

DOI: 10.5604/01.3001.0010.7372

OPTIMALIZACJA WIELOKRYTERIALNA W PROCESIE PRODUKCJI MEBLI

Grzegorz Kłosowski¹, Edward Kozłowski²¹Politechnika Lubelska, Katedra Organizacji Przedsiębiorstwa, ²Politechnika Lubelska, Katedra Metod Ilościowych w Zarządzaniu

Streszczenie. Opracowanie dotyczy zastosowania programowania liniowego całkowitoliczbowego w optymalizacji wielokryterialnej. Celem badań było opracowanie modelu sterownika decyzyjnego umożliwiającego jednoczesną minimalizację poziomu zapasów półfabrykatów wygenerowanych w procesie cięcia, jak i odpadów po rozkroju. Zadaniem sterownika było dobranie odpowiedniego programu rozkroju z uwzględnieniem zamówień produkcyjnych, bieżących zapasów półfabrykatów i ograniczeń odnośnie dopuszczalnych poziomów zapasów.

Słowa kluczowe: procesy przemysłowe, systemy wspomagania decyzji, programowanie liniowe całkowitoliczbowe, symulacja komputerowa

USE OF MULTICRITERIAL OPTIMIZATION IN FURNITURE MANUFACTURING PROCESS

Abstract. This paper concerns the use of integer linear programming in a multi-criteria optimization. The aim of the research was to develop a model of the decision support system allowing simultaneous minimization of the intermediate products stocks level and waste generated in the process of cutting. The goal of controller was to select the appropriate cutting program, including production orders, the current inventory and limits on permissible stocks levels.

Keywords: process industry, decision support systems, integer linear programming, computer simulation

Wstęp

Programowanie całkowitoliczbowe (PC) jest metodą wykorzystywaną w szerokim spektrum zagadnień z zakresu optymalizacji [6]. Istnieje wiele prac naukowych, które są dowodem dużej przydatności tej metody w zastosowaniach przemysłowych, a także w różnych innych dziedzinach życia. Spotyka się przykłady zastosowań programowania liniowego całkowitoliczbowego (PLC) w procesie optymalizacji portfela inwestycyjnego. Wielkościami optymalizowanymi mogą być ryzyko i stopa zwrotu w określonym horyzoncie czasowym [8]. Ponadto, w zagadnieniach optymalizacji procesów inwestycyjnych, można znaleźć przykłady rozwiązań hybrydowych, polegających na łączeniu programowania liniowego i logiki rozmytej [11].

Prowadzone są badania w zakresie zastosowań PLC w dziedzinie optymalizacji pakowania elementów nieregularnych. Istnieją modele matematyczne, umożliwiające optymalizację pakowania przestrzennego (3D) przy użyciu układu dwóch modeli dwuwymiarowych (2D). W tym celu pierwszy model optymalizuje upakowanie elementów na płaszczyźnie poziomej, a drugi realizuje podobne zadanie dla płaszczyzny pionowej [4].

Programowanie liniowe całkowitoliczbowe znajduje skuteczne zastosowania jako metoda zarządzania łańcuchem dostaw alternatywna do klasycznych metod wykorzystywanych w systemach informatycznych klasy ERP. Tworzone są modele matematyczne umożliwiające optymalizację zapasów całego łańcucha logistycznego, w skład którego wchodzi poddostawcy realizujący dostawy w strukturze wielopoziomowej [9].

O wysokim poziomie aplikacyjności PLC, świadczą wyniki badań odnośnie problemu planowania w ramach organizacji systemu transportu rzeczno-godowego. Opisany problem dotyczył floty barek przewożących zawiesziny węgla wapnia, dostarczanego do europejskich producentów papieru. Do rozwiązania problemu organizacyjnego zastosowano mieszane programowanie liniowe całkowitoliczbowe. Na bazie tej metody opracowano system wspomagania decyzji wspomagający zarządzanie łańcuchem dostaw. System uwzględniał wiele czynników, jak choćby dostępność barek, ich różnorodność pod względem ładowności, rozmieszczenie magazynów surowców i miejsc docelowych, poziomy zapas surowca w poszczególnych magazynach [2].

Innym przykładem zastosowania programowania całkowitoliczbowego są problemy związane z zarządzaniem kolejowymi przewozami towarowymi. Badania dotyczyły opracowania dynamicznego systemu wspomagania decyzji. W ramach tej problematyki, celami optymalizacji mogą być takie zagadnienia jak: redystrybucja pustych wagonów, ustalanie składów pociągów, ustalanie tras i harmonogramów przewozów [12].

Programowanie liniowe całkowitoliczbowe znajduje zastosowanie w procesie opracowania algorytmów sekwencyjnych realizujących zadania związane z optymalizacją pakowania [5, 9].

PLC znalazło zastosowanie w zagadnieniu optymalizacji procesu radioterapii o zmiennej intensywności naświetlania. Jest to problem NP-trudny, wobec czego nie istnieje uproszczona metoda umożliwiająca jego jednoznaczne rozwiązanie, stąd konieczność użycia metody iteracyjnej [3].

Kolejnym przykładem dziedziny, w której prowadzone są badania z zastosowaniem programowania liniowego całkowitoliczbowego jest problematyka optymalizacji zapasów poprzez odpowiedni dobór programu rozkroju [1]. Celem badań opisywanych w niniejszym opracowaniu jest optymalizacja zapasów półfabrykatów będących rezultatem operacji cięcia płyt w branży meblarskiej. Jednocześnie, drugim celem optymalizacji jest minimalizacja odpadów pozostałych w wyniku cięcia. Aby rozwiązać powyższy problem zastosowano metodę PLC. Opracowano model matematyczny sterownika decyzyjnego, a także zastosowano symulację komputerową w celu weryfikacji skuteczności modelu.

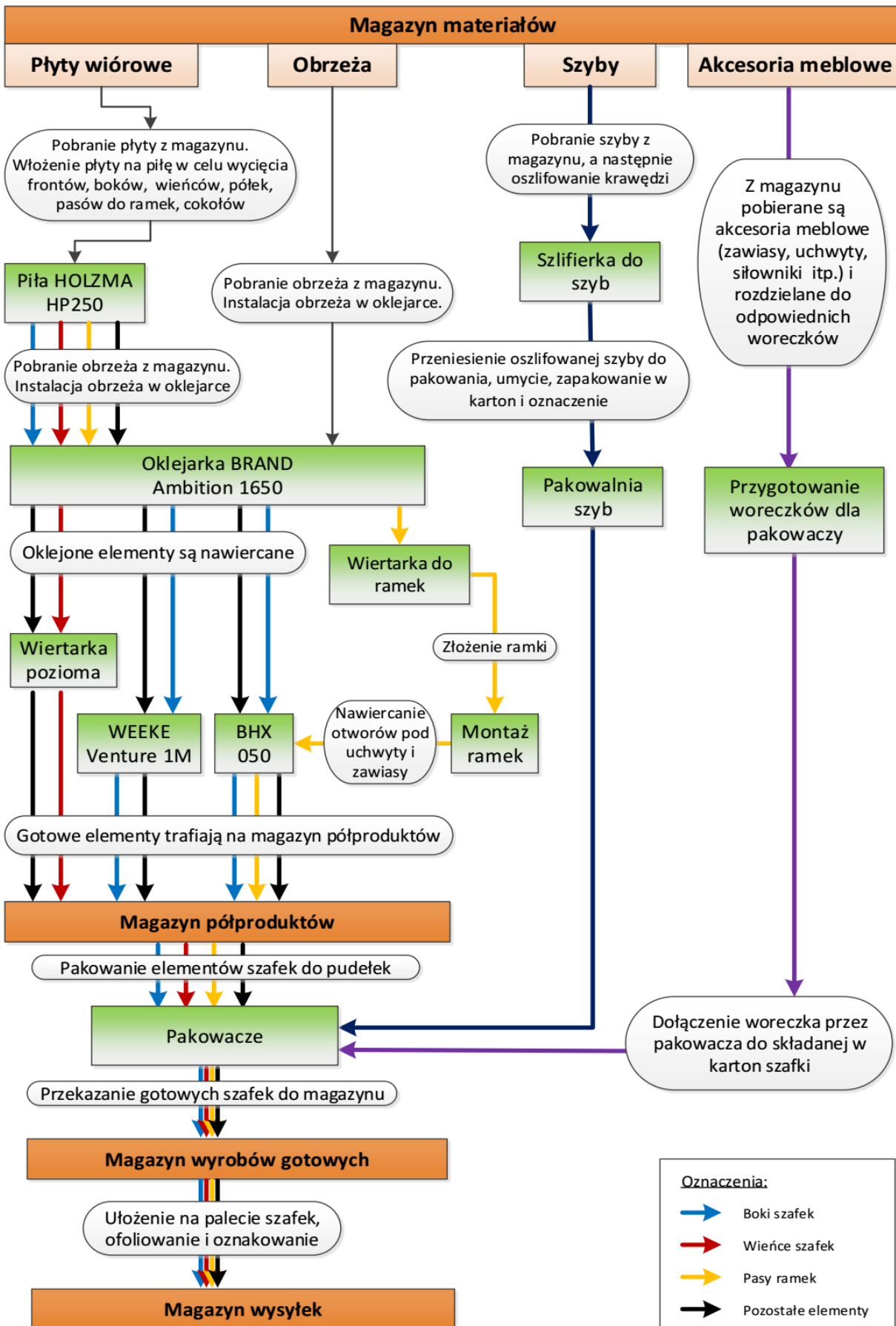
1. Charakterystyka obiektu badań

Obiektem badań jest przedsiębiorstwo produkcyjne średniej wielkości. Firma produkuje meble dla dużej, międzynarodowej sieci handlowej. Meble sprzedawane są dla klientów końcowych pod marką ww. sieci handlowej. Badane przedsiębiorstwo nie posiada własnego działu projektowego, ponieważ całość produkcji podporządkowana jest konkretnym projektom mebli, które znajdują się w ofercie odbiorcy hurtowego (sieci handlowej).

Odbiorca hurtowy zleca producentowi mebli około 40 modeli różnych szafek. Meble występują w 6 wariantach kolorystycznych. Ponadto, rozróżnia się fronty lewe i prawe. Daje to łączną liczbę 480 wariantów szafek meblowych.

Rocznie, firma meblowa produkuje około 55 tysięcy szafek. Zamówienia na określone rodzaje i ilości szafek wpływają do przedsiębiorstwa codziennie. Codziennie także odbywają się wysyłki mebli. Termin realizacji zamówienia wynosi 14 dni. Szafki wysyłane są do klienta hurtowego w postaci rozmontowanej. Są to komplety elementów do montażu zapakowane w pudełko kartonowe w taki sposób, że jedna szafka zajmuje jedno pudełko.

Transport wewnętrzzakładowy oparty jest na systemie wykorzystującym wózki widłowe i palety. W zależności od rodzaju (wielkości) szafki, na jedną paletę można załadować od 20 do 32 szafek. Waga załadowanej palety waha się w granicach 600–1000 kg. Średnia ilość szafek wysyłanych każdego dnia roboczego wynosi około 200 sztuk.



Rys. 1. Schemat procesu produkcyjnego w omawianym przedsiębiorstwie [7]

Podstawowym materiałem do produkcji szafek meblowych są laminowane płyty wiórowe. Są one kupowane z zewnątrz w formacie 2800×2070×18 mm. Płyty zamawiane są w konkretnych kolorach laminatów. Badane przedsiębiorstwo posiada własne okleiniarki wąskich płaszczyzn umożliwiające estetyczne wykończenie obrzeży pociętych formatek meblowych odpowiednią okleiną dobraną do koloru laminatu płyty.

Schemat głównego procesu produkcyjnego zaprezentowano na rys. 1. Z pewnym uogólnieniem można założyć, że do produkcji szafek meblowych wykorzystuje się 4 grupy materiałów. Pierwszą z nich są wspomniane już laminowane płyty wiórowe. Prócz nich, od zewnętrznych dostawców kupowane są gotowe: obrzeża, szyby i akcesoria meblowe (uchwyty, prowadnice, zawiasy, siłowniki itp.).

Pierwszym etapem procesu jest rozkrój płyt wiórowych na pile panelowej Holzma HP250. Pila jest urządzeniem klasy CNC o wysokim stopniu automatyzacji. Posiada oprogramowanie umożliwiające optymalizację rozkroju. Po wprowadzeniu do pamięci możliwych wymiarów formatek meblowych, na podstawie ilości poszczególnych płyt do pocięcia oprogramowanie maszynowe jest w stanie podać zoptymalizowany program rozkroju.

Na wyjściu pila generuje podstawowe elementy szafek. Należą do nich: fronty, boki, wieńce, cokoły, półki i pasy ramek.

Formatki wymagające oklejenia kierowane są na stanowisko okleiniarki obrzeży. Oklejone formatki poddawane są operacjom nawiercania i frezowania. Dzięki tym zabiegom możliwy jest późniejszy montaż zawiasów oraz wzajemne zespolenie poszczególnych elementów szafek. Tak przygotowane formatki trafiają do magazynu półproduktów.

Jeśli dany rodzaj szafki wymaga zamontowania przeszklonego frontu, wtedy uruchamiany jest odrębny proces szlifowania, a następnie odpowiedniego zapakowania szyby.

Każda szafka meblowa ma odrębny zestaw akcesoriów, które są pakowane w woreczki a następnie dołączane do pudeł kartonowych z poszczególnymi szafkami. Jak wynika z rys. 1, miejscem w którym zbiegają się 3 równoległe strumienie półfabrykatów (formatek, szyb i akcesoriów) jest stanowisko pakowania. Stanowisko to jest obsługiwane przez kilku pakowaczy. Pakowanie odbywa się w sposób niezautomatyzowany.

2. Problem badawczy, cel i zakres badań

W przedsiębiorstwach MŚP o średnim stopniu automatyzacji występuje wiele zróżnicowanych problemów o charakterze technicznym, funkcjonalnym, a także społecznym. Spośród nich wyodrębniono problem mający zdaniem kierownictwa zasadniczy wpływ na konkurencyjność przedsiębiorstwa.

Jak wynika z powyższego opisu, przedsiębiorstwo realizuje produkcję w tzw. systemie ssącym – czyli wykonuje zadania produkcyjne na podstawie wcześniejszych zamówień od klientów. Teoretycznie, zaletą tego typu produkcji jest minimalizacja zapasów wyrobów gotowych. Wadą jest stosunkowo długi czas oczekiwania na produkt. Wnikając głębiej w specyfikę procesu produkcyjnego można dostrzec problem, polegający na rozbieżności celów. Celem numer jeden jest optymalizacja rozkroju, której efektem jest minimalizacja odpadów płyty wiórowej. Celem numer dwa jest minimalizacja półproduktów, którymi są formatki poszczególnych elementów szafek.

Zauważono że, gdy pila panelowa realizuje programy cięć uwzględniające jedynie bieżące zamówienia od klientów, procentowa ilość odpadów jest większa niż w przypadku, gdy programy rozkroju są uzupełniane o elementy szafek, które nie zostały jeszcze zamówione ale z historycznej analizy poprzednich zamówień można domniemywać, że w niedługim czasie będą wykorzystane. Metodą na minimalizację odpadów powstających w procesie cięcia na pile panelowej jest więc kontrolowany, lecz nie do końca przewidywalny wzrost zapasów półfabrykatów. Nieprzewidywalność wzrostu zapasów w braku pewności odnośnie terminu wykorzystania niezamówionych elementów szafek.

W omawianym przedsiębiorstwie decyzje odnośnie uzupełniania programów rozkroju o elementy niezamówione w celu redukcji odpadów podejmowany jest przez doświadczony pracownik. Pracownik, podejmując decyzję kieruje się swoją wiedzą, doświadczeniem, znajomością rynku, a także twardymi danymi odnośnie aktualnych stanów magazynowych poszczególnych rodzajów półproduktów (formatek), przewidywanej wielkości i zróżnicowania asortymentowego przyszłych zamówień. Z uwagi na konieczność analizy wielu czynników, trafne (optymalne) podejmowanie tego rodzaju decyzji jest trudne i istnieje spore prawdopodobieństwo, że podczas tego procesu może się pojawić wiele błędów wynikających ze specyfiki natury ludzkiej.

Prócz tego dochodzi tu problem zastępowalności, a raczej jego braku. W przedsiębiorstwach MSP trudno zastąpić wysoko wyspecjalizowanego pracownika o stosunkowo wyrafinowanych kwalifikacjach. Trudno jest precyzyjnie oszacować potencjalne koszty, będące skutkiem błędnych decyzji.

Celem badań jest opracowanie sterownika realizującego zadania optymalizacji wielokryterialnej w oparciu o metodę programowania liniowego całkowitoliczbowego.

Zakres badań obejmuje opracowanie modelu symulacyjnego ww. sterownika, uwzględniającego funkcję celu i ograniczenia.

3. Metoda badawcza

Pierwszym etapem procesu produkcyjnego w branży meblarskiej jest operacja cięcia. Szczegółowym celem badań jest rozwiązanie problemu realizacji operacji cięcia z uwzględnieniem stanów magazynowych półfabrykatów (formatek). Jak już wcześniej wspomniano, każdy proces rozkroju wymaga podjęcia decyzji odnośnie wyboru sposobu cięcia. Numeryczna pila panelowa jest fabrycznie wyposażona w specjalistyczne oprogramowanie, z którego pomocą można optymalizować różnorodne programy rozkroju uwzględniające rozwinięcia materiałowe szafek meblowych będących w aktualnej ofercie producenta.

Niech N oznacza zbiór liczb naturalnych. Rozważamy produkcję $z \in N^n$ gotowych wyrobów, które powstają z $y \in N^k$ elementów. Wielkość $y = Bz$, gdzie macierz $B \in N^{k \times n}$ oznacza macierz zużycia pociętych formatek, tzn. $b_{ij} \in N$, $1 \leq i \leq k$, $1 \leq j \leq n$ oznacza liczbę elementów typu i użytych podczas produkcji jednej jednostki wyrobu j .

Stan początkowy pociętych elementów na magazynie oznaczamy przez $x \in N^k$.

Przyjmijmy, że istnieje m sposobów rozkroju arkusza oraz macierz $A \in N^{k \times m}$ oznacza macierz sposobów rozkroju, natomiast $u \in N^m$ oznacza wektor cięć. Rozważmy dwa scenariusze problemowe.

Problem 1.

Należy zużyć jak najmniej materiału podczas produkcji z wyrobów uwzględniając bieżące stany magazynowe gotowych elementów.

$$\min_u \sum_{i=1}^m u_i \text{ przy ograniczeniach } \begin{cases} u \in N^m \\ Au + x \geq Bz \end{cases} \quad (1)$$

Problem 2.

Tak jak problem 1, dodatkowo stany magazynowe nie powinny przekraczać wielkości $x_u \in N^k$.

$$\min_u \sum_{i=1}^m u_i \text{ przy ograniczeniach } \begin{cases} u \in N^m \\ Bz \leq Au + x \leq Bz + x_u \end{cases} \quad (2)$$

W Matlabie zadania programowania liniowego całkowitoliczbowego postaci (3)

$$\min_x f^T x \text{ przy ograniczeniach } \begin{cases} x \in N^m \\ Ax \leq b \\ A_{eq}x = b_{eq} \\ lb \leq x \leq ub \end{cases} \quad (3)$$

rozwiązujemy za pomocą zdefiniowanej funkcji (4)

$$\text{intlinprog}(f, \text{intcon}, A, b, A_{eq}, b_{eq}, lb, ub, \text{options}) \quad (4)$$

gdzie intcon oznacza wektor współrzędnych całkowitoliczbowych.

Aby rozwiązać zadania (1) i (2) definiujemy najpierw wektor:

$$f = (1, 1, \dots, 1) \in N^m,$$

$$xu = (50, 50, \dots, 50) \in N^k,$$

$$lb = (0, 0, \dots, 0) \in N^m,$$

$$ub = (\text{Inf}, \text{Inf}, \dots, \text{Inf}) \in N^m.$$

Zadanie (1) rozwiązujemy wykorzystując polecenie:

```
intlinprog(f, 1:m, -A, x - Bz, [], [], lb, ub).
```

Zadanie (2) rozwiązujemy wykorzystując polecenie:

```
intlinprog(f, 1:m, [-A; A], [x - Bz; Bz - x + xu], [], [], lb, ub).
```

Skrypt 1. Skrypt programu w Matlab

```
clear;
x(:,1)=[12; 40; 2; 30; 10; 0; 1; 22];
% stan początkowy elementów w magazynie
% macierz - liczba elem/sposoby cięć;
% w przykładzie uwzględniono 40 sposobów cięć/
% w praktyce może być ich zdecydowanie więcej;
% Zakładamy 2 rodzaje szafek, każda składa się % z
4. elementów.
x_ogr(:,1)=x(:,1);
% macierz liczba elem/sposoby cięć; sposobów cięć/
% do wykonania 2. szafek, każda składa się z 4.
elementów - prosty przykład
il_czesci_szafki = 4;
il_rodz_szafek = 2;
rozm=size(x);
rzedy_x0=rozm(1,1); %liczba elementów wykorzystywa-
nych podczas produkcji

%ograniczenie na stany magazynowe
for i=1:rzedy_x0
    ograniczenie(i)=50;
end;

%macierz sposobów cięć->wczytanie do zmiennej A
[A,naglowki]=xlsread('C:\Users\...\sposoby
ciem.xls','sposoby');
wymiar=size(A);
il_ciec = wymiar(1,2);

%macierz transformacji zamówienie--->liczba elemen-
tów \tu na stałe\można
%wpisać do arkusza i też wczytać
%można korzystać z elementów z innych szafek. Tyle
kolumn ile rodzajów szafek.
B=[1 0; 2 0; 2 0; 2 0; 0 1; 0 1; 0 2; 0 2; 0 1];
f=ones(il_ciec,1); %definicja wektora f, reprezentu-
je wsp. kierunkowe dla liniowej funkcji celu
%ograniczenia na cięcia
%ile arkuszy maszyna rozkroji w ciągu doby lub na
miesiąc? (dolne górne)
ls=zeros(il_ciec,1);
for i=1:il_ciec; bs(i)=Inf; end
intcon=[1:il_ciec]; %ograniczenie na zmienne które
muszą być typu Integer

%rozwiązanie problemu
N=100; %liczba prób
for k=1:N
    fid=fopen(['C:\Users\...\Orygiały\17.05.2016',
num2str(k), '.doc'], 'w');

    fid_ogr=fopen(['C:\Users\...\Orygiały\17.05.2016', num
2str(k), '_ogr.doc'], 'w');
    fprintf(fid, '\v %s %s\n', 'Zapotrzebowanie
nr:', num2str(k));
    fprintf(fid, '\v %s\n', 'Plan realizacji szafek');
    fprintf(fid_ogr, '\v %s %s\n', 'Zapotrzebowanie
nr:', num2str(k));
    fprintf(fid_ogr, '\v %s\n', 'Plan realizacji
szafek');

    il_sz_do_wyk(:,k)=randi([0 10],1,il_rodz_szafek);

    for s=1:length(il_sz_do_wyk(:,k))
        fprintf(fid, '\v %s %s %s %s
%s\n', 'szafka', num2str(s), '----
', num2str(il_sz_do_wyk(s,k)), 'szt');
        fprintf(fid_ogr, '\v %s %s %s %s
%s\n', 'szafka', num2str(s), '----
', num2str(il_sz_do_wyk(s,k)), 'szt');
    end;
```

```
%liczba elementów do zrealizowania
y=B*il_sz_do_wyk(:,k);

%wyswietlenie danych bez ograniczenia
[u,fval]=intlinprog(f, intcon, -A, x(:,k)-y, [], [],
ls, bs);
% wyniki
disp('cięć')
u
liczba_ciec(k)=fval;

fprintf(fid, '\v %s %s\n', 'Liczba płyt do rozkro-
ju: ', num2str(fval));
for j=1:il_ciec
    if round(u(j))>0
        fprintf(fid, '\v %s %s %s %s %s\n', 'Sposobem
', num2str(j), 'pociąć', num2str(round(u(j))), 'ra-
zy');
    end;
end;

%wyswietlenie danych z ograniczeniem magazynowym
[u_ogr,fval_ogr]=intlinprog(f, intcon, [-A;A],
[x_ogr(:,k)-y;y-x_ogr(:,k)+ograniczenie'], [], [],
ls, bs);
% wyniki
disp('cięć z ograniczeniem')
u_ogr
liczba_ciec_ogr(k)=fval_ogr;
fprintf(fid_ogr, '\v %s %s\n', 'Liczba płyt do
rozkroju: ', num2str(fval_ogr));
for j=1:il_ciec
    if round(u_ogr(j))>0
        fprintf(fid_ogr, '\v %s %s %s %s
%s\n', 'Sposobem ', num2str(j), 'pociąć',
num2str(round(u_ogr(j))), 'razy');
    end;
end;

%uzupełnienie
uzup=A*u;
uzup_ogr=A*u_ogr;
disp('wartości stanu końcowe')
x(:,k+1)=x(:,k)+A*u-y;
x_ogr(:,k+1)=x_ogr(:,k)+A*u_ogr-y;

fprintf(fid, '\v %s\n', 'Elementy');
fprintf(fid, '\v %s %s %s %s %s
%s\n', 'nr', 'Stan pocz.', 'Zapotrz.', 'Uzup.', 'Stan
końc. ');
fprintf(fid_ogr, '\v %s\n', 'Elementy');
fprintf(fid_ogr, '\v %s %s %s %s %s
%s\n', 'nr', 'Stan pocz.', 'Zapotrz.', 'Uzup.', 'Stan
końc. ');

for i=1:8
    fprintf(fid, '\v %2s %3s %3s %3s
%3s
%3s\n', num2str(i), num2str(round(x(i,k))), num2str(y(i)
), num2str(round(uzup(i))), num2str(round(x(i,k+1)))));
    fprintf(fid_ogr, '\v %2s %3s %3s %3s
%3s
%3s\n', num2str(i), num2str(round(x_ogr(i,k))), num2str
(y(i)), num2str(round(uzup_ogr(i))), num2str(round(x_ogr(i,k+1)))));
end;

fclose(fid);
fclose(fid_ogr);
end;
title('Stany magazynowe')
for s=1:8
    subplot(4,2,s); plot(1:N+1, x(s,:), 'b'); hold on;
    plot(1:N+1, x_ogr(s,:), 'r'); axis([1 N+1 0
max(max(x(s,:)), max(x_ogr(s,:)))+10]);
    title(strcat('Stany
magazynowe', char(naglowki(s+1,1))));
end;
disp(['liczba płyt wykorzystanych podczas
', num2str(N), 'zamówień']);
disp(['bez ograniczeń na stany -
', num2str(sum(liczba_ciec)), 'płyt']);
disp(['z ograniczeniami stanów -
', num2str(sum(liczba_ciec_ogr)), 'płyt']);
```

Jak wynika z powyższego opisu, do przeprowadzenia badań symulacyjnych zastosowano model matematyczny w postaci odpowiednio sparametryzowanej funkcji. Przyjęto następujące założenia:

1. Macierz możliwych sposobów cięć przedstawiono w tabeli 1, w której uwzględniono czterdzieści przypadków.
2. Każda szafka składa się z czterech elementów (formatek).
3. Ilość rodzajów szafek wynosi dwa.
4. Stan początkowy poszczególnych rodzajów elementów w magazynie wynosi odpowiednio: [12; 40; 2; 30; 10; 0; 1; 22].
5. Eksperyment symulacyjny obejmuje sto dni.
6. Ograniczenie na stany magazynowe każdego elementu wynosi maksymalnie pięćdziesiąt sztuk.

Tabela 1. Macierz sposobów rozkroju $A \in N^{k \times m}$

Liczba elementów	Sposoby cięć													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	..	40
Typu 1	9	1	1	3	0	2	4	7	5	3	0	0	..	3
Typu 2	5	7	7	1	2	3	5	0	2	9	3	6	..	5
Typu 3	3	0	0	1	0	0	8	7	6	7	7	4	..	7
Typu 4	4	1	0	7	2	0	1	8	5	0	3	0	..	1
Typu 5	8	0	4	7	0	3	3	7	5	3	5	1	..	2
Typu 6	8	0	0	0	7	0	3	6	0	1	5	8	..	0
Typu 7	5	0	8	1	1	2	0	1	2	5	0	8	..	8
Typu 8	6	1	0	0	0	5	1	0	3	3	7	0	..	2

Skrypt 1 realizuje proces wspomagania decyzji w zakresie optymalizacji doboru programu rozkroju z uwzględnieniem ograniczeń odnośnie maksymalnego poziomu zapasu półfabrykatów (Problem 2) oraz uwzględnienia w/w ograniczeń (Problem 1). Linie rozpoczynające się od znaku „%” oznaczają komentarze umożliwiające łatwiejsze zrozumienie zapisu skryptowego.

4. Wyniki eksperymentów symulacyjnych

Przeprowadzono dwa eksperymenty symulacyjne, odpowiadające dwóm problemom opisanych w rozdziale 3. Oba eksperymenty obejmowały sto dni produkcji. W każdym dniu dokonywano rozkroju z uwzględnieniem kolejnych zamówień, które zostały zamodelowane za pomocą generatora liczb całkowitych.

Poniżej zaprezentowano stan zapasów jaki miał miejsce w dniu 33. W tabeli 3 zaprezentowano stany magazynowe poszczególnych elementów dla zadania (2), gdy sterownik decyzyjny uwzględniał ograniczenie maksymalnego stanu zapasów (dopuszczalny zapas maksymalny został ustalony na poziomie 50 sztuk), natomiast w tabeli 2 zaprezentowano stany magazynowe dla zadania (1) bez uwzględnienia w/w ograniczeń.

W tym dniu wpłynęło zamówienie od klientów na szafkę nr 1 w ilości 8 sztuk oraz na szafkę nr 2 w ilości 4 sztuk. W przypadku, gdy oprogramowanie sterownika nie było ograniczone ilością stanów magazynowych, sterownik zaproponował wykorzystanie dwóch płyt. Jedną płytę należało pociąć sposobem nr 12, a drugą sposobem nr 26. W tabeli 2 zaprezentowano stany magazynowe w dniu 33 spośród 100 dni symulacji. W rzędach znajdują się poszczególne elementy składowe dwóch szafek (2 szafki \times 4 elementy na szafkę = 8 elementów). Stan końcowy jest wynikiem stanu początkowego pomniejszonego o zapotrzebowanie (zużycie

wynikające z bieżących zamówień) i powiększonego o produkcję na magazyn. Biorąc pod uwagę numery kolumn, sposób wyliczenia stanu końcowego jest następujący: (5)=(2)-(3)+(4).

Tabela 2. Stany magazynowe pociętych elementów w dniu 33 dla zadania (1)

Nr	Stan początkowy	Zapotrzebowanie	Uzupełnienie	Stan końcowy
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	54	8	0	46
2	6	16	14	4
3	5	16	12	1
4	30	8	1	23
5	52	4	5	53
6	11	8	11	14
7	0	8	10	2
8	12	4	4	12

Analizując tabelę 3 przedstawiającą rozwiązanie Problemu 2 można zauważyć, że wartości stanów końcowych w kolumnie (5) nie przekraczają poziomu 50 sztuk. W tabeli 2 przedstawiającej rozwiązanie Problemu 1 element nr 5 osiąga poziom zapasu w ilości 53 sztuk. Magazynowanie zbyt dużej ilości gotowych elementów nie jest działaniem racjonalnym.

Na rys. 2 zaprezentowano wykresy stanów magazynowych każdego z ośmiu półfabrykatów (pociętych formatek) w trakcie 100 dni eksperymentu dla dwóch wariantów – z ograniczeniami do 50 sztuk zapasów i bez ograniczenia zapasów. Krzywa czerwona przedstawia przebieg kształtowania się zapasów dla przypadku uwzględniającego ograniczenia poziomu zapasów (Problem 2). Natomiast krzywa granatowa przedstawia przebieg zapasów dla Problemu 1, dla którego stan gotowych elementów na magazynie nie jest ograniczony.

W przypadku braku ograniczenia zapasów stanów magazynowych dla poszczególnych części, można zauważyć, że dla elementów nr 5 poziom zapasów wielokrotnie przekroczył 100 sztuk.

Ponadto, w przypadku gdy sterownik decyzyjny uwzględniał ograniczenie maksymalnego poziomu zapasów do 50 sztuk, żaden z ośmiu elementów nie przekroczył tego poziomu w trakcie 100 dni symulowanego okresu. W sposób szczególny jest to widoczne w odniesieniu do elementu typu 5.

Tabela 3. Stany magazynowe pociętych elementów w dniu 33 dla zadania (2)

Nr	Stan początkowy	Zapotrzebowanie	Uzupełnienie	Stan końcowy
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	42	8	4	38
2	4	16	17	5
3	0	16	16	0
4	8	8	1	1
5	49	4	5	50
6	10	8	19	21
7	2	8	16	10
8	9	4	1	6

Jeśli ograniczenia na zapasy nie obowiązują, poziom zapasu pod koniec symulacji przekracza 100 sztuk. Dzięki wprowadzeniu ograniczenia, poziom ten jest zachowany w przedziale od 0 do 50 sztuk. Można zauważyć, że w przypadku elementów innych typów, przebiegi obu linii są zbliżone. Interesująco prezentuje się wykres dla elementu typu 1.

Na rys. 2 widać zbliżone kształty obu linii, jednak różnica poziomu zapasów pomiędzy obydwojema przypadkami osiąga 50 sztuk (po osiemdziesiątym dniu symulacji).



Rys. 2. Wykresy stanów magazynowych poszczególnych elementów (formatek) z uwzględnieniem ograniczeń na maksymalny poziom zapasów oraz bez uwzględnienia maksymalnego poziomu zapasów

5. Wnioski

W niniejszym opracowaniu zaprezentowano koncepcję zastosowania programowania liniowego całkowitoliczbowego w problematyce zarządzania produkcją. Opracowano matematyczny model systemu wspomagania decyzji, którego zadaniem była optymalizacja wielokryterialna: minimalizacja zapasów półproduktów powstałych w efekcie rozkroju płyt meblowych oraz minimalizacja odpadów po rozkroju. Wykorzystując symulację komputerową przeprowadzono dwa eksperymenty, w trakcie których zasymulowano sto dni pracy sterownika.

Eksperyment pierwszy polegał na symulacji procesu rozkroju bez ograniczeń na wielkość stanów magazynowych półfabrykatów. Eksperyment drugi zakładał limit zapasów półfabrykatów ustawiony na poziomie 50 sztuk w odniesieniu do każdego rodzaju formatki. Eksperymenty potwierdziły skuteczność badanej metody zarówno w wersji bez ograniczeń nałozonych na poziomy zapasów, jak i z ograniczeniami.

Literatura

- [1] Arbib C., Marinelli F., Ventura P.: One-dimensional cutting stock with a limited number of open stacks: bounds and solutions from a new integer linear programming model. *International Transactions in Operational Research* 23(1–2), 2016, 47–63.
- [2] Bredström D., et al.: A mixed integer linear programming model applied in barge planning for Omya. *Operations Research Perspectives* 2/2015, 150–155.
- [3] Catanzaro D., Engelbeen C.: An Integer Linear Programming Formulation for the Minimum Cardinality Segmentation Problem. *Algorithms* 8(4)/2015, 999–1020.
- [4] Cherri L. H., et al.: Robust mixed-integer linear programming models for the irregular strip packing problem. *European Journal of Operational Research* 253(3)/2016, 570–583.
- [5] Fischetti M., Monaci M., Salvagnin D.: Mixed-integer linear programming heuristics for the prepack optimization problem. *Discrete Optimization* 22 Part A, 2016, 195–205 [doi: 10.1016/j.disopt.2015.03.004].
- [6] Hiller F., Lieberman G.: *Introduction to Operational Research*. McGraw-Hill Publishing Company, 1986.
- [7] Kłosowski G.: Zastosowanie symulacji komputerowej w sterowaniu przepływem produkcji mebli, *Zarządzanie Przedsiębiorstwem* 2, 2011, 29–37.

- [8] Mansini R., Ogryczak W., Speranza M. G.: Twenty years of linear programming based portfolio optimization. *European Journal of Operational Research* 234(2)/2014, 518–535.
- [9] Martinovic J., Scheithauer G.: Integer linear programming models for the skiving stock problem. *European Journal of Operational Research*, 251(2)/2016, 356–368.
- [10] Mula J., et al.: An integer linear programming model to support customer-driven material planning in synchronised, multi-tier supply chains. *International Journal of Production Research* 52(14)/2014, 4267–4278.
- [11] Sadati M. E. H., Nematian J.: Two-level linear programming for fuzzy random portfolio optimization through possibility and necessity-based model. *Procedia Economics and Finance* 5/2013, 657–666.
- [12] Upadhyay A., Bolia N. B.: An optimization based decision support system for integrated planning and scheduling on dedicated freight corridors. *International Journal of Production Research* 52(24)/2014, 7416–7435.

Dr inż. Grzegorz Kłosowski
e-mail: g.klosowski@pollub.pl

Adiunkt w Katedrze Organizacji Przedsiębiorstwa na Wydziale Zarządzania Politechniki Lubelskiej. Zainteresowania naukowe autora obejmują sztuczną inteligencję, symulacje i modelowanie procesów produkcyjnych i biznesowych. Kierownik i uczestnik kilkunastu projektów wdrożeniowych. Prezes zarządu spółki celowej Politechniki Lubelskiej, POLLUB-Invest Sp. z o.o., której zadaniem jest komercjalizacja pośrednia.



Dr Edward Kozłowski
e-mail: e.kozlovski@pollub.pl

Adiunkt w Katedrze Metod Ilościowych w Zarządzaniu na Wydziale Zarządzania Politechniki Lubelskiej. Zainteresowania naukowe autora obejmują optymalne sterowanie systemami stochastycznymi, modelowanie układów wspomagania decyzji w warunkach niepełnej informacji o systemie, analiza szeregów czasowych, wycena wartości informacji.



otrzymano/received: 15.06.2016

przyjęto do druku/accepted: 22.11.2017