \alpha_s \left[\frac{3}{2}\rho_K\pi - 2\rho_K\varphi_a + 2\sin \alpha_s + \sqrt{2}\sin \varphi_a + \sqrt{2}\cos \varphi_a \right] + \rho_K^2 \left[\frac{3}{2}\pi - 2\varphi_a \right] + (\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 + \frac{1}{2} \left[(\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 \right] \quad (64)$$

$$Y_{cIII}(\alpha_s) = \frac{3}{4}\rho_K\pi - \rho_K\varphi_a + 2\sin \alpha_s + \left(\frac{9}{4}\pi - \varphi_a - 2\alpha_s + 2\varphi_o \right) \cos \alpha_s + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin \varphi_a + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos \varphi_a \quad (65)$$

$$X_{cIV}(\alpha_s) = 2\pi - \alpha_s - \varphi_a + \varphi_o + 2\sqrt{2} \cdot \rho_K (\sin \varphi_a + \cos \varphi_a) + \left[\frac{3}{2}\rho_K\pi - 2\rho_K\varphi_a + \sin \alpha_s + \sqrt{2}(\sin \varphi_a + \cos \varphi_a + \sin \varphi_o + \cos \varphi_o) \right] \cos \alpha_s + \rho_K^2 \left[\frac{3}{2}\pi - 2\varphi_a \right] + \frac{1}{2} \left[(\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 + (\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 \right] \quad (66)$$

$$Y_{cIV}(\alpha_s) = \frac{3}{4}\rho_K\pi - \rho_K\varphi_a + \sin \alpha_s + (2\pi - \varphi_a - \alpha_s + \varphi_o) \cos \alpha_s + \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \varphi_a + \cos \varphi_a + \sin \varphi_o + \cos \varphi_o) \quad (67)$$

$$X_{cV}(\alpha_s) = \frac{11}{4}\pi - 2\alpha_s - \varphi_a + 2\sqrt{2} \cdot \rho_K (\sin \varphi_a + \cos \varphi_a) + \frac{1}{2} \left[(\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 \right] + \left[\frac{3}{2}\rho_K\pi - 2\rho_K\varphi_a + 2\sin \alpha_s + \sqrt{2}(\sin \varphi_a + \cos \varphi_a) \right] \cos \alpha_s + \rho_K^2 \left[\frac{3}{2}\pi - 2\varphi_a \right] \quad (68)$$

$$Y_{cV}(\alpha_s) = \frac{3}{4}\rho_K\pi - \rho_K\varphi_a + 2\sin \alpha_s + \left(\frac{11}{4}\pi - \varphi_a - 2\alpha_s \right) \cos \alpha_s + \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \varphi_a + \cos \varphi_a) \quad (70)$$

$$X_{cVI}(\alpha_s) = 3\pi - 2\alpha_s + 2\rho_K^2\pi + 2(\rho_K\pi + \sin \alpha_s) \cos \alpha_s + (2\cos \alpha_s - \cos \alpha_{p2} + 4\rho_K) \sin \alpha_{p2} - \alpha_{p2}(2\rho_K \cos \alpha_s + 2\rho_K^2 + 1) \quad (71)$$

$$Y_{cVI}(\alpha_s) = \rho_K\pi + 2\sin \alpha_s + (3\pi - 2\alpha_s) \cos \alpha_s + \sin \alpha_{p2} - \alpha_{p2} \cos \alpha_s - \alpha_{p2}\rho_K \quad (72)$$

$$X_{cVII}(\alpha_s) = 3\pi - 2\alpha_s + 2\rho_K^2\pi + 2(\rho_K\pi + \sin \alpha_s) \cos \alpha_s + \alpha_{p2}(2\rho_K \cos \alpha_s + 2\rho_K^2 + 1) + (\cos \alpha_{p2} - 2\cos \alpha_s - 4\rho_K) \sin \alpha_{p2} - 2\varphi_{p2}(1 + 2\rho_K^2 + 2\rho_K \cos \alpha_s) + 2(4\rho_K - \cos \varphi_{p2} + 2\cos \alpha_s) \sin \varphi_{p2} \quad (73)$$

$$Y_{cVII}(\alpha_s) = \rho_K\pi + 2\sin \alpha_s + (3\pi - 2\alpha_s) \cos \alpha_s + \alpha_{p2}(\rho_K + \cos \alpha_s) - \sin \alpha_{p2} + 2[\sin \varphi_{p2} - \varphi_{p2}(\rho_K + \cos \alpha_s)] \quad (74)$$

$$X_{cVIII}(\alpha_g) = \pi - \alpha_g + (2\rho_K\pi - 2\rho_K\alpha_g + \sin \alpha_g) \cos \alpha_g + 2\rho_K \sin \alpha_g \quad (75)$$

$$Y_{cVIII}(\alpha_g) = (\pi - \alpha_g) \cos \alpha_g + \sin \alpha_g \quad (76)$$

$$X_{sg}(\alpha_g) = \rho_K^2 (3\pi - 4\varphi_a) + 4\sqrt{2} \cdot \eta \cdot \rho_K (\sin \varphi_a + \cos \varphi_a) + \\ + \eta^2 \left[2\varphi_o - 2\varphi_a + 3\pi + (\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 \right] \quad (77)$$

$$Y_{sg}(\alpha_g) = \rho_K (2\varphi_a - 3\pi - 2\varphi_o) + (3\pi - 2\varphi_a + 2\varphi_o) \cos \alpha_g \quad (78)$$

Wartości funkcji zawierają się w następujących przedziałach: X_{cl}, Y_{cl} dla:

$$\alpha_d \in \langle 0, \pi - \varphi_{p1} \rangle \quad (79)$$

$$X_{cII}, Y_{cII} \text{ dla } \alpha_s \in \langle 0, \pi/4 - \varphi_a \rangle, X_{cIII}, Y_{cIII} \text{ dla } \alpha_s \in \langle \pi/4 - \varphi_a, \pi/4 + \varphi_o \rangle \quad (80)$$

$$X_{cIV}, Y_{cIV} \text{ dla } \alpha_s \in \langle \pi/4 + \varphi_o, 3\pi/4 - \varphi_o \rangle, X_{cV}, Y_{cV} \text{ dla } \alpha_s \in \langle 3\pi/4 - \varphi_o, 3\pi/4 + \varphi_a \rangle \quad (81)$$

$$X_{cVI}, Y_{cVI} \text{ dla } \alpha_s \in \langle 3\pi/4 + \varphi_a, \arccos(\cos(\pi/4 + \varphi_a) - \rho_K) \rangle \quad (82)$$

$$X_{cVII}, Y_{cVII} \text{ dla } \alpha_s \in \langle \arccos(\cos(\pi/4 + \varphi_a) - \rho_K), \pi \rangle, X_{cVIII}, Y_{cVIII} \text{ dla } \alpha_g \in \langle \varphi_{p2}, \pi \rangle \quad (83)$$

Załącznik B

Finalne wartości współczynników funkcyjnych w poszczególnych przedziałach położenia osi obojętnej dla przekroju osłabionego przedstawiono w kilku przypadkach na przykładzie wzorów (84) – (125).

$$X_{cl}(\alpha_d) = 4\pi - 4\varphi_a - 2\alpha_d + 8\xi + 4\varphi_o + 2(2\rho_K\alpha_d + \sin \alpha_d) \cos \alpha_d + \\ + 2 \left[(\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 \right] + 4\rho_K^2 (\pi + 2\xi - 2\varphi_a) + \\ + 4\rho_K (-\sin \alpha_d + 2\sqrt{2} \sin \varphi_a + 2\sqrt{2} \cos \varphi_a - 2 \cos \xi + 2 \sin \xi) \quad (84)$$

$$Y_{cl}(\alpha_d) = 4\rho_K (\pi + \varphi_o + 2\xi - \varphi_a) + 2 \sin \alpha_d + 2(2\pi - 2\varphi_a - \alpha_d + 4\xi + 2\varphi_o) \cos \alpha_d \quad (85)$$

$$X_{sd}(\alpha_d) = 4\rho_K^2 (\pi + 2\xi - 2\varphi_a) + 8\eta\rho_K (\sin \xi - \cos \xi + \sqrt{2} \sin \varphi_a + \sqrt{2} \cos \varphi_a) + \\ + 2\eta^2 \left[2\varphi_o - 2\varphi_a + 4\xi + 2\pi + (\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 \right] + \\ + \frac{2}{\rho} \left(\sum_{i=1}^2 \varepsilon_{si,I-III,d} \cdot v_{s\xi d} \cdot \rho_{\xi i} + \sum_{i=3}^6 \varepsilon_{si,I-III,s} \cdot v_{s\xi s} \cdot \rho_{\xi i} + \sum_{i=7}^8 \varepsilon_{si,I-III,g} \cdot v_{s\xi g} \cdot \rho_{\xi i} \right) \quad (86)$$

$$Y_{sd}(\alpha_s) = 4\rho_K (\pi + \varphi_o + 2\xi - \varphi_a) + 4(\pi - \varphi_a + 2\xi + \varphi_o) \cos \alpha_d + \\ - \frac{1}{\rho} \left(\sum_{i=1}^2 \varepsilon_{si,I-III,d} \cdot \rho_{\xi i} + \sum_{i=3}^6 \varepsilon_{si,I-III,s} \cdot \rho_{\xi i} + \sum_{i=7}^8 \varepsilon_{si,I-III,g} \cdot \rho_{\xi i} \right) \quad (87)$$

$$X_{cII}(\alpha_d) = 4\pi - 4\varphi_a - \alpha_d + 7\xi + 4\varphi_o + (2\rho_K\xi + 2\rho_K\alpha_d + 2 \sin \xi + \sin \alpha_d) \cos \alpha_d + \\ + 4\rho_K^2 (\pi + 2\xi - 2\varphi_a) - \sin \xi \cos \xi + 2 \left[(\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 \right] + \\ + 2\rho_K (4\sqrt{2} \cos \varphi_a - 4 \cos \xi + 4\sqrt{2} \sin \varphi_a + 3 \sin \xi - \sin \alpha_d) \quad (88)$$

$$Y_{cII} = Y_{cII}(\alpha_d) = 4\rho_K (\pi + \varphi_o + 2\xi - \varphi_a) + (4\pi + 7\xi - \alpha_d - 4\varphi_a + 4\varphi_o) \cos \alpha_d + \sin \alpha_d + \sin \xi \quad (89)$$

$$\begin{aligned} X_{cIII}(\alpha_d) = & \frac{9}{2}\pi - 4\varphi_a - 2\alpha_d + 6\xi + 4\varphi_o + 4\rho_K^2 (\pi + 2\xi - 2\varphi_a) + \cos \alpha_d [4\rho_K \alpha_d + 4\rho_K \xi + \\ & - \rho_K \pi - 2 \cos \xi + 2 \sin \xi + 2 \sin \alpha_d] + 2 \left[(\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 \right] + \\ & + 2\rho_K (4\sqrt{2} \cos \varphi_a - 3 \cos \xi + 4\sqrt{2} \sin \varphi_a + 3 \sin \xi - 2 \sin \alpha_d) \end{aligned} \quad (90)$$

$$Y_{cIII}(\alpha_d) = 4\rho_K (\pi + \varphi_o + 2\xi - \varphi_a) + \left(\frac{9}{2}\pi + 6\xi - 2\alpha_d - 4\varphi_a + 4\varphi_o \right) \cos \alpha_d + 2 \sin \alpha_d + \sin \xi - \cos \xi \quad (91)$$

$$\begin{aligned} X_{cIV}(\alpha_s) = & 3\pi - 4\varphi_a + 4\varphi_o + 5\xi - 4\alpha_s + \alpha_{p1} + \rho_K^2 \left(\frac{3}{2}\pi + 4\xi - 6\varphi_a + 2\alpha_{p1} \right) + 2 \left[(\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 \right] + \\ & + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 - \sin \xi \cos \xi + 2\rho_K (3\sqrt{2} \cos \varphi_a - 2 \cos \xi + 3\sqrt{2} \sin \varphi_a + 2 \sin \xi) + \\ & + 2 \left(2 \sin \xi + \sqrt{2} \sin \varphi_a + 2\rho_K \xi + 2 \sin \alpha_s + \frac{5}{4}\rho_K \pi - \rho_K \varphi_a - \cos \xi - \rho_K \alpha_{p1} \right) \cos \alpha_s + \\ & + \cos \alpha_{p1} \sin \alpha_{p1} - 4\rho_K \sin \alpha_{p1} + 2 \cos \alpha_s \sin \alpha_{p1} \end{aligned} \quad (92)$$

$$\begin{aligned} Y_{cIV}(\alpha_s) = & \rho_K \left(\frac{5}{4}\pi - \varphi_a + 2\xi - \alpha_{p1} \right) + (3\pi - 4\varphi_a - 4\alpha_s + 4\varphi_o + 5\xi + \alpha_{p1}) \cos \alpha_s + \\ & + \sin \alpha_{p1} + 4 \sin \alpha_s + 2 \sin \xi + \sqrt{2} \sin \varphi_a - \cos \xi \end{aligned} \quad (93)$$

$$\begin{aligned} X_{ss}(\alpha_s) = & 2\rho_K^2 (4\xi + 3\pi - 4\varphi_{p2}) + 4\eta \sin \varphi_{p2} (2 \cos \alpha_s + 4\rho_K - \eta \cos \varphi_{p2}) + \\ & + 4 \left(2\rho_K \varphi_a + \frac{1}{2}\rho_K \pi - \eta \sqrt{2} \cos \varphi_a - \eta \sqrt{2} \sin \varphi_a - 2\rho_K \varphi_{p2} \right) \cos \alpha_s + \\ & + 8\rho_K \eta (\sin \xi - \cos \xi) + \eta^2 \left[4\varphi_o - 4\varphi_{p2} + 5\pi + 8\xi + 2 \left[(\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 \right] \right] + \\ & + \frac{2}{\rho} \left(\sum_{i=1}^2 \varepsilon_{si,IV-XI,d} \cdot v_{s\xi d}' \cdot \rho_{\xi i} + \sum_{i=3}^6 \varepsilon_{si,IV-XI,s} \cdot v_{s\xi s}' \cdot \rho_{\xi i} + \sum_{i=7}^8 \varepsilon_{si,IV-XI,g} \cdot v_{s\xi g}' \cdot \rho_{\xi i} \right) \end{aligned} \quad (94)$$

$$\begin{aligned} Y_{ss} = Y_{ss}(\alpha_s) = & \rho_K (\pi + 4\varphi_a - 4\varphi_{p2}) + (5\pi + 8\xi + 4\varphi_o - 4\varphi_{p2}) \cos \alpha_s + 2\eta (2 \sin \varphi_{p2} - \sqrt{2} \cos \varphi_a - \\ & - \sqrt{2} \sin \varphi_a) - \frac{1}{\rho} \left(\sum_{i=1}^2 \varepsilon_{si,IV-XI,d} \cdot \rho_{\xi i} + \sum_{i=3}^6 \varepsilon_{si,IV-XI,s} \cdot \rho_{\xi i} + \sum_{i=7}^8 \varepsilon_{si,IV-XI,g} \cdot \rho_{\xi i} \right) \end{aligned} \quad (95)$$

$$\begin{aligned} X_{cV}(\alpha_s) = & 3\pi - 2\varphi_a + 4\varphi_o + 5\xi - 3\alpha_s + \rho_K^2 (2\pi + 4\xi - 4\varphi_a) + 2 \cos \alpha_s (2\rho_K \xi + \rho_K \pi - 2\rho_K \varphi_a + \\ & + \frac{3}{2} \sin \alpha_s + 2 \sin \xi + \sqrt{2} \sin \varphi_a - \cos \xi + \sqrt{2} \cos \varphi_a) + 2 \left[(\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 \right] + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 - \\ & - \sin \xi \cos \xi + 4\rho_K (\sqrt{2} \cos \varphi_a - \cos \xi + \sqrt{2} \sin \varphi_a + \sin \xi) \end{aligned} \quad (96)$$

$$\begin{aligned} Y_{cV}(\alpha_s) = & \rho_K (\pi - 2\varphi_a + 2\xi) + \cos \alpha_s (3\pi - 2\varphi_a - 3\alpha_s + 4\varphi_o + 5\xi) + \\ & + 3 \sin \alpha_s + 2 \sin \xi + \sqrt{2} \sin \varphi_a + \sqrt{2} \cos \varphi_a - \cos \xi \end{aligned} \quad (97)$$

$$\begin{aligned} X_{cVI}(\alpha_s) = & \frac{5}{2}\pi - \alpha_s - 2\varphi_a + 2\varphi_o + 5\xi + \rho_K^2 (2\pi + 4\xi - 4\varphi_a) + 2 \cos \alpha_s (2\rho_K \xi + \rho_K \pi - 2\rho_K \varphi_a + \\ & + \frac{1}{2} \sin \alpha_s + \sqrt{2} \cos \varphi_o + \sqrt{2} \sin \varphi_o + 2 \sin \xi + \sqrt{2} \sin \varphi_a - \cos \xi + \sqrt{2} \cos \varphi_a) + (\cos \varphi_o)^2 - \\ & - (\sin \varphi_o)^2 + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 - \sin \xi \cos \xi + 4\rho_K (\sqrt{2} \sin \varphi_a + \sqrt{2} \cos \varphi_a - \cos \xi + \sin \xi) \end{aligned} \quad (98)$$

$$\begin{aligned}
Y_{cVI}(\alpha_s) &= \rho_K (\pi - 2\varphi_a + 2\xi) + \left(\frac{5}{2} \pi - 2\varphi_a - \alpha_s + 2\varphi_o + 5\xi \right) \cos \alpha_s + \\
&+ \sin \alpha_s + \sqrt{2} \cos \varphi_o + \sqrt{2} \sin \varphi_o + 2 \sin \xi + \sqrt{2} \sin \varphi_a + \sqrt{2} \cos \varphi_a - \cos \xi
\end{aligned} \tag{99}$$

$$\begin{aligned}
X_{cVII}(\alpha_s) &= 3\pi - 2\alpha_s - 2\varphi_a + 2\varphi_o + 4\xi + \rho_K^2 (2\pi + 4\xi - 4\varphi_a) + 2 \cos \alpha_s (\rho_K \pi + 2\rho_K \xi - 2\rho_K \varphi_a + \sin \alpha_s + \\
&+ \sqrt{2} \cos \varphi_o + \sqrt{2} \sin \varphi_o - 2 \cos \xi + 2 \sin \xi + \sqrt{2} \sin \varphi_a + \sqrt{2} \cos \varphi_a) + \\
&+ (\cos \varphi_o)^2 - (\sin \varphi_o)^2 + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 + 4\rho_K (\sqrt{2} \sin \varphi_a + \sqrt{2} \cos \varphi_a - \cos \xi + \sin \xi)
\end{aligned} \tag{100}$$

$$\begin{aligned}
Y_{cVIII}(\alpha_s) &= \rho_K (\pi - 2\varphi_a + 2\xi) + \cos \alpha_s (3\pi - 2\varphi_a - 2\alpha_s + 2\varphi_o + 4\xi) + \\
&+ \sqrt{2} [\cos \varphi_o + \sin \varphi_o + \sin \varphi_a + \cos \varphi_a] + 2 (\sin \alpha_s + \sin \xi - \cos \xi)
\end{aligned} \tag{101}$$

$$\begin{aligned}
X_{cVIII}(\alpha_s) &= \frac{5}{2} \pi - \alpha_s - 2\varphi_a + 2\varphi_o + 3\xi + 2\rho_K^2 (\pi + 2\xi - 2\varphi_a) + 2 \cos \alpha_s (\rho_K \pi + 2\rho_K \xi - 2\rho_K \varphi_a + \\
&+ \frac{1}{2} \sin \alpha_s + \sqrt{2} \cos \varphi_o + \sqrt{2} \sin \varphi_o - 2 \cos \xi + 2 \sin \xi + \sqrt{2} \sin \varphi_a + \sqrt{2} \cos \varphi_a) + (\cos \varphi_o)^2 - \\
&- (\sin \varphi_o)^2 + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 + \sin \xi \cos \xi + 4\rho_K (\sqrt{2} \sin \varphi_a + \sqrt{2} \cos \varphi_a - \cos \xi + \sin \xi)
\end{aligned} \tag{102}$$

$$\begin{aligned}
Y_{cVIII}(\alpha_s) &= \rho_K (\pi - 2\varphi_a + 2\xi) + \left(\frac{5}{2} \pi - 2\varphi_a - \alpha_s + 2\varphi_o + 3\xi \right) \cos \alpha_s + \\
&+ \sin \alpha_s + \sqrt{2} (\cos \varphi_o + \sin \varphi_o + \sin \varphi_a + \cos \varphi_a) + 2 \sin \xi - \cos \xi
\end{aligned} \tag{103}$$

$$\begin{aligned}
X_{cIX}(\alpha_s) &= 4\pi - 3\alpha_s - 2\varphi_a + 3\xi + 2\rho_K^2 (\pi + 2\xi - 2\varphi_a) + 2 \cos \alpha_s (\rho_K \pi + 2\rho_K \xi - 2\rho_K \varphi_a + \frac{3}{2} \sin \alpha_s - \\
&- \cos \xi + 2 \sin \xi + \sqrt{2} \sin \varphi_a + \sqrt{2} \cos \varphi_a) + (\sin \varphi_a)^2 - (\cos \varphi_a)^2 + \sin \xi \cos \xi + \\
&+ 4\rho_K (\sqrt{2} \sin \varphi_a + \sqrt{2} \cos \varphi_a - \cos \xi + \sin \xi)
\end{aligned} \tag{104}$$

$$\begin{aligned}
Y_{cIX}(\alpha_s) &= \rho_K (\pi - 2\varphi_a + 2\xi) + (4\pi - 2\varphi_a - 3\alpha_s + 3\xi) \cos \alpha_s + \\
&+ 3 \sin \alpha_s + \sqrt{2} (\sin \varphi_a + \cos \varphi_a) + 2 \sin \xi - \cos \xi
\end{aligned} \tag{105}$$

$$\begin{aligned}
X_{cX}(\alpha_s) &= \frac{11}{2} \pi - 4\alpha_s + 2\xi + \rho_K^2 (3\pi + 4\xi) + 2 \left(\frac{3}{2} \rho_K \pi + 2\rho_K \xi + 2 \sin \alpha_s - \cos \xi + \sin \xi \right) \cos \alpha_s + \\
&+ 4\rho_K (\sin \xi - \cos \xi) + 2 (2 \cos \alpha_s - \cos \alpha_{p2} + 4\rho_K) \sin \alpha_{p2} - 2\alpha_{p2} (2\rho_K \cos \alpha_s + 2\rho_K^2 + 1)
\end{aligned} \tag{106}$$

$$\begin{aligned}
Y_{cX}(\alpha_s) &= \rho_K \left(\frac{3}{2} \pi + 2\xi \right) + \left(\frac{11}{2} \pi - 4\alpha_s + 2\xi \right) \cos \alpha_s + 4 \sin \alpha_s + \sin \xi - \cos \xi + \\
&+ 2 (\sin \alpha_{p2} - \alpha_{p2} \cos \alpha_s - \alpha_{p2} \rho_K)
\end{aligned} \tag{107}$$

$$\begin{aligned}
X_{cXI}(\alpha_s) &= \frac{11}{2} \pi - 4\alpha_s + 2\xi + \rho_K^2 (3\pi + 4\xi) + 2 \left(\frac{3}{2} \rho_K \pi + 2\rho_K \xi + 2 \sin \alpha_s - \cos \xi + \sin \xi \right) \cos \alpha_s + \\
&+ 4\rho_K (\sin \xi - \cos \xi) + 2\alpha_{p2} (2\rho_K \cos \alpha_s + 2\rho_K^2 + 1) + 2 \sin \alpha_{p2} (\cos \alpha_{p2} - 2 \cos \alpha_s - 4\rho_K) - \\
&- 4\varphi_{p2} (1 + 2\rho_K^2 + 2\rho_K \cos \alpha_s) + 4 \sin \varphi_{p2} (4\rho_K - \cos \varphi_{p2} + 2 \cos \alpha_s)
\end{aligned} \tag{108}$$

$$\begin{aligned}
Y_{cXI}(\alpha_s) &= \rho_K \left(\frac{3}{2} \pi + 2\xi \right) + \left(\frac{11}{2} \pi - 4\alpha_s + 2\xi \right) \cos \alpha_s + 4 \sin \alpha_s + \sin \xi - \cos \xi + \\
&+ 2 [\alpha_{p2} (\rho_K + \cos \alpha_s) - \sin \alpha_{p2}] + 4 [\sin \varphi_{p2} - \varphi_{p2} (\rho_K + \cos \alpha_s)]
\end{aligned} \tag{109}$$

$$X_{cXII}(\alpha_g) = \frac{3}{2}\pi - 2\alpha_g + 2\xi + 2\rho_K \left(2\sin\alpha_g + \sin\xi - \cos\xi \right) + \\ + 2 \left(\frac{3}{2}\rho_K\pi - 2\rho_K\alpha_g + 2\rho_K\xi + \sin\alpha_g - \cos\xi + \sin\xi \right) \cos\alpha_g \quad (110)$$

$$Y_{cXII}(\alpha_g) = \left(\frac{3}{2}\pi - 2\alpha_g + 2\xi \right) \cos\alpha_g + 2\sin\alpha_g + \sin\xi - \cos\xi \quad (111)$$

$$X_{sg}(\alpha_g) = 4\rho_K^2 \left(\pi + 2\xi - 2\varphi_a \right) + 8\eta\rho_K \left(\sin\xi - \cos\xi + \sqrt{2}\sin\varphi_a + \sqrt{2}\cos\varphi_a \right) + \\ + 2\eta^2 \left[2\varphi_o - 2\varphi_a + 4\xi + 2\pi + \left(\cos\varphi_o \right)^2 - \left(\sin\varphi_o \right)^2 + \left(\sin\varphi_a \right)^2 - \left(\cos\varphi_a \right)^2 \right] + \\ + \frac{2}{\rho} \cdot \left(\sum_{i=1}^2 \varepsilon_{si,XII-XIV,d} \cdot v_{s\xi d} \cdot \rho_{\xi i} + \sum_{i=3}^6 \varepsilon_{si,XII-XIV,s} \cdot v_{s\xi s} \cdot \rho_{\xi i} + \sum_{i=7}^8 \varepsilon_{si,XII-XIV,g} \cdot v_{s\xi g} \cdot \rho_{\xi i} \right) \quad (112)$$

$$Y_{sg}(\alpha_g) = \rho_K \left(-\frac{5}{2}\pi + 2\varphi_a - 4\varphi_o - 8\xi \right) + \left(\frac{13}{4}\pi - 3\varphi_a + 8\xi + 4\varphi_o \right) \cos\alpha_g + \frac{\sqrt{2}}{2}\eta \left(\sin\varphi_a + \cos\varphi_a \right) - \\ - \frac{1}{\rho} \cdot \left(\sum_{i=1}^2 \varepsilon_{si,XII-XIV,d} \cdot \rho_{\xi i} + \sum_{i=3}^6 \varepsilon_{si,XII-XIV,s} \cdot \rho_{\xi i} + \sum_{i=7}^8 \varepsilon_{si,XII-XIV,g} \cdot \rho_{\xi i} \right) \quad (113)$$

$$X_{cXIII}(\alpha_g) = \pi - \alpha_g + \xi + 2\rho_K \left(\sin\alpha_g + \sin\xi \right) + \sin\xi \cos\xi + \\ + 2 \left(\rho_K\pi - \rho_K\alpha_g + \rho_K\xi + \sin\alpha_g + \sin\xi \right) \cos\alpha_g \quad (114)$$

$$Y_{cXIII}(\alpha_g) = \left(\pi - \alpha_g + \xi \right) \cos\alpha_g + \sin\alpha_g + \sin\xi \quad (115)$$

$$X_{cXIV}(\alpha_g) = 2\pi - 2\alpha_g + 4\rho_K \sin\alpha_g + 4 \left(\rho_K\pi - \rho_K\alpha_g + \frac{1}{2}\sin\alpha_g \right) \cos\alpha_g \quad (116)$$

$$Y_{cXIV}(\alpha_g) = 2\cos\alpha_g \left(\pi - \alpha_g \right) + 2\sin\alpha_g \quad (117)$$

Wartości funkcji zawierają się w następujących przedziałach: X_{cl}, Y_{cl} dla:

$$\alpha_d \in \langle 0, \xi \rangle \quad (118)$$

$$X_{cII}, Y_{cII} \text{ dla } \alpha_d \in \langle \xi, \pi/2 - \xi \rangle, X_{cIII}, Y_{cIII} \text{ dla } \alpha_d \in \langle \pi/2 - \xi, \pi - \varphi_p \rangle \quad (119)$$

$$X_{cIV}, Y_{cIV} \text{ dla } \alpha_s \in \langle 0, \pi/4 - \varphi_a \rangle, X_{cV}, Y_{cV} \text{ dla } \alpha_s \in \langle \pi/4 - \varphi_a, \pi/4 + \varphi_o \rangle \quad (120)$$

$$X_{cVI}, Y_{cVI} \text{ dla } \alpha_s \in \langle \pi/4 + \varphi_o, \pi/2 - \xi \rangle, X_{cVII}, Y_{cVII} \text{ dla } \alpha_s \in \langle \pi/2 - \xi, \pi/2 + \xi \rangle \quad (121)$$

$$X_{cVIII}, Y_{cVIII} \text{ dla } \alpha_s \in \langle \pi/2 + \xi, 3\pi/4 - \varphi_o \rangle, X_{cIX}, Y_{cIX} \text{ dla } \alpha_s \in \langle 3\pi/4 - \varphi_o, 3\pi/4 + \varphi_a \rangle \quad (122)$$

$$X_{cX}, Y_{cX} \text{ dla } \alpha_s \in \langle 3\pi/4 + \varphi_a, \arccos \left(\cos \left(\pi/4 + \varphi_a \right) - \rho_K \right) \rangle \quad (123)$$

$$X_{cXI}, Y_{cXI} \text{ dla } \alpha_s \in \langle \arccos \left(\cos \left(\pi/4 + \varphi_a \right) - \rho_K \right), \pi \rangle, X_{cXII}, Y_{cXII} \text{ dla } \alpha_g \in \langle \varphi_{p2}, \pi/2 + \xi \rangle \quad (124)$$

$$X_{cXIII}, Y_{cXIII} \text{ dla } \alpha_g \in \langle \pi/2 + \xi, \pi - \xi \rangle, X_{cXIV}, Y_{cXIV} \text{ dla } \alpha_g \in \langle \pi - \xi, \pi \rangle \quad (125)$$

Literatura

- [1] Lechman M., *Nośność i wymiarowanie przekrojów pierścieniowych elementów mimośrodowo ściskanych*, Wydawnictwa Instytutu Techniki Budowlanej, Warszawa 2006.
- [2] Lechman M., Lewiński P., *Wyznaczanie naprężeń normalnych w żelbetowych kominach wieloprzewodowych*, Inżynieria i budownictwo nr 11/1993.
- [3] Żurański J., *Wpływ interferencji aerodynamicznej na obciążenie wiatrem stalowych kominów wieloprzewodowych*, Prace Instytutu Techniki budowlanej – Kwartalnik nr 2-3 2000.
- [4] Żurański J., Józwiak R., *Obciążenie wiatrem stalowych kominów wieloprzewodowych*. XLV Konferencja naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1999.
- [5] Borzęcki K., *Praca magisterska „Projekt komina przemysłowego czteroprzewodowego o konstrukcji żelbetowej*, Politechnika Lubelska, 2008.
- [6] Mateja O., Cieślík J., *Czteroprzewodowy komin przemysłowy huty Katowice*, Problemy Projektowe Hutnictwa i Przemysłu Maszynowego Nr 12/1977.

The determination of normal stresses in cross-sections of the four-flue reinforced concrete chimney

Krzysztof Borzęcki, Marta Słowik

*Faculty of Civil and Sanitary Engineering, Lublin University of Technology,
20-618 Lublin, Nadbystrzycka 40, e-mail: krzysztofborzecki@wp.pl*

Abstract: In the paper the way of calculation of compressive stresses in the cross-section of a four-flue reinforced concrete chimney has been presented. Two types of cross section have been considered: the full cross section and the cross section weakened by openings. The analysis described in the paper refers to the chimney arrangement in diamond shape in relation to wind flow.

Key words: normal stresses, reinforced concrete chimney, the full cross-section and the cross section weakened by openings.