

# WYZNACZANIE INDUKCYJNOŚCI Z UWZGLĘDNIENIEM NASYCENIA OBWODU MAGNETYCZNEGO MASZYN SYNCHRONICZNYCH Z MAGNESAMI ZAGNIEŹDŻONYMI

**Rafał Piotuch**

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Elektryczny

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono metodę wyznaczania indukcyjności własnych uzwojeń fazowych oraz indukcyjności w osi  $d$  i  $q$  maszyny synchronicznej z magnesami zagnieżdżonymi z wykorzystaniem pakietu obliczeniowego Maxwell 2D. Wybrane wyniki badań polowych porównano z wynikami otrzymanymi z modelu obwodowego maszyny. W badaniach tych uwzględniono wpływ wartości prądu stojana na parametry modelu obwodowego, których wyniki stanowią istotne dane wejściowe dla dalszej analizy pracy maszyn z magnesami trwałymi.

**Słowa kluczowe:** maszyna synchroniczna, indukcyjność w osi  $d$  i  $q$ , analiza polowa

## INDUCTANCE CALCULATION CONSIDERING MAGNETIC SATURATION OF INTERIOR PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MACHINES

**Abstract.** In the paper a method for FEM calculation of self-inductances and  $d, q$  axis inductances determination is presented for Interior Permanent Magnet Synchronous Motors. FEM simulation results are compared with circuit model simulation results. In the research there is considered influence of magnetic saturation on circuit model parameters. It is a basis for further analysis of PM synchronous machine work.

**Keywords:** synchronous machine,  $d$  and  $q$  axis inductance, field analysis

### Wstęp

Maszyny synchroniczne wzbudzone magnesami trwałymi charakteryzują się coraz lepszymi parametrami. Wysoki stosunek momentu do masy oraz niski moment bezwładności wirnika, a także łatwość sterowania czyni je idealnym rozwiązaniem w aplikacjach wymagających wysokiej dynamiki [1]. Są one powszechnie wykorzystywane w komputerach, drukarkach, w samochodach, na statkach, w elektrycznych wózkach inwalidzkich, napędzie trakcyjnym, w robotach, we frezarkach, w przemyśle medycznym, czy w końcu w aeronautyce [1, 7]. Należy jednocześnie zaznaczyć, że maszyny te mają również swoje wady, którymi są wysoka cena oraz możliwość rozmagnesowania magnesów trwałych.

W związku ze skomplikowanymi geometriami obwodów magnetycznych silników z magnesami trwałymi sposobem wyznaczania parametrów elektromagnetycznych jest analiza oparta o metodę elementów skończonych (MES). Technika komputerowa, a także dostępność zaawansowanych pakietów symulacyjnych, pozwala w stosunkowo szybki sposób analizować geometrie modelowanych układów.

Klasyczny modelu trójfazowy zapisany w układzie naturalnym ABC, może zostać przekształcony do wirującego układu współrzędnych poprzez zastosowanie przekształcenia Clark i Park'a. W ten sposób uzyskuje się możliwość niezależnego sterowania zarówno momentem, jak i strumieniem. Sterowanie to można porównywać do sterowania obcowzbudnym silnikiem prądu stałego. Poprawne wyznaczenie parametrów modelu obwodowego jest podstawą syntezy regulatorów [5, 12] dla maszyn z magnesami trwałymi. Wielu autorów, projektując regulatory, bazuje na modelu o parametrach stacjonarnych. Istotnym zagadnieniem, coraz częściej podejmowanym w literaturze [3, 4, 9, 10] jest wpływ nasycenia obwodu magnetycznego silnika na wartości parametrów modelu obwodowego. Wpływ ten uwzględnia się np. podczas projektowania trajektorii prądu tak aby zadaną wartość momentu uzyskać przy jak najmniejszej wartości składowych natężenia prądu  $i_d$  oraz  $i_q$ .

W artykule przedstawiono wybrane wyniki obliczeń, wykonanych przy użyciu programu Maxwell 2D firmy Ansys, indukcyjności własnych uzwojeń fazowych oraz indukcyjności w osi  $d$  oraz  $q$  maszyny synchronicznej. Dodatkowo wyznaczono indukcyjność  $L_{dq}$ .

Precyzyjne i dokładne wyznaczenie tych parametrów maszyny jest kluczowym zagadnieniem projektowania maszyn elektrycznych. Znajomość ww. parametrów pozwala dokonywać optymalizacji maszyny już na etapie badań symulacyjnych [8].

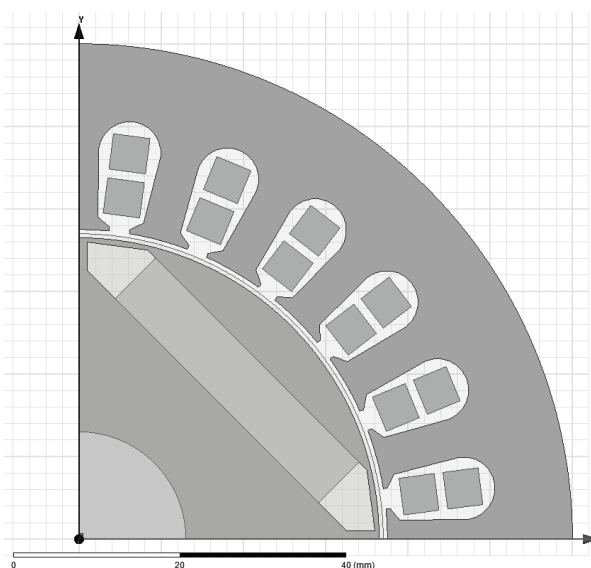
### 1. Maszyna synchroniczna

Analizowaną maszyną jest cylindryczna maszyna z magnesami XG 196/96 (o indukcji remanencji 0.96T i natężeniu koercji – 763kA/m) zagnieżdżonymi w wirniku. Zamodelowano uzwojenie dwuwarstwowe (ilość boków w żłobku wynosi 60) o poszoku żłobkowym równym 6 i o 2 żłobkach na biegunie i fazę. Główne wymiary silnika przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wybrane wymiary i parametry silnika

Długość części czynnej	65 mm
Grubość magnesu	4 mm
Szerokość magnesu	35 mm
Ilość żłobków	24
Ilość faz	3
Liczba par biegunów	2
Średnica wewnętrzna wirnika	40 mm
Średnica zewnętrzna stojana	81.5 mm
Wielkość szczeliny powietrznej	1 mm

Przekrój poprzeczny modelowanej maszyny pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Przekrój poprzeczny maszyny z magnesami



maszyny. Znajomość tych parametrów wydaje się być istotna dla predykcyjnych algorytmów regulacji prądu. W literaturze brakuje pozycji opisującej szczegółowo wpływ zmiany wartości parametrów modelu obwodowego na jakość regulacji algorytmów predykcyjnych, których równania wynikają bezpośrednio z równań maszyny.

Poprawne wyznaczenie tych parametrów pozwala uzyskać wysoką jakość regulacji [8], a także pozwala, już na etapie badań symulacyjnych, wyznaczyć parametry użytkowe maszyny (moc, moment, sprawność, stałą napięciową i stałą momentu) [2, 3, 7, 9, 10].

Ze względu na charakterystykę magnesowania stali, z której wykonane są blachy stojana i wirnika, niezbędnym jest uwzględnienie nasycania się stali. Objawia się to zmianą indukcyjności własnych i wzajemnych uzwojeń fazowych w funkcji prądu i położenia wirnika.

Warto jednocześnie podkreślić, że obecnie próbuje się modyfikować tradycyjne obwodowe modele maszyn, w celu uwzględnienia zjawisk niesinusoidalnego rozkładu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej, nasycenia magnetowodu, strat w żelazie, czy oddziaływań skośnych w osiach  $d$  oraz  $q$  [11].

### 3. Wyznaczanie indukcyjności własnych uzwojeń fazowych

Zagadnienie wyznaczenia indukcyjności własnych uzwojeń fazowych oraz indukcyjności w osi  $d$  oraz  $q$ , a także sprzężeń skośnym w tych osiach, jest zagadnieniem dość szeroko omawianym w literaturze.

Indukcyjności własne uzwojeń fazowych A, B, C mogą zostać wyznaczone dla różnych wartości natężenia prądu stojana oraz różnych położenia wirnika. W miarę nasycania się obwodu magnetycznego maszyny, analiza jej pracy może być dokonywana z uwzględnieniem indukcyjności inkrementalnych, wyznaczonych dla konkretnego punktu pracy lub dla indukcyjności statycznych wyznaczonych jako stosunek strumienia do prądu w danej osi. Jednocześnie warto zaznaczyć, że uwzględnienie wszystkich zjawisk, jakie towarzyszą pracy maszyny – magnesowanie skośne, prądy wirowe, anizotropia materiałów, jest zadaniem wyjątkowo trudnym.

Badania, których wyniki przedstawiono w artykule, przeprowadzono metodą opartą o formalizm Lagrange'a, szerzej opisaną w pozycji [2]. Bazuje ona na całkowitej koenergii magnetycznej zgromadzonej w układzie:

$$W_m^* = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} i_i \cdot i_j \cdot L_{ij} \quad (8)$$

Rzeczywista maszyna elektryczna z magnesami trwałymi jest zasilana przez wiele cewek sprzężonych elektromagnetycznie – równanie napięć maszyny zawiera w sobie indukcyjności własne oraz wzajemne uzwojeń fazowych i może być zapisane schematycznie w postaci (1).

Do rozwiązania równania napięciowego konieczna jest znajomość wszystkich rezystancji uzwojeń, a także indukcyjności własnych i wzajemnych poszczególnych uzwojeń fazowych.

Warto podkreślić, że ze względu na istnienie sprzężeń magnetycznych pomiędzy poszczególnymi uzwojeniami fazowymi, wyznaczenie ww. indukcyjności staje się bardzo czasochłonnym i trudnym zadaniem obliczeniowym [2].

Dla każdego położenia wirnika i dla każdego prądu oraz kombinacji prądów linearyzuje się model wokół punktu pracy i korzysta się z liniowych zależności opisujących koenergię magnetyczną, która zależy od wartości natężenia prądu w poszczególnych częściach czynnych maszyny oraz od wartości indukcyjności uzwojeń fazowych (8).

Procedura wyznaczenia indukcyjności rozpoczyna się od wyznaczenia indukcyjności własnych pojedynczych grup cewek (po przyjęciu zerowej wartości prądu w pozostałych cewkach). Następnie wyznacza się ponownie indukcyjności wzajemne cewek przy zasilaniu poszczególnych cewek parami. Wyznaczone w drugim kroku indukcyjności wzajemne uzwojeń

fazowych uwzględniają wcześniej wyliczone wartości indukcyjności własnych uzwojeń fazowych. Procedura ta wymaga „zamrożenie” przenikalności magnetycznych w każdym punkcie analizowanej geometrii.

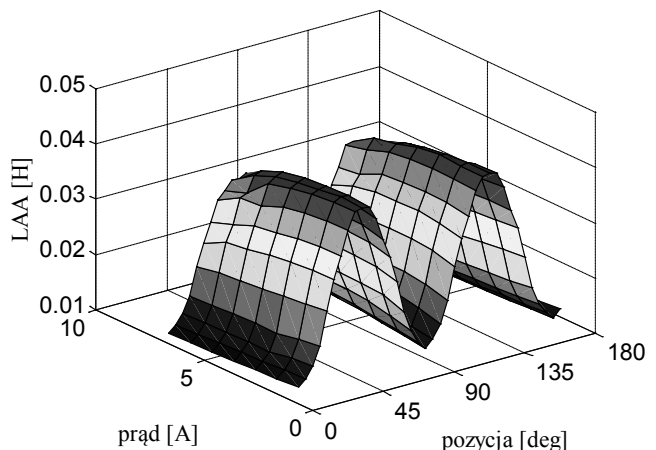
Indukcyjności w osi  $d$  oraz  $q$  określono znajdując dla każdej wartości prądu, minimalną oraz maksymalną wartość indukcyjności własnej uzwojenia fazowego [6].

Procedura wyznaczenia indukcyjności została zaprogramowana przez autora z wykorzystaniem języka Visual Basic. Pozwoliło to zautomatyzować całą procedurę i umożliwiło swobodę w zapisie danych do pliku. Macierz danych jest przesyłana do programu Matlab i opracowana przez skrypt realizujący niezbędne przekształcenia, obliczenia, a także wyświetlanie danych. Obliczenia wykonano metodą elementów skończonych w programie Maxwell 2D firmy Ansys.

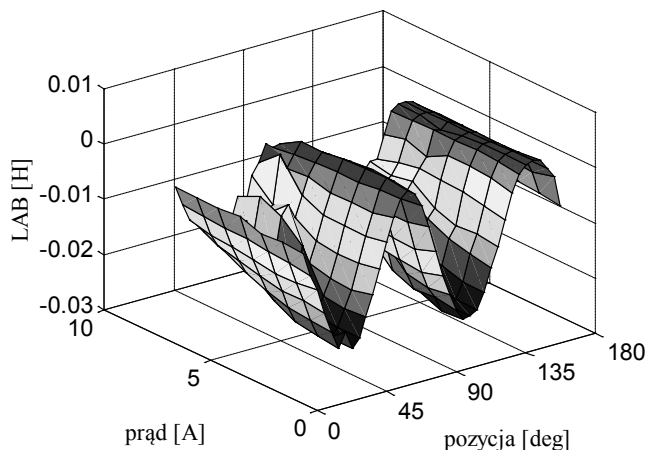
### 4. Wyniki badań symulacyjnych

Poprawne wyznaczenie indukcyjności własnych i wzajemnych uzwojeń fazowych z wykorzystaniem zaproponowanej metody jest pracochłonnym procesem obliczeniowym, który może być zautomatyzowany z wykorzystaniem odpowiednich narzędzi programistycznych.

Wyniki przedstawione na rysunkach 5 oraz 6 przedstawiają wartości indukcyjności własnych i wzajemnych uzwojeń fazowych wyznaczone zaproponowaną metodą.

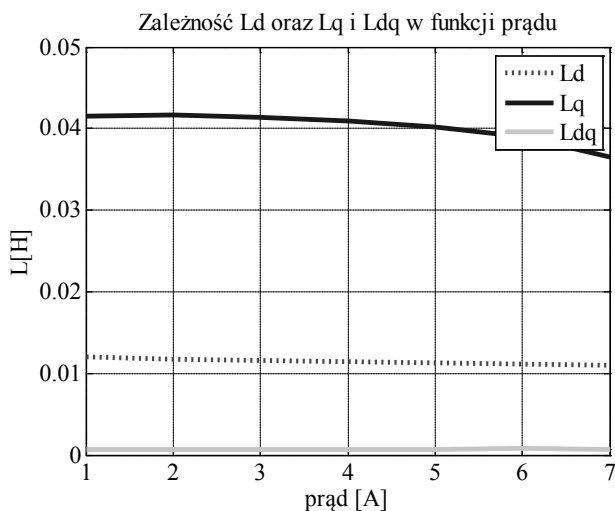


Rys. 5. Indukcyjność własna uzwojenia fazowego w funkcji kąta obrotu wału i natężenia prądu



Rys. 6. Indukcyjność własna uzwojenia fazowego w funkcji kąta obrotu wału i natężenia prądu

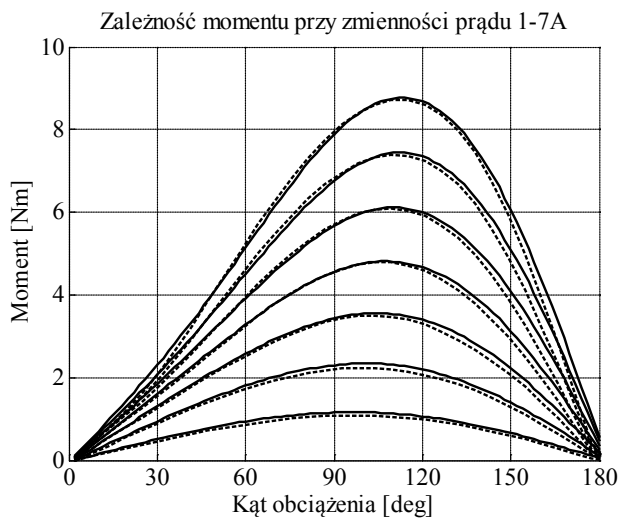
Na rys. 7 pokazano wartości indukcyjności w osi  $d$  oraz  $q$ , a także wartości indukcyjności wzajemnej pomiędzy osiami, oznaczoną jako  $L_{dq}$ , dla różnych wartości natężenia prądu.



Rys. 7. Indukcyjności  $L_d$ ,  $L_q$  oraz  $L_{dq}$

Wyniki badań pokazują, że wpływ uzłobkowania stojana na wartość indukcji wzdłuż magnesu jest spory (rys. 2). Indukcyjności własne uzwojeń fazowych zależą w znacznym stopniu od nasycenia obwodu magnetycznego (dla analizowanego silnika zmienność prądu od 1 do 7 A powodowała zmianę maksymalnej wartości indukcyjności własnej uzwojenia fazowego od 41 do 36 mH). Można ogólnie stwierdzić, że dla struktur z rdzeniem, im większy prąd tym mniejsza indukcyjność własna uzwojenia fazowego – tzn. ten sam wzrost prądu powoduje coraz mniejszy wzrost strumienia skojarzonego z uzwojeniem.

Uzyskane wyniki zostały poddane weryfikacji poprzez porównanie wyznaczonego przebiegu momentu, dla różnych wartości natężenia prądów fazowych i różnych pozycji wirnika, otrzymanego z obliczeń polowych, z wynikami otrzymanymi z równania obwodowego na moment elektromagnetyczny (rys. 7).



Rys. 8. Moment elektromagnetyczny dla różnych pozycji wirnika i różnych natężeń prądu (linia przerywana – FEM, linia ciągła – model obwodowy)

Otrzymane wyniki wykazują bardzo dużą zbieżność, co potwierdza poprawność przedstawionej metody. Wartości średnie oraz podstawowe harmoniczne przebiegu momentu dla różnych prądów mają bardzo podobne wartości.

## 5. Wnioski

Wykorzystanie zaawansowanych narzędzi programistycznych takich jak program Maxwell 2D i Matlab pozwala na wyznaczenie indukcyjności własnych uzwojeń fazowych w funkcji prądu oraz

kąta położenia wirnika na etapie projektowania maszyny. Zaproponowana w artykule metoda bazuje na możliwości „zamrożenia” przenikalności magnetycznej w każdym punkcie analizowanej geometrii, dla każdej wartości natężenia prądu i dla każdego położenia wirnika. Umożliwia to poprawne wyznaczenie tych indukcyjności oraz indukcyjności w osi  $d$  oraz  $q$ , co ma wpływ na jakość regulacji tych układów, których algorytmy regulacji opierają się o równania obwodowe modelu matematycznego maszyny synchronicznej.

Wraz ze wzrostem natężenia prądu indukcyjności w osiach  $d$  i  $q$  maleją – wynika to z nasycania się obwodu magnetycznego. Dla maszyn z magnesami umieszczonymi na wirniku zjawisko to jest pomijalnie małe (ze względu na stosunkowo dużą szczelinę powietrzną). Indukcyjności własne i wzajemne uzwojeń fazowych są zależne od kąta obrotu wału – jest to związane z uzłobkowaniem stojana. Dla zaproponowanej geometrii maszyny, indukcyjność w osi  $q$  jest bardziej wrażliwa na zmianę wartości prądu w porównaniu z indukcyjnością w osi  $d$ .

W obliczeniach nie uwzględniono indukcyjności rozproszenia połączeń czołowych, którą należy dodać do wartości indukcyjności w osi  $d$  oraz  $q$ . Uzyskane wyniki można wykorzystać w układach regulacji prądu silników synchronicznych z magnesami trwałymi [7, 11].

Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki, nr projektu N N510 508040 (2011-2013).

## Literatura

- [1] Gieras J., Wing M.: Permanent Magnet Motor Technology Design and Applications, University of Cape Town Rondebosch, South Africa, 1997.
- [2] Gratkowski S. Pałka R.: Komputerowo wspomaganą analizę i projektowanie urządzeń i układów elektromagnetycznych, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, Szczecin, 2001.
- [3] Im J.: Inductance calculation method of synchronous reluctance motor including iron loss and cross magnetic saturation, IEEE, Transactions on Magnetics, Vol. 45, No. 6, 2009.
- [4] Jagiela M., Grabiec T.: Coupling electromagnetic (FE) models to multidomain simulator to analyse electrical drives and complex control systems, Archives of Electrical Engineering. Vol. 59, No. 3-4, 2010.
- [5] Le-Huy H., Slimani K., Viarouge P.: Analysis and implementation of a real-time predictive current controller for permanent-magnet synchronous servo driver, IEEE, Transactions on Industrial Electronics, Vol. 41, No. 1, 1994.
- [6] Ohm D.: Dynamic Model of PM Synchronous Motors, Driveteq, Inc. Blacksburg, Virginia, 2000.
- [7] Pałka R., Paplicki P., Piotuch R., Wardach M.: Analiza polowa i obwodowa silnika synchronicznego z magnesami trwałymi sterowanego regulatorem histerezowym, Przegląd Elektrotechniczny, Warszawa, 02b/2013.
- [8] Putek P., Paplicki P., Słodička M., Pałka R.: Minimization of cogging torque in permanent magnet machines using the topological gradient and adjoint sensitivity in multi-objective design, Proc. of ISEM 2011, Italy, 2011.
- [9] Rahman M., Zhou P.: Analysis of Brushless Permanent Magnet Synchronous Motors, IEEE, Transactions on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 2, 1996.
- [10] Rahman M., Zhou P.: Determination of saturated parameters of pm motors using loading magnetic fields, IEEE, Transactions on Magnetics, Vol. 27, No. 5, 1991.
- [11] Shchur I., Rusek A., Makarchuk O.: Modelowanie symulacyjno-komputerowe silnika synchronicznego z magnesami trwałymi na podstawie wyników badań polowych, Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne Nr 3/2012 (96), Katowice, 2012.
- [12] Tunia H., Kaźmierkowski M.: Podstawy automatyki napędu elektrycznego, PWN, Warszawa, 1983.

Mgr inż. Rafał Piotuch  
e-mail: rpiotuch@zut.edu.pl

Rafał Piotuch jest doktorantem w Katedrze Elektroenergetyki i Napędów Elektrycznych Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie. Pod opieką prof. Ryszarda Pałki realizuje badania na temat regulatorów prądu dla silników synchronicznych z magnesami trwałymi.



Artykuł recenzowany