

Analiza statyczna i modalna Mostu Solidarności w Płocku

Jarosław Bęc¹, Michał Jukowski²

¹ *Katedra Mechaniki Budowli, Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Lubelska,
e-mail: j.bec@pollub.pl*

² *Katedra Dróg i Mostów, Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Lubelska,
e-mail: m.jukowski@pollub.pl*

Streszczenie: Mosty podwieszane to piękne konstrukcje, które dzięki swoim gabarytom oraz kształtom wprawiają w zachwyt nie jednego obserwatora. Zaprojektowanie takiego obiektu jest nie lada wyzwaniem dla projektantów. Konstrukcje te muszą przenosić duże siły wynikające z obciążeń eksploatacyjnych, zmian temperatury oraz pochodzących z parcia wiatru. W dzisiejszych czasach, każdy most podwieszony i wiszący musi zostać poddany specjalnym analizom, które zagwarantują jego bezpieczne użytkowanie. Projektant nie może dopuścić do sytuacji, która miała miejsce 7 listopada 1940 r. w północno-zachodniej części Stanów Zjednoczonych Ameryki w miejscowości Tacoma, gdzie doszło do katastrofy budowlanej mostu wiszącego. Konstrukcja uległa zniszczeniu w wyniku zbieżności częstotliwości drgań własnych giętych i skrętnych przęsła oraz zbyt małej sztywności przęsła. Autorzy poniższego artykułu dokonują analizy modalnej Mostu Solidarności w Płocku. Wspomniana konstrukcja jest najdłuższym obiektem podwieszonym w Polsce oraz jednocześnie najdłuższym mostem podwieszonym na świecie z przęsłem podwieszonym w jednej osi do pylonów kolumnowych zamocowanych w pomoście. Dodatkowo autorzy przeprowadzili analizę statyczną w celu weryfikacji przemieszczeń pionowych i poziomych konstrukcji, wynikających z różnych kombinacji obciążeń zmiennych.

Słowa kluczowe: MES, analiza statyczna, drgania własne konstrukcji.

1. Wprowadzenie

W niniejszej pracy autorzy podjęli się przeprowadzenia analizy Mostu Solidarności w Płocku. Opracowanie ma na celu weryfikację zachowania się konstrukcji pod wpływem różnego rodzaju oddziaływań, tzn.: ciężaru własnego konstrukcji, obciążenia taborem samochodowym oraz oddziaływania wiatru. Dokonywanie tego typu analiz jest bardzo ważnym aspektem społecznym oraz środowiskowym. Każdy uczestnik ruchu poruszający się po takim obiekcie musi odczuwać bezpieczeństwo oraz komfort jazdy. Mosty podwieszane i wiszące często określaną mianem "ikon" miast, w których się znajdują, bądź do których umożliwiają dojazd. Konstrukcje te przyciągają rzeszę turystów, pasjonatów, inżynierów czy też konstruktorów z całego świata, dlatego też muszą być wkomponowane w otoczenie oraz dostosowane do istniejących warunków środowiskowych. Te ogromne obiekty umożliwiają pokonywanie tras, które kiedyś były nie do przekroczenia. Są bardzo ważnym punktem w rozwoju komunikacji, przełamywaniu wszelkich barier etnicznych, społecznych, kulturowych. Umożliwiają rozwój miast pod kątem gospodarczym, turystycznym, naukowym. Stają się nieodłączną, integralną częścią miasta, która jest bezpośrednio z nim utożsamiana.

W pracy przeprowadzono dwie analizy: statyczną, dzięki której otrzymano wartości naprężeń i przemieszczeń konstrukcji oraz modalną, uzyskując dziesięć częstości i postaci

drań własnych. Dzięki wyżej wspomnianym analizom możliwy jest odpowiedni dobór parametrów oraz gabarytów przekrojów poszczególnych elementów mostu. Ma to bardzo duży wpływ na optymalne wykorzystanie materiałów konstrukcyjnych. Zredukowanie ilości materiałów zużytych na wybudowanie mostu nawet o kilka procent, wpływa pozytywnie na środowisko. Co więcej końcowy efekt estetyczny odnośnie konstrukcji mostu wynika bezpośrednio z powyższych analiz, które potwierdzają, iż bezpieczne użytkowanie mostu w takiej formie jest możliwe.

Na podstawie otrzymanych wyników sprawdzono stan graniczny użytkowalności oraz nośności w zależności od zastosowanej kombinacji obciążeń. Analizę przeprowadzono w programie AutodeskSimulationMultiphysics 2012. Na potrzeby analizy stworzono sześć scenariuszy obliczeniowych, które zostały opisane w rozdziale 2.1.1.

2. Opis konstrukcji

Most Solidarności w Płocku jest obiektem inżynierskim o konstrukcji podwieszanej. Na etapie projektowania został on podzielony na dwie części: most główny o długości 615,00 m oraz most inundacyjny (dojazdowy), nad terenami zalewowymi o całkowitej długości 585,00 m. Poniższa analiza dotyczy tylko mostu głównego.

Przekrój poprzeczny mostu stanowi stalowa, trójkomorowa skrzynia o stałej wysokości względem blachy dolnej i górnej. Szerokość całkowita przekroju wynosi 27,50 m, z czego 16,50 m stanowi górna część skrzynki oraz dwa wsporniki o długości 5,50 m każdy. Szerokość dolnej płyty wynosi 13,00 m. Na użytkowej szerokości przekroju możemy wyróżnić [2]:

- dwie jezdnie rozdzielone pasem rozdziału, każda o szerokości 8,80 m,
- obustronne chodniki o szerokości 2,50 m każdy,
- pas rozdziału o szerokości 2,50 m.

Górny pas stanowi płyta ortotropowa, wzmocniona żebrami podłużnymi o przekroju zamkniętym w strefach występowania jezdni oraz żebrami podłużnymi otwartymi z płaskowników, w miejscach występowania chodników i pasa centralnego.

Pylony typu kolumnowego zostały w całości wykonane ze stali. Posiadają zmienny przekrój na całej swojej wysokości – najszerszy w miejscu jego zamocowania w przęśle. Wysokość pylonów nad poziomem jezdni wynosi 63,67 m. We wnętrzu pylonów zostały przewidziane drabinowe ciągi komunikacyjne, dzięki którym możliwa jest ciągła kontrola stanu zakotwień.

Przekrój podłużny składa się z pięciu przęseł: głównego podwieszanego o długości 375,00 m oraz czterech bocznych o długościach 60,00 m każde. Most posiada spadek podłużny wynoszący 0,50 %.

W Moście Solidarności zastosowano niesymetryczny układ podwieszenia, zwany wachlarzowym. Przęsło główne podwieszono dzięki zastosowaniu czternastu par cięgien, po 7 wychodzących z każdego pylonu. Cięgna podwieszające zostały zakotwione w przęśle głównym w modularnym rozstawie wynoszącym 22,50 m, z wyjątkiem pierwszego odległego od pylonu o 41,25 m. Przęsła boczne podwieszono cięgnami w rozstawie równym 15,00 m, również z wyjątkiem pierwszego, które zamocowano w odległości 30,00 m od pylonu.

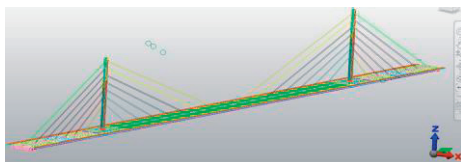
2.1. Opis modelu obliczeniowego mostu

W celu wykonania modelu obliczeniowego wykorzystano program Autodesk Simulation Multiphysics 2012 Student Version. Stworzony model geometrii mostu został zakwalifikowany do klasy (e^1+e^2 ; p^3), zgodnie z [1]. Symbole e^1 i e^2 oznaczają

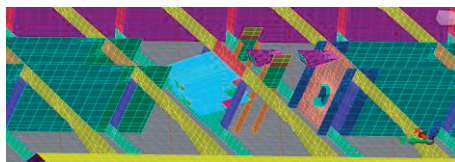
wymiar zastosowanych elementów, zaś symbol p^3 oznacza wymiar przestrzeni w jakiej został wykonany model. Na etapie tworzenia modelu wykorzystano następujące elementy:

- Shell / plate– płytowe,
- Beam– ramowe,
- Truss– kratowe.

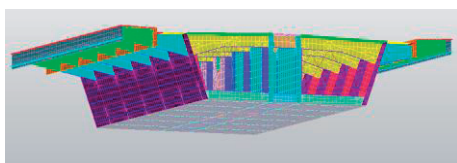
Opracowany model składa się z 893 694 elementów, z czego 643 257 to elementy płytowe (Plate), 250 381 elementy ramowe (Beam) oraz 56 elementy kratowe (Truss). W modelu występuje bardzo dużo elementów, które nie są połączone osiowo. W celu zamodelowania takich połączeń, autorzy posłużyli się opcją OFFSET, umożliwiającą rzeczywiste odwzorowanie połączenia danych elementów, poprzez przesunięcie osi łączących środki ciężkości przekrojów elementów we wskazaną lokalizację. Poniżej na rysunkach 1 ÷ 6, przedstawiono opisywany model.



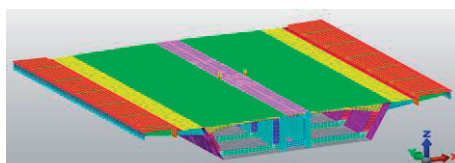
Rys. 1. Widok aksonometryczny modelu obliczeniowego



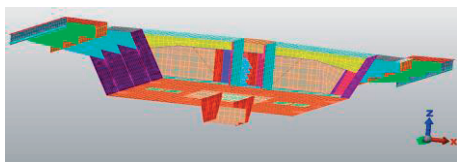
Rys. 2. Widok bloków kotwiących



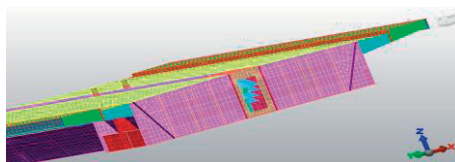
Rys. 3. Jedna z jednostek montażowych przęsła nurtowego



Rys. 4. Widok na jednostkę montażową przęsła nurtowego



Rys. 5. Widok segmentu nad podporą nr 2 z widocznymi elementami kotwiącymi przęsła w podporze, poprzez zastosowanie cięgien sprężających



Rys. 6. Jednostka montażowa nr 1 ze specjalnie dobudowanym wspornikiem, kotwiącym segment do podpory

W programie Autodesk Simulation Multiphysics na etapie analizy liniowej (Static Stress with Linear Material Models), nie jest możliwe dodanie sił wstępnego naciągu do cięgien. Operacja ta jest możliwa tylko w analizie nieliniowej (Static Stress with Non Linear Material Models). Niestety, ze względu na bardzo obszerny model, analiza nieliniowa była niemożliwa do przeprowadzenia. Nadanie wantom wstępnego naciągu w analizie liniowej było możliwe poprzez obciążenie cięgien temperaturą. Autorzy wykorzystując prawo Hooke'a oraz prawo rozszerzalności termicznej, uzyskali związek pomiędzy naprężeniami, a temperaturą. Następujące wzory opisują wyżej wspomnianą zależność.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \alpha \cdot \Delta t, \quad (1)$$

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad (2)$$

$$\Delta t = \frac{F}{E \cdot A \cdot \alpha}. \quad (3)$$

gdzie: E – moduł Younga [MPa], α – współczynnik rozszerzalności termicznej [1/K], F – wartość siły naciągu ciągną [kN], A – pole przekroju poprzecznego ciągną [m²].

2.1.1. Kombinacje obciążeń

W powyższym opracowaniu zastosowano cztery scenariusze obliczeniowe, które według autorów mogą mieć istotny wpływ na wartości sił wewnętrznych w konstrukcji. Obciążeniem wiodącym (stałym) jest ciężar własny, który występuje w każdej kombinacji. Dodatkowo uwzględniono obciążenia zmienne wywołane obciążeniem od pojazdów oraz wiatru, a także obciążenie pochodzące od ciężaru nawierzchni. Kombinację obciążeń w przypadku trwałych lub przejściowych sytuacji obliczeniowych zgodnie z rozdziałem 6 normy [3] wyznacza się za pomocą wzoru $\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$ w sytuacji, gdy sprawdzamy Stan Graniczny Nośności (SGN) oraz wzoru $\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$ w przypadku sprawdzenia Stanu Granicznego Użytkowalności (SGU).

Preferowane kombinacje Stanu Granicznego Nośności (SGN) to:

- ciężar własny + obciążenie ruchome według normy PN-EN 1991-2:

$$\gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k + \gamma_q q_k, \quad (4)$$

- ciężar własny + obciążenie ruchome według normy PN-85/S-10030:

$$\gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k + \gamma_q q_k, \quad (5)$$

- ciężar własny + obciążenie wiatrem:

$$\gamma_G G_k + \gamma_w Q_{kw}, \quad (6)$$

- ciężar własny + obciążenie ciężarem nawierzchni:

$$\gamma_G G_k + \gamma_G G_{kn},$$

Preferowane kombinacje Stanu Granicznego Użytkowalności (SGU) to:

- ciężar własny + obciążenie ruchome według normy PN-EN 1991-2:

$$G_k + \Psi_{1,1} Q_k + \Psi_{1,2} q_k, \quad (7)$$

- ciężar własny + obciążenie ruchome według normy PN-85/S-10030:

$$G_k + \Psi_{1,1} Q_k + \Psi_{1,2} q_k, \quad (8)$$

- ciężar własny + obciążenie wiatrem:

$$G_k + \Psi_{1,1} Q_{kw}, \quad (9)$$

- ciężar własny + obciążenie ciężarem nawierzchni:

$$G_k + G_{kn}, \quad (10)$$

W powyższych kombinacjach nie uwzględniono towarzyszących oddziaływań zmiennych. Każda kombinacja składa się z obciążenia ciężarem własnym i dominującym oddziaływaniem zmiennym.

gdzie: γ_G – współczynnik częściowy dla oddziaływań stałych, uwzględniający niepewność modelu i zmiany wymiarów, γ_Q – współczynnik częściowy dla oddziaływań zmiennych, uwzględniający niepewność modelu i odchyłki wymiarów, γ_q – współczynnik częściowy dla oddziaływań zmiennych, uwzględniający niepewność modelu i odchyłki wymiarów, γ_w – współczynnik częściowy dla oddziaływań wiatru, G_k – wartość charakterystyczna oddziaływania stałego, G_{kn} – wartość charakterystyczna ciężaru nawierzchni, Q_k – wartość charakterystyczna oddziaływania zmiennego, $\Psi_{1,1}$ – współczynnik dla wartości częstej oddziaływania zmiennego 1, $\Psi_{1,2}$ – współczynnik dla wartości częstej oddziaływania zmiennego 2.

2.1.2. Modelowanie obciążenia

Wykonane zostały analizy statyczne z uwzględnieniem następujących modeli:

- Model obciążenia ciężarem własnym konstrukcji,
- Model obciążenia ciężarem własnym konstrukcji i ciężarem nawierzchni,
- Model obciążenia przęsła nurtowego obciążeniem zmiennym według normy PN-EN 1991-2 (Model LM1),
- Model obciążenia przęsła nurtowego obciążeniem zmiennym według normy PN-85/S-10030 (Model K+q),
- Model obciążenia przęsła nurtowego trzydziestoma dwoma pojazdami Tatra T-815,
- Model obciążenia wiatrem zgodnie z normą PN-EN 1991-1-4.

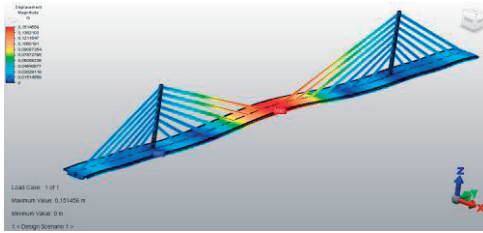
Poniżej opisano w sposób bardziej szczegółowy każdy z modeli oraz zamieszczono wyniki analizy statycznej.

1) Model 1 i 2 - obciążenie ciężarem własnym i ciężarem własnym z nawierzchnią.

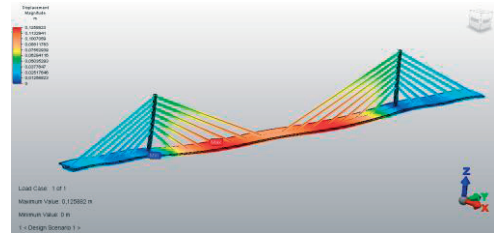
Wartość obciążenia ciężarem własnym została automatycznie uwzględniona przez program, na podstawie nadanych charakterystyk geometrycznych i materiałowych elementów wchodzącym w skład modelu. Ze względu na brak szczegółowych informacji dotyczących grubości warstw nawierzchni, autorzy przyjęli, iż:

- przęsło główne (nurtowe) zostało obciążone nawierzchnią z asfaltu lanego o gr. 55 mm,
- przęsła boczne zostały obciążone warstwą asfaltu lanego o grubości 70 mm.

Poniżej na rysunku 7 pokazano bitmapę obrazującą wypadkowe przemieszczenia konstrukcji od obciążenia ciężarem własnym, a na rysunku 8 bitmapę przemieszczeń przęsła od obciążenia ciężarem własnym z konstrukcją nawierzchni. W tabeli 1 zestawiono wyniki przemieszczeń w kierunku osi X , Y i Z .



Rys. 7. Przeszczenia wypadkowe od obciążenia ciężarem własnym



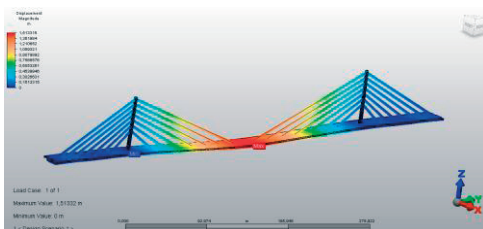
Rys. 8. Przeszczenia wypadkowe od obciążenia ciężarem własnym i ciężarem nawierzchni

Tabela 1. Wyniki przy obciążeniu ciężarem własnym (G) oraz ciężarem własnym i ciężarem nawierzchni ($G + G_n$)

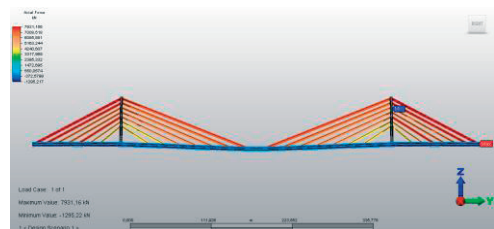
	Maksymalne przeszczenie w kierunku Y [m]	Maksymalne przeszczenie w kierunku Z [m]	Maksymalna siła osiowa w ciężnach [kN]
G	0,020	0,151	4478,340
$G + G_n$	0,044	-0,126	5003,660

2) Model obciążenia przęsła nurtowego obciążeniem zmiennym wg normy PN-EN 1991-2 (Model LM1)

Norma [5] dotyczy obciążeń zmiennych na mostach o maksymalnej rozpiętości przęsła wynoszącej 200 m. Przęsło nurtowe Mostu Solidarności stanowi 187,5 % tej wartości. Głównym modelem obciążeniowym w tej normie jest tzw. model LM1. Ze względu na wartość rozpiętości przęsła nurtowego, można stwierdzić, iż nie powinno obciążać się tym modelem, tak długich przęseł. Pomimo tego, autorzy zdecydowali się na przyłożenie wartości sił odpowiadających modelowi LM1, na całej długości przęsła nurtowego, w celu analizy zachowania się konstrukcji, pod wpływem tak ekstremalnego obciążenia. Całe przęsło nurtowe zostało obciążone obciążeniem pochodzącym od układu UDL (obciążeniem równomiernie rozłożonym o wartości 9 i 2,5 kN/m² - w zależności od numeru pasa umownego) oraz układem tandemowym TS (obciążenie w postaci sił skupionych) w środku rozpiętości przęsła. Na rysunku 9 zobrazowano wartości przeszczeń wypadkowych konstrukcji pod wpływem przyłożonego obciążenia, a na rysunku 10 wartości sił osiowych. Tabela 2, przedstawia maksymalne wartości przeszczeń konstrukcji na poszczególnych kierunkach.



Rys. 9. Przeszczenia wypadkowe od obciążenia modelem LM1



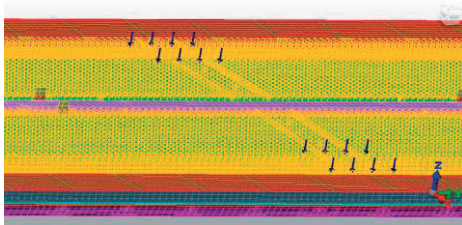
Rys. 10. Siły osiowe w konstrukcji od obciążenia modelem LM1

Tabela 2. Wyniki przy uwzględnieniu obciążenia modelem LM1

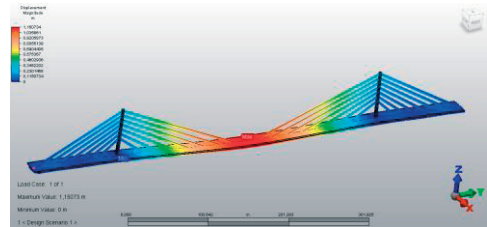
	Maksymalne przeszczenie w kierunku Y [m]	Maksymalne przeszczenie w kierunku Z [m]	Maksymalna siła osiowa w ciężnach [kN]
Model LM1	0,289	-1,513	7931,160

3) Model obciążenia przęsła nurtowego obciążeniem zmiennym według normy PN-85/S-10030 (K+q)

Model Mostu Solidarności w Płocku został obciążony również obciążeniem zgodnym z normą [7]. W owej normie, również nie ma zapisów określających w jaki sposób obciążać, tak duże obiekty mostowe. Autorzy postanowili obciążyć model, w analogiczny sposób, w stosunku do modelu LM1. Schemat przyłożenia sił pokazano na rysunku poniżej (Rys. 11), a zestawienie zbiorcze wartości przemieszczeń, w tabeli 3.



Rys. 11. Schemat obciążenia modelem K + q



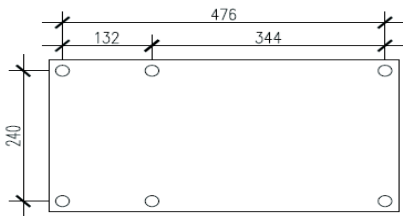
Rys. 12. Przemieszczenia wypadkowe od obciążenia schematem nr 2

Tabela 3. Wyniki przy uwzględnieniu obciążenia modelem K+q

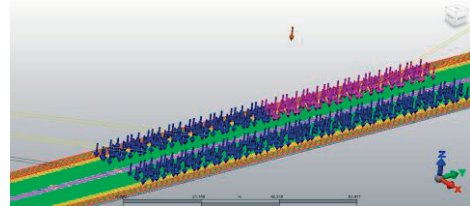
	Maksymalne przemieszczenie w kierunku Y[m]	Maksymalne przemieszczenie w kierunku Z[m]	Maksymalna siła osiowa wciągach [kN]
Model K+q	0,231	-1,151	7234,243

4) Model obciążenia przęsła nurtowego trzydziestoma dwoma pojazdami Tatra T-815.

Wzoruując się na książce [2], model został obciążony w środku rozpiętości przęsła, dodatkowo trzydziestoma dwoma pojazdami typu Tatra T-815. Ze względu na brak danych, dot. wartości obciążeń, jakimi został obciążony model stworzony przez zespół Politechniki Gdańskiej oraz dokładnej lokalizacji przyłożenia sił, autorzy przyjęli sposób obciążenia modelu, pokazany na poniższych rysunkach.



Rys. 13. Rozstaw osi pojazdu Tatra T-815



Rys. 14. Wizualizacja obciążenia przęsła Mostu Solidarności

Ze względu na brak szczegółowych informacji o wartościach obciążeń, model przedstawiony w powyższym opracowaniu obciążono, poprzez zestaw trzech par sił skupionych o wartościach policzonych na podstawie poniższego wzoru:

$$F = \frac{m \cdot g}{6} = \frac{30000\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{6} = 50\text{kN} \tag{11}$$

gdzie: m – dopuszczalna masa całkowita pojazdu Tatra T-815, g – przybliżona wartość przyspieszenia grawitacyjnego.

W tabeli 4 zestawiono wartości przemieszczeń konstrukcji, na poszczególnych kierunkach.

Tabela 4. Wyniki przy uwzględnieniu obciążenia pojazdami

	Maksymalne przemieszczenie w kierunku Y [m]	Maksymalne przemieszczenie w kierunku Z [m]	Maksymalna siła osiowa w cięgnach [kN]
32xTatra T-815	0,287	-1,517	7947,690

5) Model obciążenia wiatrem według PN-EN 1991-1-4.

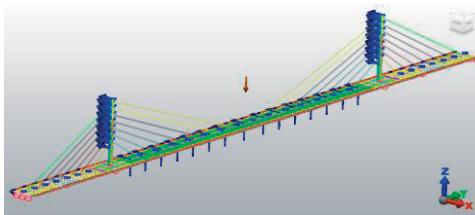
Obciążenie wiatrem jest jednym z podstawowych obciążeń działających na mosty podwieszane. W omawianej analizie, autorzy uwzględnili obciążenie wiatrem na kierunku prostopadłym do przekroju podłużnego (oś X) oraz prostopadłym do płaszczyzny poziomej przęsła (oś Z). W celu obliczenia wartości sił działających na most, niezbędnym było policzenie wartości [4]:

- bazowej prędkości wiatru v_b ,
- bazowego ciśnienia wiatru q_b ,
- współczynnika terenu k_r ,
- współczynnika chropowatości terenu c_r ,
- średniej prędkości wiatru v_m ,
- wartości intensywności turbulencji I_v ,
- szczytowego ciśnienia prędkości wiatru q_p ,
- przyjęcie współczynników aerodynamicznych c_x , c_z ,
- obliczenie wartości współczynnika konstrukcyjnego $c_s c_d$,
- obliczenie wartości siły wywieranej na konstrukcję przez wiatr F_w .

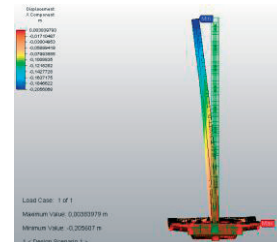
$$F_w = c_s c_d c_f q_p(z_e) A_{ref} \quad (12)$$

gdzie: A_{ref} jest polem powierzchni, na które działa siła wiatru.

Lokalizację miejsc przyłożenia sił w pomoście oraz wizualizację przemieszczenia wierzchołka pylonu pod wpływem obciążenia wiatrem, pokazano na rysunkach poniżej.



Rys. 15. Wizualizacja przyłożonych sił od obciążenia wiatrem



Rys. 16. Przemieszczenia konstrukcji

W tabeli 5, zostały przedstawione zbiorcze wyniki dla modelu obciążonego ciężarem własnym wraz z nawierzchnią oraz obciążeniem wiatrem.

Tabela 5. Wyniki przy uwzględnieniu obciążenia ciężarem własnym wraz z ciężarem nawierzchni (G+G_n) oraz obciążeniem wywołanym przez wiatr W_d

	Maksymalne przemieszczenie w kierunku X[m]	Maksymalne przemieszczenie w kierunku Y[m]	Maksymalne przemieszczenie w kierunku Z[m]	Maksymalna siła osiowa wciągach [kN]
G+G _n + W _d	0,206	0,021	-0,051	4658,260

2.1.3. Analiza wyników

Otrzymane wyniki z każdego modelu obciążeniowego zostały porównane z dopuszczalnymi wartościami granicznymi. Stan Graniczny Użytkowości (SGU) sprawdzono dla przęsła nurtowego oraz pylonów, a Stan Graniczny Nośności (SGN) dla cięgien podwieszających. W tabeli 6 zestawiono otrzymane wyniki oraz dokonano analizy stanu SGU.

Tabela 6. Sprawdzenie Stanu Granicznego Użytkowości - zbiorcze zestawienie

Lokalizacja	Dopuszczalne przemieszczenia normowe [m]		Otrzymana wartość przemieszczenia [m]
	Wzór	Wartość [m]	
G	Środek rozpiętości przęsła	L/300	1,250
	Wierzchołek pylonu	H/300	0,223
G + G _n	Środek rozpiętości przęsła	L/300	1,250
	Wierzchołek pylonu	H/300	0,223
LM1	Środek rozpiętości przęsła	L/300	1,250
	Wierzchołek pylonu	H/300	0,223
K + q	Środek rozpiętości przęsła	L/300	1,250
	Wierzchołek pylonu	H/300	0,223
32xT-815	Środek rozpiętości przęsła	L/300	1,250
	Wierzchołek pylonu	H/300	0,223
Wiatr	Środek rozpiętości przęsła	L/300	1,250
	Wierzchołek pylonu	H/300	0,223

Stan Graniczny Nośności (SGN) sprawdzono zgodnie z normą [6] dotyczącą konstrukcji cięgnowych. Cięgna podwieszające zakwalifikowano do grupy C. Warunek nośności dla tej grupy cięgien ma postać [6]:

$$\frac{F_{Ed}}{F_{Rd}} \leq 1, \tag{13}$$

gdzie: F_{Ed} - wartość obliczeniowa siły podłużnej w elemencie, F_{Rd} - wartość obliczeniowa nośności przy rozciąganiu. Obliczeniową nośność przy rozciąganiu F_{Rd} , określa się zgodnie z poniższym wzorem:

$$F_{Rd} = \min\left(\frac{F_{uk}}{1,5\gamma_R}, \frac{F_k}{\gamma_R}\right), \tag{14}$$

gdzie: F_{uk} - wartość charakterystyczna siły zrywającej, F_k - wartość charakterystyczna umownej nośności przy rozciąganiu, γ_R - współczynnik częściowy. Wartość siły F_{uk} obliczono na podstawie wzoru (15):

$$F_{uk} = A_m f_{uk}, \tag{15}$$

gdzie: A_m - pole przekroju metalowego, f_{uk} - wartość charakterystyczna wytrzymałości na rozciąganie prętów, drutów lub splotów wg odpowiedniej normy wyrobu.

Autorzy założyli, że jeżeli nośność cięgna o najmniejszym przekroju dla maksymalnej siły nie zostanie przekroczone, to wówczas stan graniczny nośności zostanie spełniony dla każdego cięgna. Poniżej w tabeli 7 przedstawiono zbiorcze zestawienie analizy SGN dla cięgien podwieszających w zależności od modelu obciążeniowego.

Tabela 7. Sprawdzenie Stanu Granicznego Nośności cięgien podwieszających - zestawienie zbiorcze

Model	Nr cięgna	F_k [kN]	F_{ik} [kN]	F_{Rd} [kN]	F_{Edmax} [kN]	SGN
G + Gn	W7G/D	10331	12009	8006	5004	62%
LM1					7931	99%
K + q					7234	90%
32xT-815					7945	99%
Wiatr					4716	59%

Według [1] naprężenia w cięgnach podwieszających muszą spełniać dodatkowy warunek nośności, tzn.:

$$\sigma_{ck} \leq 0,45R_{pk}, \quad (16)$$

gdzie: σ_{ck} - naprężenia w cięgnie od obciążeń charakterystycznych, R_{pk} - wytrzymałość charakterystyczna cięgien. Dobrze zaprojektowany system podwieszenia powinien spełniać warunek opisany wzorem (17):

$$\Delta\sigma_{ck} \leq 200MPa \div 300MPa, \quad (17)$$

Tabela 8 zawiera sprawdzenie SGN ze względu na naprężenia występujące w cięgnach dla różnych modeli obciążeniowych.

Tabela 8. Sprawdzenie Stanu Granicznego Nośności cięgien podwieszających - zestawienie zbiorcze

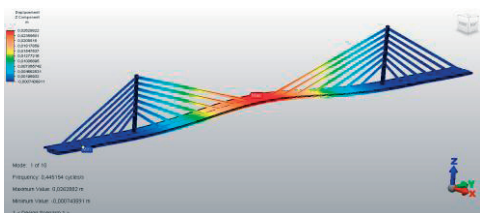
Model	σ_{ck} [MPa]	$0,45 \cdot R_{pk}$ [MPa]	SGN	$\Delta\sigma_{ck}$ [MPa]
G + Gn	473,0	837	57%	364,0
LM1	749,8		90%	87,2
K + q	592,3		71%	244,7
32xT-815	751,3		90%	85,7
Wiatr	440,0		53%	397,0

2.2. Analiza modalna

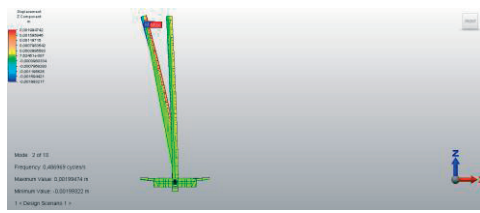
Analizę modalną przeprowadzono w celu uzyskania dziesięciu postaci częstotliwości drgań własnych Mostu Solidarności w Płocku. Dzięki wykonanej analizie, możliwe było określenie niezbędnych wartości współczynników, na podstawie których określono wartości sił odzwierciedlających obciążenie wiatrem. Poniżej w tabeli 9 zestawiono zbiorcze wartości dziesięciu częstotliwości drgań własnych mostu, a na rysunkach 17-22, wybrane postaci drgań własnych.

Tabela 9. Postaci i wartości częstotliwości drgań własnych Mostu Solidarności w Płocku

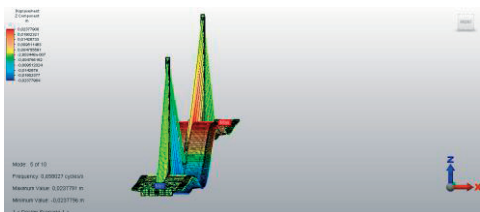
Lp.	Postać drgań	Wartość częstotliwości [Hz]
1.	Pierwsza giętna pionowa pomostu	0,445
2.	Pierwsza giętna pylonu	0,487
3.	Druga giętna pylonu	0,487
4.	Pierwsza giętna pozioma pomostu	0,581
5.	Druga giętna pionowa pomostu	0,658
6.	Pierwsza skrętna pomostu	0,979
7.	Trzecia giętna pionowa pomostu	0,988
8.	Czwarta giętna pionowa pomostu	1,417
9.	Druga skrętna pomostu	1,592
10.	Trzecia skrętna pomostu	1,959



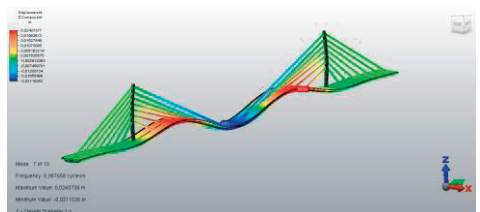
Rys. 17. Pierwsza postać drgań własnych Mostu Solidarności – giętna, częstotliwość równa 0,445 Hz



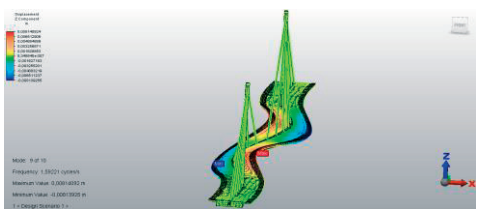
Rys. 18. Druga postać drgań własnych Mostu Solidarności – giętna pylonu, częstotliwość równa 0,487 Hz



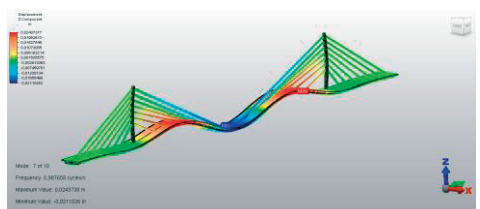
Rys. 19. Piąta postać drgań własnych Mostu Solidarności – giętna pionowa przęsła, częstotliwość równa 0,658 Hz



Rys. 20. Siódma postać drgań własnych Mostu Solidarności – giętna pionowa przęsła, częstotliwość równa 0,988 Hz



Rys. 21. Dziewiąta postać drgań własnych Mostu Solidarności – skrętna pozioma przęsła, częstotliwość równa 1,592 Hz



Rys. 22. Dziesiąta postać drgań własnych Mostu Solidarności – skrętna pozioma przęsła, częstotliwość równa 1,959 Hz

Na podstawie częstotliwości drgań własnych można dokonać oceny podatności konstrukcji mostu na wpływ zjawiska aerodynamicznego, zwanego flutterem. Niebezpieczeństwo wystąpienia zjawiska flutteru jest niskie, gdy stosunek pierwszej częstotliwości giętnej do pierwszej częstotliwości skrętnej jest większe lub równe od 1,5. W analizowanym moście pierwsza częstotliwość giętna przyjmuje wartość 0,979 Hz, natomiast pierwsza częstotliwość skrętna 0,445 Hz. Stosunek obu tych wartości wynosi 2,2, co oznacza, iż prawdopodobieństwo wystąpienia zjawiska flutteru na analizowanym moście jest bardzo małe.

3. Wnioski

Dzięki przeprowadzonej analizie Mostu Solidarności w Płocku, uzyskano wyniki odpowiadzi konstrukcji na różne modele obciążeniowe. Zadanie było trudne, gdyż żadna norma nie podaje szczegółowego sposobu obciążania takich konstrukcji. Dzięki stworzeniu kilku modeli obciążeniowych, możliwe było porównanie otrzymanych wyników. Stan Graniczny Użytkowości przęsła nie został spełniony dla modelu obciążeniowego 3 i 5. Model 3 odzwierciedla model LM1 zgodnie z [5]. Należy zwrócić uwagę, iż obciążenie równomiernie rozłożone zostało przyłożone na całej długości przęsła głównego. Prawdopodobieństwo wystąpienia takiego obciążenia na moście jest bardzo małe, jednak główną ideą przyświecającą autorom w tym przypadku była analiza zachowania się konstrukcji pod wpływem tak ekstremalnych obciążeń. Szczególną uwagę należy również zwrócić na bliskie sobie wartości przemieszczeń uzyskanych w modelu 3 i 5. Niestety ze względu na brak szczegółowych informacji o sposobie i wartościach przyłożenia sił odzwierciedlających obciążenie pojazdu Tatra T-815 w analizach przeprowadzonych przez zespół Politechniki Gdańskiej, niemożliwe było dokonanie analizy porównawczej wyników, wspomnianych w streszczeniu powyższego opracowania.

Na podstawie otrzymanych wyników, można wywnioskować, iż obciążenia według starej, polskiej normy [7], są mniej rygorystyczne w stosunku do nowych proponowanych przez eurokody[5].

Zaprojektowany układ podwieszenia wykazał dostateczną nośność cięgien. Stan Graniczny Użytkowości (SGU), jak i Nośności (SGN) został spełniony dla każdego modelu obciążeniowego.

Stan Graniczny Użytkowości dla modelu 6 (oddziaływanie wiatru) został spełniony. Odchylenie wierzchołka pylonu, mieści się w zakresie wartości dopuszczalnych [4].

Postacie i wartości częstości drgań własnych konstrukcji, wykazały, iż wystąpienie zjawiska flatteru na Moście Solidarności w Płocku jest niskie.

Literatura

- 1 Biliszczuk, J. (2005). *Mosty Podwieszane Projektowanie i Realizacja*. Warszawa: Arkady.
- 2 Biliszczuk, J. (2007). *Podwieszony most przez Wisłę w Płocku*. Płock, Warszawa, Łódź, Wrocław: DWE.
- 3 PN-EN 1990 Eurocod 0. Podstawy projektowania konstrukcji.
- 4 PN-EN 1991-1-4: Oddziaływania na konstrukcję. Oddziaływania ogólne - oddziaływania wiatru. PKN Warszawa 2005.
- 5 PN-EN 1991-2 Eurocod 1 Oddziaływania na konstrukcję Część 2 Obciążenia ruchome mostów.
- 6 PN-EN 1993-1-11 Eurocod 3 Projektowanie konstrukcji stalowych. Konstrukcje Ciężnowe. PKN Warszawa 2008,
- 7 PN-85/S-10030 Obiekty mostowe. Obciążenia.

Static and modal analysis of Solidarity Bridge in Plock

Jarosław Bęc¹, Michał Jukowski²

¹ Department Dróg i Mostów, Faculty of Civil Engineering and Architecture,
Lublin University of Technology, e-mail: j.bec@pollub.pl

² Department Dróg i Mostów, Faculty of Civil Engineering and Architecture,
Lublin University of Technology, e-mail: m.jukowski@pollub.pl

Abstract: Cable-stayed bridges are stunning structures, which thanks to their dimensions and shapes fascinate not a single observer. Designing such an object is awesome challenge for designers. These structures must transfer forces resulting from dead load, operational loads, temperature changes and coming from wind pressure. Nowadays, each cable-stayed bridge and suspension bridge must be subjected to special analysis to guarantee safe usage. Designers cannot allow the situation, which took place on November 7th, 1940 in north-western part of the United States of America near the town Tacoma, where the collapse of the suspension bridge occurred. The structure was destroyed as the result of coincidence of natural vibrations and the dynamic wind action. Authors of the paper undertake the task to provide dynamic analysis of Solidarity Bridge in Plock exposed to the wind action. The mentioned structure is the longest cable-stayed bridge in Poland and at the same time, the longest in the world with the arch suspended at one axis to the columnar pylon fixed to a platform. Additionally static analysis is made in order to verify horizontal and vertical displacements as the result of combined variable loads.

Keywords: FEM, modal analysis, natural frequency.

