

DOI: 10.5604/20830157.1130173

IMPEDANCJE WŁASNE I WZAJEMNE SZYNOPRZEWODÓW PROSTOKĄTNYCH O SKOŃCZONEJ DŁUGOŚCI

Tomasz Szczegielniak¹, Zygmunt Piątek¹, Dariusz Kusiak²¹ Politechnika Częstochowska, Wydział Inżynierii Środowiska i Biotechnologii, ² Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny

Streszczenie. W artykule przedstawiono analityczną metodę obliczania impedancji układów szyn prostokątnych. Metoda ta oparta jest na teorii indukcyjności cząstkowych. W szczególności opisano impedancje szynoprzewodów prostokątnych w układzie trójfazowym z przewodem neutralnym. Wyznaczono rezystancje i reaktancje takiego wieloprzewodowego układu szynoprzewodów prostokątnych z uwzględnieniem zjawiska naskórkowości i zbliżenia. Przeprowadzono również pomiary impedancji ekranowanego toru wieloprądowego o przewodach prostokątnych.

Słowa kluczowe: szynoprzewód prostokątny, tor wieloprądowy, impedancja, metoda analityczna

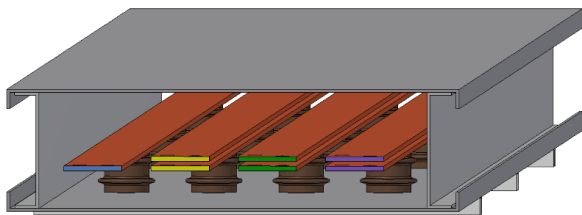
SELF AND MUTUAL IMPEDANCES OF RECTANGULAR BUS-BARS OF FINITE LENGTH

Abstract. In this paper, a new numerical method of calculating rectangular busbar impedance is proposed. This method is based on integral equation method and partial inductance theory. Results for resistances and reactances for these systems of multiple rectangular conductors have been obtained. Skin and proximity effects have also been taken into consideration. The validation of the proposed method is carried out through FEM and laboratory measurements, and a reasonable level of accuracy is demonstrated.

Keywords: rectangular busbar, high-current bus duct, impedance, analytical method

Wstęp

Tory wieloprądowe z miedzianymi lub aluminiowymi szynoprzewodami prostokątnymi często są stosowane w rozdzielniach i stacjach elektroenergetycznych ze względu na łatwość ich montażu i eksploatacji. Ich prądy znamionowe osiągają wartości do 10 kA, zaś napięcia znamionowe to zazwyczaj 10-30 kV [1-7, 9-12]. Typowy tor wieloprądowy z szynoprzewodami prostokątnymi przedstawiono na rysunku 1.

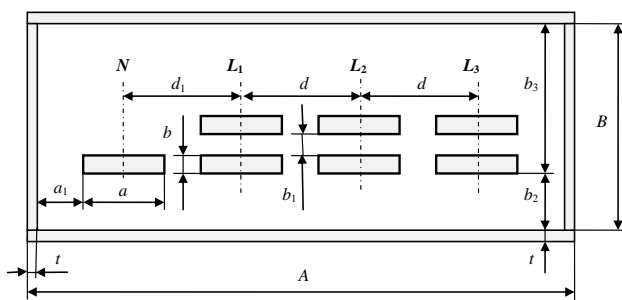


Rys. 1. Trójfazowy tor wieloprądowy (Model PELPO produkowany przez Elektrobudowa Katowice)

W przypadku układu przewodów równoległych nierównomierny rozkład gęstości prądów w tych przewodach spowodowany jest zjawiskiem naskórkowości jak również zjawiskiem zbliżenia, które w sposób istotny wpływają na ich impedancja własne i wzajemne [1, 2]. Zdefiniowanie tych impedancji jest celem niniejszej pracy.

1. Impedancje szynoprzewodów prostokątnych o skończonej długości

Obiektem badań niniejszej pracy jest przypadek trójfazowego ekranowanego toru wieloprądowego z szynoprzewodami prostokątnymi przedstawiony na rysunku 2.



Rys. 2. Ekranowany trójfazowy tor wieloprądowy

Wiele elektroenergetycznych układów przesyłowych takich jak linie napowietrzne i kablowe oraz tory wieloprądowe może być traktowane jako układy wieloprzewodowe o N_c przewodach równoległych [1, 2]. W przypadku N równoległych przewodów o długości l oraz kondukcyjności σ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) i przekroju poprzecznym S_i z prądami sinusoidalnymi o pulsacji ω oraz zespolonych wartościach skutecznych I_j skierowanych zgodnie z osią Oz , zespolona gęstość prądu ma tylko jedną składową wzdłuż tej osi, czyli:

$$\underline{J}_i(X) = \mathbf{a}_z J_i(X) \quad (1)$$

Wtedy też wektorowy potencjał magnetyczny \underline{A} można zapisać jako:

$$\underline{A}(X) = \mathbf{a}_z \underline{A}(X) \quad (2)$$

a całkowitą gęstość prądu \underline{J}_i jako:

$$\underline{J}_i(X) = \sigma_i \underline{E}_i(X) \quad (3)$$

Oznaczając spadek napięcia na jednostkę długości szynoprzewodu jako \underline{u}_i , otrzymujemy następujące równanie całkowe dla l -tego przewodu:

$$\frac{\underline{J}_i(X)}{\sigma_i} + \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \sum_{j=1}^N \int_{v_j} \frac{\underline{J}_j(Y)}{\rho_{XY}} dv_j = \underline{u}_i \quad (4)$$

lub

$$\frac{\underline{J}_i(X)}{\sigma_i} + \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \int_{v_i} \frac{\underline{J}_i(Y)}{\rho_{XY}} dv_i + \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \sum_{j=1}^N \int_{v_j} \frac{\underline{J}_j(Y)}{\rho_{XY}} dv_j = \underline{u}_i \quad (5)$$

gdzie:

$X = X(x_1, y_1, z_1)$ jest punktem obserwacji, $Y = Y(x_2, y_2, z_2)$ jest punktem źródłowym, $\rho_{XY} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ jest odległością między punktem obserwacji X a punktem źródłowym, v_i oraz v_j są odpowiednio objętością i -tego oraz j -tego przewodu, \underline{u}_i jest jednostkowym spadkiem napięcia (w $V \cdot m^{-1}$) wzdłuż i -tego przewodu, przy czym $i, j = 1, 2, \dots, N$.

W przypadku przedstawionym na rysunku 2 równanie całkowe dla każdego szynoprzewodu oraz osłony zapisuje się w postaci:

$$\frac{\underline{J}_{i,k}(X)}{\sigma_i} + \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{l=1}^{N_j} \int_{v_{j,l}} \frac{\underline{J}_{j,l}(Y)}{\rho_{XY}} dv_{j,l} = \underline{u}_i \quad (6)$$

gdzie:

- N_c jest liczbą faz wraz z obwodem neutralnym i osłoną; $i, j = 1, 2, \dots, N_c$ ($N_c = 5$),
- N_j jest liczbą szynoprzewodów przypadających na fazę lub obwód neutralny ewentualnie liczbą płyt osłony (zazwyczaj 4); $k, l = 1, 2, \dots, N_j$.

Jeśli funkcje gęstości prądów $\underline{J}_{i,k}(X)$ oraz $\underline{J}_{j,l}(Y)$ są nieznane lub trudne do wyznaczenia, to wtedy każdy z przewodów układu przedstawionego na rysunku 2, łącznie z przewodzącymi płytami osłony, może być podzielony na przewody elementarne.

Podział k -tego szynoprzewodu prostokątnego i -tej fazy lub obwodu neutralnego jest dokonywany oddzielnie w kierunku poziomym (oś Ox) i pionowym (oś Oy). W ten sposób otrzymuje się prostokątne przewody elementarne odpowiednio o szerokościach Δa i wysokościach Δb , określonych następującymi wzorami:

$$\Delta a = \frac{a}{N_x^{(i,k)}}, \quad \Delta b = \frac{b}{N_y^{(i,k)}} \quad (7)$$

gdzie a oraz b są odpowiednio szerokością i wysokością szynoprzewodu prostokątnego, $N_x^{(i,k)}$ oraz $N_y^{(i,k)}$ są liczbami podziału odpowiednio szerokości i wysokości szynoprzewodu. Zatem całkowita liczba przewodów elementarnych k -tego szynoprzewodu i -tej fazy wynosi $N_{i,k} = N_x^{(i,k)} N_y^{(i,k)}$ i są one numerowane przez $m = 1, 2, \dots, N_{i,k}$. Dla l -tego szynoprzewodu j -tej fazy lub obwodu neutralnego całkowita liczba przewodów elementarnych wynosi $N_{j,l} = N_x^{(j,l)} N_y^{(j,l)}$ i są one numerowane przez $n = 1, 2, \dots, N_{j,l}$. Pozioma płyta osłony dzielona jest $N_x^{(5,k)}$ w kierunku poziomym oraz $N_y^{(5,k)}$ w kierunku pionowym. Płyta pionowa osłony jest odpowiednio dzielona $N_y^{(5,k)}$ w kierunku pionowym oraz $N_x^{(5,k)}$ w kierunku poziomym, czyli

$$\Delta A = \frac{A}{N_x^{(5,k)}}, \quad \Delta B = \frac{B}{N_y^{(5,k)}} \quad (8)$$

$$\Delta t_y = \frac{t}{N_y^{(5,k)}}, \quad \Delta t_x = \frac{t}{N_x^{(5,k)}} \quad (9)$$

gdzie A oraz B są odpowiednio szerokościami dwóch poziomych i dwóch pionowych płyt osłony, t jest ich grubością oraz $k = 1, 2$. Wszystkie przewody elementarne mają długość l .

Jeśli pole przekroju poprzecznego $S_{i,k}^{(m)} = \Delta a \cdot \Delta b$ m -tego przewodu elementarnego jest bardzo małe, tzn. jeśli przekątna $\sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}$ tego przekroju nie jest większa niż głębokość wnikania fali elektromagnetycznej, to w takim przewodzie elementarnym można pominąć zjawisko naskórkowości i wtedy można założyć stałą w całym przekroju zespoloną gęstość prądu w postaci:

$$\underline{J}_{i,k}^{(m)} = \frac{\underline{I}_{i,k}^{(m)}}{S_{i,k}^{(m)}} \quad (10)$$

gdzie $\underline{I}_{i,k}^{(m)}$ jest zespolonym prądem w m -tym przewodzie elementarnym.

Wtedy też dla m -tego przewodu elementarnego można zapisać równanie

$$\frac{\underline{J}_{i,k}^{(m)}(X)}{\sigma_i} + \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{l=1}^{N_j} \sum_{n=1}^{N_{j,l}} \int \frac{\underline{J}_{j,l}^{(n)}(Y)}{\rho_{XY}} dv_{j,l}^{(n)} = \underline{u}_i \quad (11)$$

gdzie $v_{j,l}^{(n)}$ jest objętością n -tego przewodu elementarnego szynoprzewodu lub ekranu l -tego szynoprzewodu j -tej fazy, obwodu neutralnego lub osłony.

Następnie równanie (11) dzieli się przez pole $S_{i,k}^{(m)}$ i całkuje po objętości $v_{i,k}^{(m)}$ m -tego przewodu elementarnego, otrzymując równanie:

$$R_{i,k}^{(m)} \underline{I}_{i,k}^{(m)} + j\omega \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{l=1}^{N_j} \sum_{n=1}^{N_{j,l}} M_{(i,k)(j,l)}^{(m,n)} \underline{I}_{j,l}^{(n)} = \underline{U}_i \quad (12)$$

gdzie \underline{U}_i jest spadkiem napięcia na przewodzie elementarnym i -tej fazy, obwodu neutralnego lub osłony.

W powyższym równaniu rezystancję m -tego przewodu elementarnego można przedstawić jako:

$$R_{i,k}^{(m)} = \frac{l}{\sigma_i S_{i,k}^{(m)}} \quad (13)$$

zaś jego indukcyjność własna lub indukcyjność wzajemna między dwoma przewodami elementarnymi

$$M_{(i,k)(j,l)}^{(m,n)} = \frac{\mu_0}{4\pi S_{i,k}^{(m)} S_{j,l}^{(n)}} \int \int \frac{dv_{i,k}^{(m)} dv_{j,l}^{(n)}}{\rho_{XY}} \quad (14)$$

Układ równań typu (12) zapisanych dla każdego przewodu elementarnego jest zespolonym układem równań liniowych

$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I} \quad (15)$$

gdzie \underline{U} i \underline{I} są odpowiednio kolumnowymi wektorami napięć i prądów w każdym z przewodów elementarnych, zaś \underline{Z} jest symetryczną macierzą impedancji własnych i wzajemnych, tzw. macierzą impedancji wszystkich przewodów elementarnych.

Macierz impedancji \underline{Z} jest macierzą, której elementy są również macierzami (podmacierzami):

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} [\underline{Z}_{(1,k)(1,l)}^{(m,n)}] & [\underline{Z}_{(1,k)(2,l)}^{(m,n)}] & \dots & [\underline{Z}_{(1,k)(N_c,l)}^{(m,n)}] \\ [\underline{Z}_{(2,k)(1,l)}^{(m,n)}] & [\underline{Z}_{(2,k)(2,l)}^{(m,n)}] & \dots & [\underline{Z}_{(2,k)(N_c,l)}^{(m,n)}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\underline{Z}_{(N_c,k)(1,l)}^{(m,n)}] & [\underline{Z}_{(N_c,k)(2,l)}^{(m,n)}] & \dots & [\underline{Z}_{(N_c,k)(N_c,l)}^{(m,n)}] \end{bmatrix} \quad (16)$$

gdzie podmacierze $[\underline{Z}_{(i,k)(j,l)}^{(m,n)}]$ mają element zawierające impedancje własne oraz impedancje wzajemne między przewodami i -tej oraz j -tej fazy:

$$[\underline{Z}_{(i,k)(j,l)}^{(m,n)}] = \begin{bmatrix} [\underline{Z}_{(j,1)(i,1)}^{(m,n)}] & \dots & [\underline{Z}_{(j,1)(i,N_j)}^{(m,n)}] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\underline{Z}_{(j,N_j)(i,1)}^{(m,n)}] & \dots & [\underline{Z}_{(j,N_j)(i,N_j)}^{(m,n)}] \end{bmatrix} \quad (17)$$

Elementami macierzy \underline{Z} są

$$\underline{Z}_{(i,k)(j,l)}^{(m,n)} = \begin{cases} R_{i,k}^{(m)} + j\omega M_{(i,k)(j,l)}^{(m,n)} & \text{dla } m=n, i=j, k=l \\ j\omega M_{(i,k)(j,l)}^{(m,n)} & \text{w pozostałych przypadkach.} \end{cases} \quad (18)$$

Następnie znajduje się macierz admitancji \underline{Y} , która jest odwrotną macierzą impedancji i wyraża się wzorem

$$\underline{Y} = [\underline{Y}_{(i,k)(j,l)}^{(m,n)}] = \underline{Z}^{-1} \quad (19)$$

Wtedy też możliwe jest wyznaczenie prądu w m -tym przewodzie elementarnym k -tego przewodu i -tej fazy lub obwodu neutralnego w postaci:

$$\underline{I}_{i,k}^{(m)} = \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{l=1}^{N_j} \sum_{n=1}^{N_{j,l}} \underline{Y}_{(i,k)(j,l)}^{(m,n)} \underline{U}_j \quad (20)$$

Zatem całkowity prąd i -tej fazy lub obwodu neutralnego jest wyrażony poprzez sumę:

$$\underline{I}_i = \sum_{k=1}^{N_i} \sum_{m=1}^{N_{i,k}} \underline{I}_{i,k}^{(m)} \quad (21)$$

Po podstawieniu zależności (20) do (21) otrzymuje się:

$$\underline{I}_i = \sum_{j=1}^{N_c} \underline{Y}_{i,j} \underline{U}_j \quad (22)$$

gdzie

$$\underline{Y}_{i,j} = \sum_{k=1}^{N_i} \sum_{m=1}^{N_{i,k}} \sum_{l=1}^{N_j} \sum_{n=1}^{N_{j,l}} \underline{Y}_{(i,k)(j,l)}^{(m,n)} \quad (23)$$

Macierz admitancji, o elementach określonych wzorem (23), umożliwia wyznaczenie macierzy impedancji ekranowanego, trójfazowego z przewodem neutralnym, toru wieloprądowego o szynoprzewodach prostokątnych za pomocą wzoru:

$$\underline{Z} = [\underline{Z}_{i,j}] = \underline{Y}^{-1} = [\underline{Y}_{i,j}]^{-1} \quad (24)$$

Ponieważ każda impedancja \underline{Z}_{ij} wyznaczona jest z macierzy, którą wyznacza się tylko z konstrukcji toru wieloprądowego oraz właściwości materiałowych, jej wartość nie zależy od prądów fazowych i prądu w obwodzie neutralnym. Pomimo tego zjawiska naskórkowości i zbliżenia są uwzględniane.

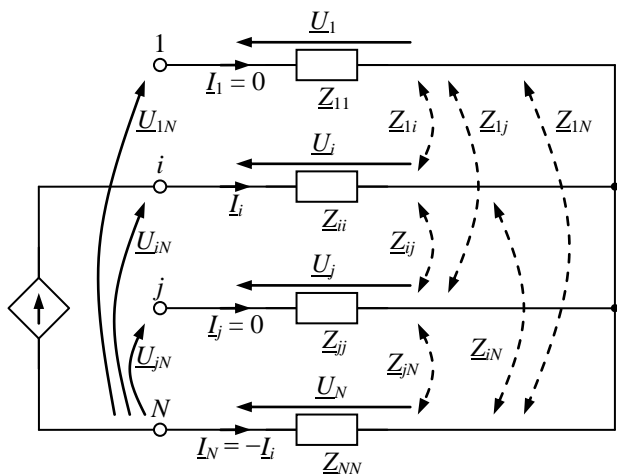
Impedancje toru wieloprądowego, przedstawionego na rysunku 2, dane są poprzez macierz kwadratową o rozmiarze 4×4 . W teorii obwodów impedancje Z_{ii} oraz Z_{ij} nazywane są odpowiednio impedancjami własnymi oraz wzajemnymi, których nie należy jednak łączyć z klasycznym określeniem impedancji własnych i wzajemnych obwodów zamkniętych.

Impedancje Z_{ii} oraz Z_{ij} wystarczają całkowicie do opisu zachowania się obwodu elektrycznego ale nie mają one interpretacji fizycznej, a przez to nie mogą być wyznaczone poprzez pomiar. Jeśli jednak jeden z szynoprzewodów, np. N -ty, zostanie przyjęty jako tzw. przewód odniesienia, to może być on przyjmowany jako przewód powrotny dla pozostałych przewodów. Jeśli np. istnieje tylko prąd fazowy I_i , to jego powrót do źródła zasilania następuje poprzez szynę neutralną – rysunek 3. Oznacza to, że prąd ten istnieje w zamkniętej pętli i - N . Wtedy zespolone napięcia, jako spadki napięć i napięcia indukowane przez prąd I_i opisane są następującymi klasycznymi wzorami:

$$U_{iN} = Z_{ii} I_i + Z_{iN} I_N = (Z_{ii} - Z_{iN}) I_i \quad (25)$$

$$U_{jN} = Z_{ji} I_i + Z_{jN} I_N = (Z_{ji} - Z_{jN}) I_i \quad (26)$$

$$U_{iN} = Z_{ii} I_i + Z_{iN} I_N = (Z_{ii} - Z_{iN}) I_i \quad (27)$$



Rys. 3. Model obwodowy toru wieloprądowego z prądem I_i w pętli zamkniętej i - N oraz impedancjami Z_{ii} oraz Z_{ij}

Napięcie między zaciskami i - N opisane jest równaniem:

$$U_{iN} = U_i - U_N = (Z_{ii} - Z_{iN} - Z_{Ni} + Z_{NN}) I_i \quad (28)$$

zaś napięcie między zaciskami j - N ma postać:

$$U_{jN} = U_j - U_N = (Z_{ji} - Z_{jN} - Z_{Ni} + Z_{NN}) I_i \quad (29)$$

Następnie wprowadza się definicję impedancji własnej pętli i - N w postaci:

$$z_{ii} = \frac{U_{iN}}{I_i} = Z_{ii} - Z_{iN} - Z_{Ni} + Z_{NN} \quad (30)$$

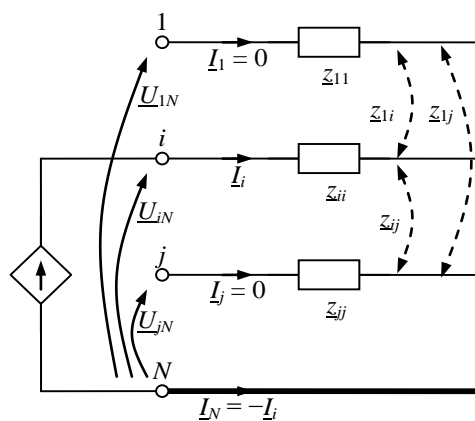
oraz definicję impedancji wzajemnej między pętlą i - N oraz j - N jako:

$$z_{ji} = \frac{U_{jN}}{I_i} = Z_{ji} - Z_{jN} - Z_{Ni} + Z_{NN} \quad (31)$$

W rezultacie otrzymuje się macierz kwadratową impedancji o wymiarze $(n-1) \times (n-1)$ złożoną z elementów z_{ii} oraz z_{ji} . Macierz tę nazywa się zredukowaną macierzą impedancji, która w przypadku z rysunku 2 ma postać:

$$\underline{z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{bmatrix} \quad (32)$$

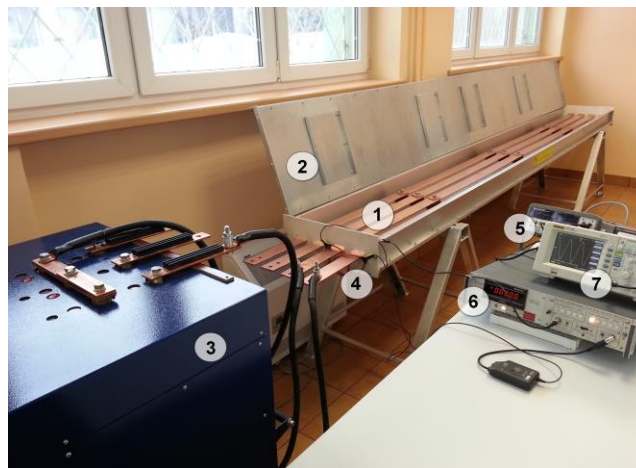
Wtedy też schemat zastępczy trójfazowego toru wieloprądowego z szynoprzewodem neutralnym zawiera tylko 3 impedancje własne oraz 6 impedancji wzajemnych – rysunek 4.



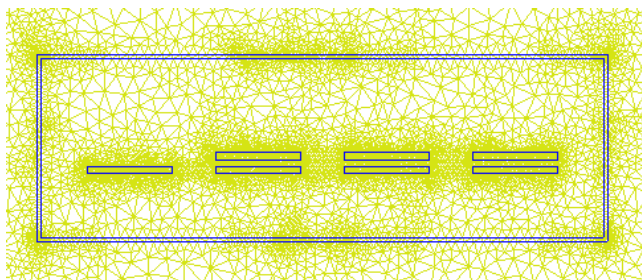
Rys. 4. Model obwodowy toru wieloprądowego z prądem I_i w pętli zamkniętej i - N oraz zredukowanymi impedancjami własnymi z_{ii} oraz wzajemnymi z_{ij}

2. Przykład obliczeniowy

W celu weryfikacji otrzymanych wzorów dokonano pomiarów impedancji na rzeczywistym torze wieloprądowym (rys. 5) oraz przeprowadzono symulację korzystając z programu FEMM [8] opartego na metodzie elementów skończonych (rys. 6).



Rys. 5. Stanowisko pomiarowe: 1 – tor wieloprądowy, 2 – otwarta pokrywa ekranu, 3 – wymuszalnik prądowy, 4 – pętla Rogowskiego, 5 – woltomierz, 6 – fazomierz, 7 – oscyloskop



Rys. 6. Dyskretyzacja szynoprzewodu typu PELPO

Zgodnie z rysunkiem 2 wymiary wynoszą: $a = 60$ mm, $b = b_1 = 5$ mm, $d = d_1 = 90$ mm. Przewody fazowe zawierają po dwie szyny prostokątne, zaś przewód neutralny zawiera jedną szynę, a stąd $N_1 = N_2 = N_3 = 2$ oraz $N_4 = 1$. Szyny fazowe i szyna neutralna są szynami miedzianymi o konduktywności $\sigma = 56$ MS·m⁻¹. Częstotliwość prądów fazowych $f = 50$ Hz. Obudowa szynoprzewodu wykonana jest z aluminium o konduktywności $\sigma_s = 34$ MS·m⁻¹. Wymiary obudowy wynoszą: $A = 400$ mm oraz $B = 126$ mm, a grubość jej ścianek $t = 3$ mm. Położenie ścian obudowy względem szyn określone jest przez $a_1 = 35$ mm and $b_2 = 45$ mm. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Impedancje własne i wzajemne w mΩ trójfazowego szynoprzewodu typu PELPO

$\frac{N_i}{N_j}$	Metoda	1 (L1)	2 (L2)	3 (L3)	4 (N)
1 (L1)	IEM	0.193+j 1.129	0.032+j 0.785	-0.011+j 0.723	0.022+j 0.776
	FEM	0.207+j 0.389	0.047+j 0.066	0.013+j 0.003	0.046+j 0.060
2 (L2)	IEM	0.032+j 0.785	0.195+j 1.126	0.021+j 0.777	-0.011+j 0.723
	FEM	0.047+j 0.066	0.207+j 0.386	0.046+j 0.061	0.013+j 0.003
3 (L3)	IEM	-0.011+j 0.723	0.021+j 0.777	0.178+j 1.098	-0.032+j 0.714
	FEM	0.013+j 0.003	0.046+j 0.061	0.209+j 0.362	0.003-j 0.004
4 (N)	IEM	0.022+j 0.776	-0.011+j 0.723	-0.032+j 0.714	0.291+j 1.117
	FEM	0.046+j 0.060	0.013+j 0.003	0.003-j 0.004	0.324+j 0.402

Tabela 2. Zredukowane impedancje własne i wzajemne w mΩ trójfazowego szynoprzewodu typu PELPO

$\frac{i}{i}$	Metoda	1 (L1)	2 (L2)	3 (L3)
1 (L1)	IEM	0.443+j 0.693	0.313+j 0.403	0.289+j 0.349
	FEM	0.438+j 0.671	0.312+j 0.406	0.288+j 0.350
	MM	0.459+j 0.717	0.346+j 0.447	0.320+j 0.375
2 (L2)	IEM	0.313+j 0.403	0.511+j 0.798	0.357+j 0.458
	FEM	0.313+j 0.406	0.505+j 0.782	0.354+j 0.464
	MM	0.346+j 0.441	0.557+j 0.866	0.392+j 0.505
3 (L3)	IEM	0.289+j 0.349	0.357+j 0.458	0.534+j 0.788
	FEM	0.288+j 0.350	0.354+j 0.464	0.527+j 0.772
	MM	0.317+j 0.365	0.393+j 0.507	0.587+j 0.797

Pomiary impedancji dokonano na odpowiednio przygotowanym stanowisku laboratoryjnym zgodnie z rysunkiem 5. Tor wielkopiędowy zasilano prądem o natężeniu 1 kA. Pomiar prądu odbywał się poprzez pętlę Rogowskiego o dokładności $\pm 1\%$, zaś pomiar napięcia za pomocą cyfrowego woltomierza o klasie $\pm 0,1\%$. Kąt przesunięcia fazowego pomiędzy prądem a napięciem mierzony był za pomocą fazomierza o dokładności $\pm 1\%$. Rzeczywista długość toru wynosi 4,6 m, natomiast w celu uniknięcia wpływu przewodów zasilających, pomiary spadków napięcia wykonywano na odcinku 3,9 m. W celu obliczenia zredukowanej macierzy impedancji, dokonywano pomiarów wartości skutecznych prądu i napięcia oraz kąta przesunięcia fazowego pomiędzy ich wartościami chwilowymi. Pomiary powtarzano kilkakrotnie a wartości zmierzonych impedancji przedstawiono w tabeli 2.

Przedstawione poniżej wartości impedancji porównano z rezultatami otrzymanymi z zastosowaniem metody równań całkowitych (IEM), elementów skończonych (FEM) i wynikami pomiarów (MM).

3. Wnioski

Wyprowadzone wzory umożliwiają obliczanie impedancji szynoprzewodów. Uwzględniają one skończone wymiary poprzeczne i skończoną długość szynoprzewodów. Mogą być stosowane dla dowolnych wartości prądów zespolonych, w szczególności dla przypadków trójfazowych torów wielkopiędowych z asymetriami prądowymi.

Z przedstawionych w tabelach 1 i 2 wartości wynika, że wartości impedancji obliczone na podstawie równań całkowitych są zbliżone do wartości zmierzonych. Błąd względny nie przekracza 10%. Wartości zmierzone są nieco większe od wartości obliczonych. Spowodowane jest to przyjęciem pewnych uproszczeń w geometrii ekranu (rys. 2) i nie uwzględnieniem w modelu matematycznym rzeczywistego kształtu ekranu (rys. 1).

W przypadku wartości impedancji otrzymanych za pomocą metody elementów skończonych to są one niemal identyczne z wartościami obliczonymi na podstawie równań całkowitych.

Literatura

- [1] Baron B., Piątek Z., Jabłoński P., Szczegielniak T., Kusiak D., Pasierbek A.: A numerical method for current density determination in three-phase bus-bars of rectangular cross section, *Przegląd Elektrotechniczny* R.89 nr 8/2013, 294-298.
- [2] Baron B., Piątek Z., Szczegielniak T., Kusiak D., Pasierbek A.: A numerical method of computing impedances of a three-phase busbar system of rectangular cross section, *Przegląd Elektrotechniczny* R.89 nr 7/2013, 150-154.
- [3] Birtwistle D., Pear P.: Measurement of Impedance, Power Loss and Current Distribution in Three-Phase Busbars. *J. of Electrical and Electronics Engineering, Australia – IE Aust. & IREE Aust.*, Vol. 8, No. 1, 1988, 37-46.

- [4] Broydéd, F., Clavelier E., Broydéd L.: A direct current per-unit-length inductance matrix computation using modified partial inductance. *Proc. Of the CEM 2012 Int. Symp. on Electromagnetic Compatibility, Rouen, 25-27 April, 2012.*
- [5] Chen H., Fang J.: Modeling of Impedance of Rectangular Cross-Section Conductors. *IEEE Conference on Electrical Performance of Electronic Packaging*, 2000, 159-162.
- [6] Goddard K. F., Roy A. A., Sykulski J. K.: Inductance and resistance calculations for a pair of rectangular conductor. *IEE Pro-Sci. Meas. Tech.*, Vol. 152, No. 1, January 2005, 73-78.
- [7] Hoer C., Love C.: Exact Inductance Equations for Rectangular Conductors with Application to More Complicated Geometries. *J. Res. N. B. S.*, No. 2, 1965, 127-137.
- [8] Meeker, D.C., *Finite Element Method Magnetics*, version 4.2 (11 apr. 2012, Mathematica Build), <http://www.femm.info>.
- [9] Sarajčev P. and Goič R.: Power loss computation in high-current generator bus ducts of rectangular cross-section. *Electric Power Components and Systems*, No. 39, 2010, 1469-1485.
- [10] Szczegielniak T., Kusiak D., Piątek Z.: Pole magnetyczne szynoprzewodów prostokątnych o skończonej długości, *IAPGOŚ*, nr 4/2013, 45-48.
- [11] Zhilua Z., Weiming M.: AC Impedance of an Isolated Flat Conductor. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 44, No. 3, 2002, 482-486.
- [12] Zhong G., Koh C-K.: Exact Form Formula for Mutual Inductance of On-Chip Interconnects. *IEEE Trans. Circ. And Sys.*, I:FTA, No. 10, 2003, 1349-1353.

Prof. dr hab. inż. Zygmunt Piątek
e-mail: zygmunt.piatek@interia.pl



Jest pracownikiem naukowo-dydaktycznym w Instytucie Inżynierii Środowiska Politechniki Częstochowskiej. Jego zainteresowania naukowe to: zagadnienia pola elektromagnetycznego występujące w napowietrznych i kablowych liniach przesyłowych, torach wielkopiędowych, szynoprzewodach oraz grzejnictwie indukcyjnym.

Dr inż. Dariusz Kusiak
e-mail: dariuszkusiak@wp.pl



Stopień doktora uzyskał w 2008 roku na Wydziale Elektrycznym Politechniki Częstochowskiej. Obecnie pracuje jako adiunkt w Instytucie Elektrotechniki Przemysłowej na Wydziale Elektrycznym Politechniki Częstochowskiej. Jego zainteresowania naukowe to: zagadnienia pola elektromagnetycznego występujące w torach wielkopiędowych oraz szynoprzewodach.

Dr inż. Tomasz Szczegielniak
e-mail: szczegielniakt@interia.pl



Stopień doktora otrzymał w 2011 roku na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej. Obecnie pracuje jako adiunkt w Zakładzie Elektrotechniki i Automatyki w Inżynierii Środowiska Politechniki Częstochowskiej. Jego badania skupiają się na modelowaniu zjawisk elektromagnetycznych w torach wielkopiędowych.

otrzymano/received: 2014.09.29

przyjęto do druku/accepted: 2014.10.17