ANALIZA WPŁYWU KSZTAŁTU PĘTLI HISTEREZY NA ZAWARTOŚĆ WYŻSZYCH HARMONICZNYCH PRĄDU I NAPIĘCIA W TRANSFORMATORZE

Wiesław Brociek[1], Robert Wilanowicz[2]
[1]Politechnika Warszawska, Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Systemów Informacyjno Pomiarowych, [2]Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny im. K. Pułaskiego w Radomiu

Streszczenie. *W artykule przedstawiono rezultaty badań symulacyjnych mających na celu określenie wpływu kształtu krzywej magnesowania z uwzględnieniem pętli histerezy magnetycznej na odkształcenie prądów i napięć w transformatorze. Podano zależności oraz sposób wyznaczania parametrów opisujących kształt pętli histerezy rdzenia ferromagnetycznego transformatora. Wszystkie obliczenia przeprowadzono w programie Micro-Cap z wykorzystaniem modelu, podanego przez D. Jilesa i D. Athertona. Obliczenia symulacyjne wykonano przy zmieniających się wartościach indukcji remanencji i natężenia pola magnetycznego koercji oraz ustalonej wartości natężenia pola magnetycznego, indukcji nasycenia, stałej magnetyzacji oraz określonym napięciu zasilania. Zamieszczono przykładowe wyniki obliczeń numerycznych.*

Słowa kluczowe: modelowanie pętli histerezy, wyższe harmoniczne prądu i napięcia

ESTIMATION OF THE SHAPE OF THE HYSTERESIS LOOP IN THE DEFORMATION OF CURRENT AND VOLTAGE OF THE TRANSFORMER

Abstract. *The paper presents a new method for modelling transformer with a hysteresis loop by Jiles-Atherton. The Micro-Cap program allows the modelling of magnetically coupled coils by a description of the parameters of the magnetic circuit connecting the coil and the shape of ferromagnetic hysteresis. The way of determination of parameters describing the shape of the magnetization curve are presented, taking into account the phenomenon of ferromagnetic hysteresis. Simulations were performed by changing the values of induction remanence and coercivity magnetic field and a fixed value of the magnetic field strength, saturation induction, permanent magnetization and the designated voltage. Is an example of the results of numerical calculations.*

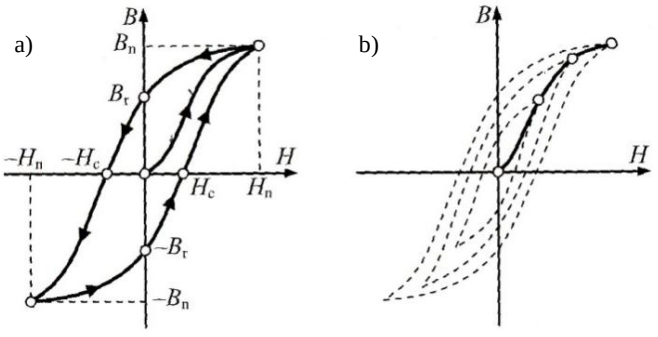
Keywords: modeling of hysteresis loops, the higher harmonic of current and voltage

Wstęp

W literaturze istnieje wiele sposobów aproksymacji i modelowania pętli histerezy magnetycznej z krzywą magnesowania [7]. Przedstawiony przez D. Jilesa i D. Athertona w 1986 r. model [3, 4, 6] jest wykorzystywany powszechnie jako narzędzie modelowania obwodów magnetycznych i elektromagnetycznych. Model ten może być użyty do opisu pętli histerezy każdego materiału ferromagnetycznego. Kształt pętli histerezy zależy od rodzaju materiału ferromagnetycznego, jego składu chemicznego oraz sposobu obróbki. W rozwiązaniach technicznych w obwodach prądu przemiennego stosuje się materiały magnetycznie miękkie. W artykule przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń numerycznych dla transformatora z wykorzystaniem tego modelu, przy stałym napięciu zasilania przy zmieniających się kształtach pętli histerezy. Celem badań jest określenie odkształcenia prądów i napięć po pierwotnej i wtórnej stronie transformatora. Wszystkie obliczenia przeprowadzono w programie Micro-Cap.

1. Modelowanie pętli histerezy magnetycznej

Magnetyzacja jest właściwością która opisuje pole magnetyczne wytwarzane przez materiał ferromagnetyczny.



Rys. 1. Charakterystyki magnesowania ferromagnetyków: a) pętla histerezy z krzywą magnesowania pierwotnego, b) rodzina pętli histerezy magnetycznej i podstawowa charakterystyka magnesowania

Magnetyzacja M jest tym silniejsza im silniejsze jest pole magnetyczne H, przyjmuje się, że [5]

$$M = \chi H \tag{1}$$

gdzie χ jest bezwymiarową wielkością, zwaną podatnością magnetyczną, zależną od środowiska. W wielu środowiskach magnetyzacja jest proporcjonalna do pola magnetycznego w ich wnętrzu. Uwzględniając to, otrzymuje się związek natężenia pola magnetycznego H, indukcji magnetycznej B i magnetyzacji pola magnetycznego M w następującej postaci [5]

$$H = \frac{B}{\mu_0} - \chi H \tag{2}$$

Po przekształceniu otrzymujemy

$$B = \mu_0 (1+ \chi)H = \mu_0 \mu_r H = \mu H \tag{3}$$

gdzie:
$\mu_r=(1+\chi)$ – przenikalność magnetyczna względna,
μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni.

Przenikalność magnetyczna względna μ_r w środowisku nieliniowym, które jest przedmiotem artykułu, nie ma stałej wartości, lecz jest funkcją zależną od H [5].

Magnetyzacja ferromagnetyków jest zjawiskiem bardzo złożonym, co objawia się złożoną charakterystyką $B=f(H)$, odbiegającą w sposób istotny od prostej liniowej zależności $B=\mu H$.

Na rysunku 1a przedstawiona jest charakterystyka magnesowania ferromagnetyka w postaci pętli histerezy magnetycznej z krzywą magnesowania pierwotnego [5].

Natężenie H_n i indukcję B_n nazywa się odpowiednio natężeniem i indukcją nasycenia. Wartość B_r nazywa się indukcją remanencji. Natężenie pola magnetycznego H_c nazywane jest natężeniem koercji.

Zmieniając wartość maksymalną natężenia pola magnetycznego, otrzymuje się rodzinę histerez magnetycznych przedstawionych na rysunku 1b [5]. Wierzchołki tych pętli wyznaczają podstawową charakterystykę magnesowania, której kształt jest zbliżony do kształtu krzywej magnesowania pierwotnego.

W opracowanym przez autorów programie wykorzystano zmodyfikowany model pętli histerezy magnetycznej zaproponowany przez D. Jilesa i D. Athertona [3]. Model ten

opisuje magnetyzację M jako funkcję natężenia pola magnetycznego H poprzez nieliniowe równanie różniczkowe.

Krzywa magnesowania opisana jest następującym równaniem [3, 4, 8]

$$\frac{dM}{dH} = (1-C)\frac{M_{an}-M_{irr}}{k\delta-\alpha(M_{an}-M_{irr})} + C\frac{dM_{an}}{dH} \tag{4}$$

Model ferromagnetyka według D. Jilesa i D. Athertona zakłada, że całkowita magnetyzacja ferromagnetyka M jest złożona z magnetyzacji odkształceń niesprężystych domen magnetycznych M_{irr} oraz magnetyzacji M_{rev} wynikającej z odkształceń sprężystych domen magnetycznych [3, 8]. M_{an} jest magnetyzacją krzywej magnesowania bez uwzględnienia histerezy opisaną funkcją Langevina [3]

$$M_{an} = M_s\left[\mathrm{cth}\left(\frac{H+\alpha M}{a}\right) - \frac{a}{H+\alpha M}\right] \tag{5}$$

W programie MicroCap równanie różniczkowe opisujące krzywą magnesowania ma postać

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}H} = \frac{M_a - M}{\delta \cdot K} + \frac{C}{1+C}\cdot\frac{\mathrm{d}M_a}{\mathrm{d}H} \tag{6}$$

M - magnetyzacja wywołana polaryzacja domen,
M_a - magnetyzacja w przypadku braku histerezy,

$$M_a = M_s \cdot F\left(\frac{H+\propto M_a}{a}\right) \text{ gdzie } F(x) = \mathrm{ctgh}(x) - \frac{1}{x}, \tag{7}$$

δ = +1 gdy dH/dt>0, lub δ = -1 gdy dH/dt < 0. (8)

Oznaczenia w programie MicroCap:

- indukcja w rdzeniu B =μ0 · (H+M),
- indukcyjność cewki L =μ0· (1+dM/dH) ·N2·Area/Path,
- napięcie VL= Ldi/dt,
- Area - średnia wartość przekroju rdzenia [cm2],
- Path - średnia wartość drogi strumienia magnetycznego [cm],
- Gap - długość szczeliny powietrznej [cm],
- MS - magnetyzacja nasycenia [A/m],
- N – liczba zwojów,
- A - współczynnik kształtu [A/m],
- C - stała odkształceń elastycznych domen,
- K - stała odkształceń nieelastycznych domen,
- Ma =MS·H/(|H| +A).

2. Wyznaczanie wartości parametrów materiału magnetycznego

Liniową krzywą rozmagnesowania opisuje zależność

$$M = (\mu' - 1)\cdot H + \mu' \cdot H_c \tag{9}$$

gdzie $\mu' = \frac{B_r}{\mu_0 \cdot H_c}$ - przenikalność magnetyczna w obszarze rozmagnesowania.

Pochodna magnetyzacji od odkształceń elastycznych dla H=0

$$\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}H}\right)_{H=0} = \frac{C}{1+C}\cdot\left(\frac{\mathrm{d}M_a}{\mathrm{d}H}\right)_{H=0} = \frac{1+C}{C}(\mu - 1) \tag{10}$$

to początkowa przenikalność magnetyczna materiału μ pomniejszona o jeden.

Wzór określający parametr C

$$C = \frac{\mu - 1}{\mu' - \mu} \tag{11}$$

oraz wzór określający parametr K

$$K = H_c\frac{\mu'}{\mu' - 1} \tag{12}$$

Ze względu na dużą wartość μ', parametr K jest równy natężeniu pola powściągającego H_c.

Wyznaczenie magnetyzacji nasycenia M_s związane jest z indukcją nasycenia B_n zgodnie z wzorem

$$M_s = \frac{B_n}{\mu_0} - H_n \tag{13}$$

Współczynnik kształtu A należy dobrać tak, aby wartość przenikalności początkowej materiału magnetycznego była równa μ, a krzywa przechodziła przez wybrany punkt pierwotnej krzywej namagnesowania dla dużych wielkości H (H_x, B_x). M_x - magnetyzacja dla wybranego punktu o współrzędnych (H_x, B_x) leżącego na krzywej pierwotnego magnesowania blisko obszaru nasycenia wynosi

$$M_x = \frac{B_x}{\mu_0} - H_x \tag{14}$$

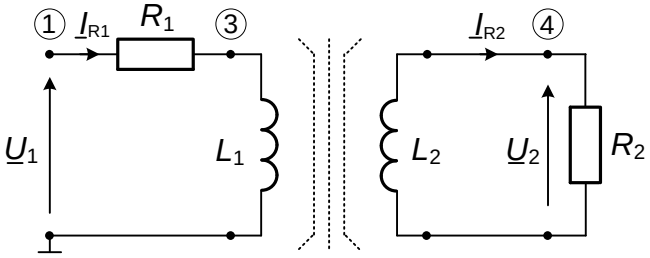
Współczynnik kształtu wynosi wówczas

$$A = \frac{H_x - \frac{C}{1+C}\frac{M_x}{\mu-1}}{\frac{1}{1-\frac{M_x}{M_S}} - 3\cdot\frac{M_x}{M_S}} \tag{15}$$

3. Analiza numeryczna

Schemat zastępczy transformatora przyjęty do badań symulacyjnych przedstawiono na rys. 2. Przykładowe dane transformatora przyjęte do obliczeń: liczba zwojów uzwojenia pierwotnego i uzwojenia wtórnego wynoszą odpowiednio: N_1=230 i N_2=23, przekrój rdzenia S=12x12=144 cm^2. Średnia długość drogi strumienia magnetycznego $l_{śr}$ =100 cm.

W programie MicroCap opis obwodu magnetycznego uwzględniający kształt oraz pętlę magnetyczną histerezy, można przedstawić podając parametry geometryczne rdzenia, magnetyzację nasycenia, współczynnik kształtu oraz stałe odkształceń domen magnetycznych użytego materiału (ferromagnetyka).



Rys. 2. Model układu przyjęty do badań symulacyjnych

W celu zilustrowania wpływu kształtu krzywej magnesowania na przebiegi prądów i napięć w obwodzie z rys. 2, przeprowadzono obliczenia numeryczne przy stałej wartości magnetyzacji nasycenia M_s, ustalonej wartości indukcji nasycenia B_n=1,6 T oraz natężenia pola magnetycznego H_n=4200 A/m, zmieniających się parametrach indukcji remanencji B_r i natężenia pola magnetycznego koercji H_c oraz zmieniających się współrzędnych punktu przegięcia krzywej magnesowania, określonych przez parametry B_x, H_x.

Współrzędne charakterystycznych punktów opisujących kształt poszczególnych krzywych magnesowania z uwzględnieniem pętli histerezy przedstawionych na rysunkach 3 i 4 umieszczono w tablicy 1.

Tablica 1. Współrzędne punktów określających kształt krzywej magnesowania w analizowanych przypadkach

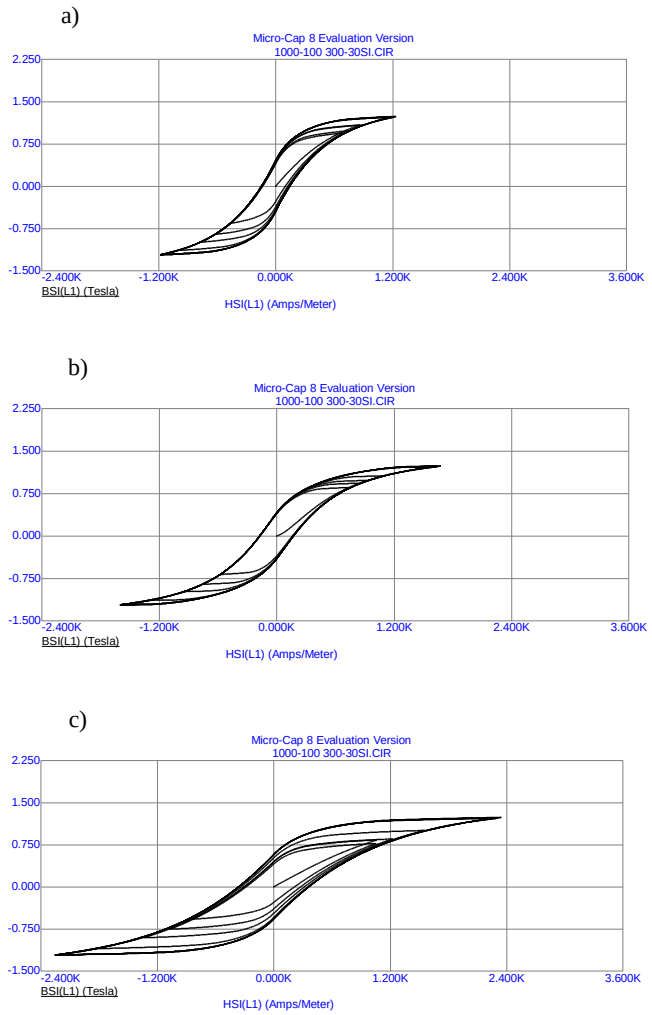
	Br	*Hc*	*Bx*	*Hx*
	T	A/m	T	A/m
Przypadek1	1	200	1,3	780
Przypadek2	1	200	1,4	2300
Przypadek3	1,2	500	1,4	2300
Przypadek4	0	0	1,4	2300

Tablica 2. Wartości parametrów ferromagnetyka dla analizowanych przypadków

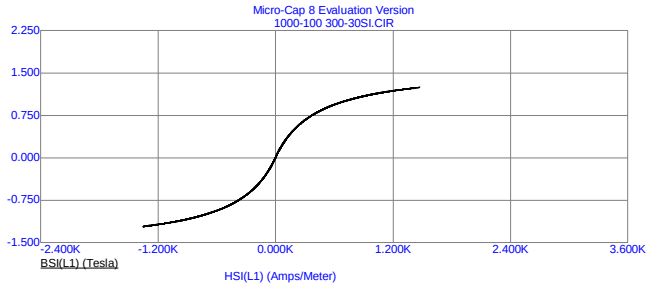
Parametry ferromagnetyka	Przypadek 1	Przypadek 2	Przypadek 3	Przypadek 4
M_s [A/m]	1,27 E6	1,27 E6	1,27 E6	1,27 E6
A [A/m]	264	423	423	423
C	498 E-3	138 E-3	338 E-3	0
K	200	200	500	0

W tablicy 2 przedstawiono wartości parametrów ferromagnetyka dla analizowanych przypadków. W pracy [1] przedstawiono obliczenia dotyczące wpływu zmiany napięcia zasilającego transformatora przy określonej krzywej magnesowania na odkształcenie prądu w transformatorze.

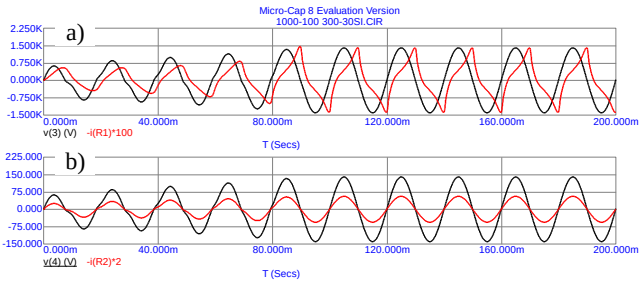
Badania symulacyjne obwodu z rys. 2 przeprowadzono przy określonym napięciu zasilającym U_1= 1000V przy stałej magnetyzacji nasycenia, dla czterech różnych kształtów krzywej magnesowania, parametry których zestawiono w tablicach 1 i 2.



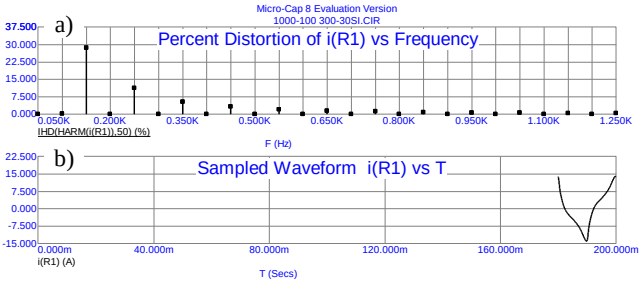
Rys. 3. Krzywa magnesowania z uwzględnieniem pętli histerezy: a) przypadek pierwszy, b) przypadek drugi, c) przypadek trzeci



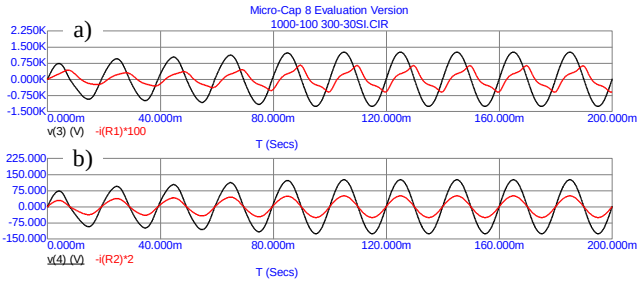
Rys. 4. Krzywa magnesowania przy braku pętli histerezy (przypadek 4)



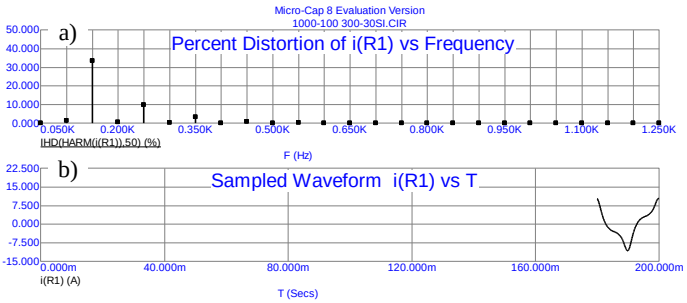
Rys. 5. Przebiegi czasowe prądów i napięć po pierwotnej (a) i wtórnej(b) stronie modelowanego transformatora (przypadek 3)



Rys. 6. Widmo (a) oraz przebieg czasowy (b) prądu płynącego przez cewkę L_1 (przypadek 3)



Rys. 7. Przebiegi czasowe prądów i napięć po pierwotnej (a) i wtórnej (b) stronie modelowanego transformatora (przypadek 4)



Rys. 8. Widmo (a) oraz przebieg czasowy (b) prądu płynącego przez cewkę L_1 (przypadek 4)

W artykule przedstawiono przykładowe rezultaty obliczeń – dla przypadku trzeciego i czwartego. Na rysunkach 5 i 7 przedstawiono przebiegi czasowe prądów i napięć w analizowanym obwodzie, a na rysunkach 6 i 8 przebiegi czasowe i wartości procentowe wyższych harmonicznych prądu po stronie pierwotnej transformatora.

W tablicy 3 przedstawiono zawartość procentową wyższych harmonicznych prądu po stronie pierwotnej transformatora dla różnych kształtów krzywej magnesowania. Wartości te otrzymano w wyniku analizy numerycznej.

Tablica 3. Udział wyższych harmonicznych w prądzie zasilającym dla różnych kształtów krzywej magnesowania z uwzględnieniem pętli histerezy

B=f(H)	Zawartość procentowa wyższych harmonicznych prądu							
	$I_{3\%}$	$I_{5\%}$	$I_{7\%}$	$I_{9\%}$	$I_{11\%}$	$I_{13\%}$	$I_{15\%}$	$I_{17\%}$
Przyp. 1	26,9	9,3	4,2	2,3	1,3	1,0	0,7	0,5
Przyp. 2	30,2	10,17	4,01	1,97	1,17	0,87	0,63	0,5
Przyp. 3	28,5	11,2	5,2	3,2	2,1	1,5	1,1	0,8
Przyp. 4	33,5	9,7	3,18	0,88	0,32	0,05	0,04	0,03

Straty dodatkowe mocy czynnej w transformatorze $\delta\Delta P_{trk}$ spowodowane wyższymi harmonicznymi wynoszą [2]

$$\delta\Delta P_{trk} = K = \sum_{k=1}^{\infty}\left[k^2\left(\frac{I_k}{I_{sk}}\right)^2\right] \qquad (16)$$

gdzie:
I_{sk} – wartość skuteczna prądu odkształconego,
I_k – wartość skuteczna prądu k-tej harmonicznej,
k – rząd harmonicznej.

4. Wnioski

Na podstawie obliczeń numerycznych można stwierdzić, że dominującymi harmonicznymi w prądzie po stronie pierwotnej, są harmoniczne nieparzyste 3, 5, 7. Znajomość wartości wyższych harmonicznych prądu, pozwala na określenie dodatkowych strat w transformatorze [2] spowodowanych odkształceniem prądu. Przeprowadzone badania symulacyjne pozwalają na stwierdzenie, że:

- największy wpływ na odkształcenie prądu ma współczynnik kształtu,
- napięcie i prąd po stronie wtórnej nie są odkształcone, należy jednak pamiętać, że rezystancja obciążenia R_2 jest liniowa,
- znajomość wartości wyższych harmonicznych prądu po stronie pierwotnej ma istotne znaczenie przy obliczaniu dodatkowych strat w transformatorze; mimo dużego odkształcenia prądu po stronie pierwotnej, nie wystąpiło odkształcenie napięcia po stronie pierwotnej.

Opracowany program i wykonane obliczenia mają praktyczne znaczenie – można go stosować do urządzeń występujących w warunkach rzeczywistych. Zaletą programu jest możliwość wykorzystania go do modelowania niejednoznacznych charakterystyk. Należy podkreślić, że uwzględnienie pętli histerezy przy modelowaniu pracy transformatora dało dobre rezultaty – można określać procentowe wartości wyższych harmonicznych prądu i napięcia oraz współczynniki odkształcenia napięcia i prądu. W artykule zamieszczono przykładowe wyniki przeprowadzonych przez autorów obliczeń.

Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki.

Literatura

[1] Brociek W., Wilanowicz R.: Influence of supplying voltage on deformation of current in transformer, Przegląd Elektrotechniczny 4/2013, p. 269 – 271.
[2] Hołdyński G., Skibko Z.: Wymiarowanie układów energetycznych zasilających odbiorniki nieliniowe, Wiadomości Elektrotechniczne, rok 1 XXIX nr 5, s. 17.
[3] Jiles D.C., Atherton D.L.: Theory of ferromagnetic hysteresis, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 61, 1986, p. 48-60.
[4] OrCAD PSpice User Guide, http://www.cadence.com
[5] Piątek Z., Jabłoński P.: Podstawy teorii pola elektromagnetycznego, Warszawa WNT 2010.
[6] Prigozy S.: PSPICE Computer Modeling of Hysteresis Effects, IEEE Transaction on Education, 1993.
[7] Sikora J.: Numeryczne metody rozwiązywania zagadnień brzegowych, Wydawnictwa Politechniki Lubelskiej, Lublin 2009.
[8] Zidaric B., Miljavec D.: J-A hysteresis model. parameters estimation using GA Advances in Electrical and Electronic Engineering, Vol. 4, 2005, pp. 174-177.

Dr inż. Wiesław Brociek
e-mail: brociek@iem.pw.edu.pl

Dr inż. Wiesław Brociek jest długoletnim nauczycielem akademickim w Zakładzie Elektrotechniki Teoretycznej i Informatyki Stosowanej na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej. Aktualnie zatrudniony jest na stanowisku docenta. Jest autorem i współautorem ponad osiemdziesięciu artykułów w czasopismach naukowych i referatów na konferencjach krajowych i zagranicznych z dziedziny teorii obwodów liniowych i nieliniowych. Zainteresowania naukowe dr W. Brońka związane są z zagadnieniami dotyczącymi analizy współpracy odbiorników nieliniowych - będących źródłami wyższych harmonicznych prądów i napięć - z układami zasilania.
Jest odznaczony Medalem Komisji Edukacji Narodowej. Za aktywną działalność w Stowarzyszeniu Elektryków Polskich został odznaczony Srebrną i Złotą Odznaką Honorową SEP oraz NOT.

Dr inż. Robert Wilanowicz
email: r.wilanowicz@uthrad.pl

Dr inż. Robert Wilanowicz jest pracownikiem naukowo-dydaktycznym Instytutu Systemów Transportowych i Elektrotechniki Uniwersytetu Technologiczno-Humanistycznego im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu.
Jest absolwentem Wydziału Elektrycznego Politechniki Lubelskiej, stopień doktora nauk technicznych uzyskał na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej.
Jego zainteresowania naukowe obejmują modelowanie układów elektrycznych oraz wpływ nieliniowych odbiorników na układy zasilające.
Prowadzi zajęcia dydaktyczne z elektrotechniki, elektroniki, komputerowych metody analizy obwodów elektrycznych na Wydziale Transportu i Elektrotechniki.

otrzymano/received: 15.07.2013 *przyjęto do druku/accepted: 24.10.2013*

INFORMATYKA AUTOMATYKA POMIARY W GOSPODARCE i OCHRONIE ŚRODOWISKA

Zapraszamy na naszą stronę internetową:

WWW . IAPGOS . PL

gdzie znajdziecie Państwo:
- informacje nt. zamieszczania reklam,
- wykaz prac opublikowanych w latach 2011 i 2012,
- procedurę recenzowania,
- wykaz recenzentów prac opublikowanych w poprzednich latach,
- aktualną formatkę artykułu oraz druk recenzji,
- dostęp on-line do artykułów (już wkrótce).

WWW.IAPGOS.PL